Bollettino dell'AFSU ISSN Print 2612-4084
Vol II (1), giugno 2019, pp. 11-68 ISSN Online 2612-3630

Bruno de Finetti, così è se vi pare

«..ma davvero esiste la probabilità? e cosa mai sarebbe? Io risponderei che non esiste»[1]

Luca Nicotra*

***** Ingegnere meccanico, giornalista pubblicista, Accademico onorario APAV e AFSU, Presidente dell'Associazione Culturale "Arte e Scienza", Direttore responsabile dei periodici «ArteScienza», «Bollettino dell'Accademia di Filosofia delle Scienze Umane», «Periodico di Matematica». Direttore editoriale di UniversItalia; luca.nicotra1949@gmail.com.

Sunto. Bruno de Finetti è universalmente noto come uno dei più grandi matematici del XX secolo, grazie soprattutto alla sua teoria soggettiva della probabilità. Tuttavia, la sua figura non può essere isolata entro il recinto aristocratico dei grandi matematici, perché la sua complessità e originalità, dal punto di vista sia culturale sia umano, ne fanno uno dei più fulgidi simboli intellettuali del secolo appena trascorso. In questo articolo si delinea un ritratto a tutto campo della sua figura di scienziato e uomo, partendo dall'opera sua scientifica che lo ha reso più celebre e toccando successivamente i temi più caratteristici della sua vita di scienziato, uomo di cultura e cittadino: la sua critica al determinismo, la didattica della matematica, il suo impegno sociale che lo vide sempre acuto osservatore dei costumi della società del suo tempo e soprattutto critico appassionato delle disfunzioni delle istituzioni.

Parole chiave: Bruno de Finetti, probabilità, probabilità soggettiva, determinismo, didattica, didattica della matematica.

---

[1] Il presente articolo è una rielaborazione dell'omonimo pubblicato in più puntate in «Notizie in … Controluce» anno XIII nn. 6,8,9,11,12 (2004), anno XIV nn. 1,2 (2005).

Abstract. Bruno de Finetti is universally known as one of the greatest mathematicians of the twentieth century, thanks above all to his subjective theory of probability. However, his figure cannot be isolated within the aristocratic enclosure of the great mathematicians, because its complexity and originality, from both a cultural and a human point of view, make it one of the most brilliant intellectual symbols of the last century. In this article a full-length portrait of his figure as a scientist and man is de-linearized, starting from his scientific work that has made him more famous and then touching on the most characteristic themes of his life as a scientist, man of culture and citizen: his criticism of determinism, mathematics education, his social commitment that saw him always keen observer of the customs of the society of his time and above all passionate critic of the dysfunctions of the institutions.

Keywords: Bruno de Finetti, probability, subjective probability, determinism, didactics, mathematics education

1. La probabilità, questa sconosciuta: finzione e realtà

Se a una persona di media cultura, e non matematico, si chiedesse che cosa intende per probabilità, "probabilmente" risponderebbe con un'espressione del tipo: «È la fiducia (speranza o timore) che "noi" riponiamo nell'avverarsi di un evento». Anche la risposta alla nostra domanda non è reputata certa, bensì affetta da un'indeterminabile dose d'incertezza, che esprimiamo con il termine "probabilmente". Nella risposta, inoltre, è contenuto come "soggetto" il pronome personale "noi", che toglie ogni dubbio sul carattere "soggettivo" della valutazione della probabilità di un evento, sottraendola a ogni tentazione di una valutazione "oggettiva" indipendente dal soggetto. In questa ipotetica (ma probabile) risposta è contenuto tutto lo spirito della teoria soggettiva della probabilità, di cui Bruno de Finetti è stato il principale padre agli inizi del secolo scorso.

Quando abbiamo dubbi sul significato di un termine di uso generale, tutti noi ricorriamo a un vocabolario della lingua italiana.

Ebbene, se consultiamo il classico vocabolario della lingua italiana di Nicola Zingarelli, alla voce “probabilità” leggiamo:

> *1- Condizione, carattere di ciò che è probabile; 2- La misura in cui si giudica che un avvenimento sia realizzabile o probabile.*

E poiché in entrambe le definizioni si rimanda all’aggettivo "probabile", leggiamo che cosa dice lo Zingarelli a tal proposito:

> *Degno di approvazione; verosimile; che si può approvare; da provare; credibile, ammissibile in base ad argomenti abbastanza sicuri.*

Se la prima accezione può indurre a una concezione oggettiva della probabilità, la seconda accezione sgombra la mente da ogni dubbio con quel «si giudica».

Certamente un vocabolario linguistico contiene soprattutto termini del linguaggio ordinario e soltanto alcuni dei numerosi termini oggi appartenenti, più propriamente, a gerghi tecnici, perché denotanti concetti di pertinenza di specifiche branche del sapere. Il concetto di probabilità è uno di questi, ma a differenza di molti altri prettamente tecnici, esso, prima ancora di divenire oggetto d’indagine scientifica circa 350 anni fa, è stato utilizzato, forse da sempre, da tutti gli uomini, e tutt’oggi, nella sua forma intuitiva e vaga, fa parte della vita quotidiana dell’uomo, perché esprime forme incerte di conoscenza (è probabile che domani piova, probabilmente otterrò una promozione sul lavoro, ecc.) che riguardano la maggior parte degli eventi della nostra vita. Incertezza significa difetto e non totale assenza di certezza, e quindi induce sempre in noi, più o meno consapevolmente, ad attribuire “un grado di fiducia” al verificarsi di un evento. La probabilità, dunque, fa parte del patrimonio culturale di tutti, e non solo dei matematici.[2]

---

[2] L’insegnamento del Calcolo delle Probabilità, a livello universitario, è relativamente recente, essendo iniziato circa 150 anni fa.

2. Cenni storici sulla probabilità

Allo stato attuale degli studi, sembra che nell'Antichità il concetto di probabilità non fosse noto. Tuttavia, anche gli antichi praticavano i giochi d'azzardo, nell'ambito dei quali è nato poi il concetto di probabilità. Allora, per quale motivo a nessun matematico dell'antichità è venuto in mente di formulare una teoria matematica della probabilità? I giochi d'azzardo erano effettuati con strumenti, gli "astragali" (figura 1), che avevano forme talmente diverse tra loro, da non permettere forse l'osservazione di nessuna "regolarità" nei risultati ottenibili con i lanci e quindi anche di nessuna forma di previsione. Tuttavia, proprio conside-

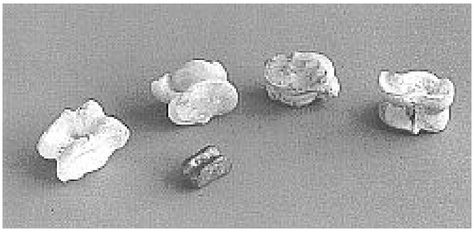


Fig. 1 – Gli astragali.

rando il lancio degli astragali Gerolamo Cardano fece le sue prime riflessioni sulla probabilità.

Il primo cenno al concetto di probabilità si trova nel commento fatto da Giovanni della Lana nel 1324 (o 1325?) a una terzina del IV Canto del Purgatorio della Divina Commedia di Dante Alighieri, che cita il popolare "gioco della zara",[3] un gioco molto diffuso a Firenze, che consisteva nel lanciare ogni volta tre dadi assieme: prima del lancio il giocatore doveva pronunciare a voce alta il numero che secondo lui sarebbe risultato come somma dei 3 numeri rivelati dai dadi::

---

[3] La parola zara deriverebbe dall'arabo *zahr*, che significa dado, e da essa sarebbe derivato in italiano il termine "azzardo" per indicare qualcosa di rischioso.

Quando si parte il giuoco della zara
Colui che perde si rimane dolente
Ripetendo le volte e tristo impara

Giovanni della Lana commenta che i giocatori imparano a loro spese («tristo impara») che la combinazione più facile da ottenere è la (4, 3, 1) indipendentemente dall'ordine.

I primi cenni a una "teoria della probabilità" si possono far risalire, però, al matematico Luca Pacioli, che si occupa del problema della ripartizione della posta tra giocatori nel caso di interruzione di un popolare gioco in uno dei capitoli della *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* pubblicata nel 1494:

> *Una squadra gioca a palla in modo che siano necessari 60 punti per vincere la partita e la posta in gioco è 22 ducati. Per qualche incidente, non si può più giocare e una squadra ha 50 punti mentre l'altra ne ha 30. Quale quota del montepremi appartiene a ciascuna squadra? (trad. dell'A.).*

Il problema fu poi ripreso da Niccolò Tartaglia e infine risolto da Blaise Pascal e Pierre de Fermat.

I primissimi tentativi di "formalizzazione matematica" della probabilità, invece, hanno inizio nel Rinascimento per opera del matematico, fisico, medico e astrologo Gerolamo Cardano (1501-1576) che, perdendo sistematicamente nel "gioco della zara", intraprese per primo lo studio matematico della probabilità, scrivendo in età giovanile[4] il libro *Liber de ludo aleae* (*Libro sul gioco dei dadi*):

[4] Secondo Massimo Tamborini (2006) lo scritto fu iniziato presto, nel 1524 o nel 1525, quando Cardano era ancora uno studente di ventitré anni. Cardano si riferì ad esso in un certo numero di sue opere nel corso degli anni. Rimaneggiò il testo originario sporadicamente fino quasi al 1570, senza mai però completarne la revisione. Dello scritto è ri-

La metà del numero totale di facce rappresenta sempre un'uguaglianza di possibilità; pertanto ci sono eguali possibilità che un dato numero esca o non esca in tre lanci, dal momento che il circuito totale viene completato in sei; o, ancora, che uno dei tre numeri esca in un lancio.

In esso sono contenuti due importanti teoremi del futuro Calcolo delle Probabilità: la probabilità dell'evento prodotto logico (A e B) di due eventi semplici A, B e una anticipazione della legge dei grandi numeri. A Cardano si deve una prima rudimentale definizione di probabilità come rapporto fra il numero degli eventi favorevoli e il numero di quelli possibili, tutti considerati equiprobabili.

Tuttavia, i suoi studi caddero nell'oblio e il *Liber de ludo aleae* fu pubblicato postumo soltanto nel 1663.

Anche Galileo Galilei, nella sua opera *Sopra le scoperte dei dadi* (data incerta;1612-1623 circa), si occupò di probabilità, stimolato dagli stessi quesiti già affrontati da Cardano a proposito del gioco della zara e a lui postigli forse dallo stesso Granduca di Toscana. Probabilmente Galilei venne a conoscenza della soluzione già data da Cardano, ma la sua esposizione, in sole quattro pagine, è molto più chiara, didattica e priva di errori (Barra, n.d.) Il quesito era questo: perché escono con maggiore frequenza le somme 10 e 11 rispetto a 9 e 12?

… ancor che il 9 e il 12 in altrettante maniere si componghino in quante il 10 e l' 11, per lo che di eguale uso devriano esser reputati, si vede non di meno che la lunga osservazione ha fatto da i giocatori stimarsi più vantaggiosi il 10 e l'11 che il 9 e il 12 (Galilei, 1897).

Infatti, un primo esame superficiale farebbe affermare che ciascuna di

masta una sua bozza con alcune incongruenze, che fu ritrovata fra le carte di Cardano nel 1576 e poi pubblicata postuma soltanto nel 1663.

esse possa uscire ugualmente in sei modi. Infatti, la somma 9 si compone con: 1,2,6; 1,3,5; 1,4,4; 2,2,5; 2,3,4, 3,3,3; la somma 10 con: 1,3,6; 1,4,5; 2,2,6; 2,3,5; 2,4,4; 3,3.4; la somma 11 con: 1,4,6; 1,5,5; 2,3,6; 2,4,5; 3,3,5; 3,4,4 e infine la somma 12 con: 1,5,6; 2,4,6; 2,5,5; 3,3,6; 3,4,5; 4,4,4. Galilei comincia, però, con l'osservare che lanciando assieme ogni volta i tre dadi, le possibili terne di valori mostrate dalle facce in vista dei dadi sono $6^3 = 216$ (Galilei, 1897):

> *Ma se noi insieme col primo getteremo il secondo dado,…, avvenga che ogni faccia del primo dado può accoppiarsi con ciascuna del secondo,…, onde è manifesto esser 6 vote 6, cioé 36. E se noi aggiungeremo un terzo dado,…, 6 volte 36, cioè 216, tutte fra di loro differenti.*

Le somme che si possono realizzare con i numeri delle facce in vista dei tre dadi sono i 16 numeri naturali da 3 a 18 («Ma perché i punti non sono se non 16, cioè 3. 4. 5 ecc. sino a 18». Le 216 possibili uscite non sono un multiplo di 16 e quindi non possono essere ripartite in maniera uguale per ciascuna delle somme 3, 4, 5,…18. In altri termini tali somme possono uscire in numeri differenti di modi (Galilei, 1897):

> *Ma perché i punti non sono se non 16, cioè 3. 4. 5 etc. sino a 18, tra i quali si hanno a compartire le dette 216 scoperte, è necessario che ad alcuni di essi ne tocchino molte;.*

Galilei, quindi, con questa osservazione, prepara già il lettore a sospettare che il numero di casi favorevoli all'uscita delle somme indagate (9, 10, 11 e 12) possa essere diverso per ciascuna di esse e che per dare una risposta al quesito postogli sarà necessario calcolare il numero di casi favorevoli all'uscita di ciascuna somma realizzabile nel lancio dei tre dadi (Galilei, 1897):

> *e se noi ritroveremo quante ne toccano per ciascheduno, avremo aperta la strada di venire in notizia di quello che cerchiamo .*

Nella tabella I sono riportate per ciascuna somma le possibili terne non ordinate che le realizzano: in totale 56, un numero ben inferiore ai 216 modi in cui invece si possono realizzare. Questo scarto è dovuto al fatto che abbiamo finora ignorato che le stesse terne possono uscire con ordine differente dei loro numeri. Per esempio la somma 9 con: 1,2,6; 1,6,2; 2,1,6; 2,6,1; 6,1,2; 6,2,1. Tutti i possibili modi di formare le somme considerate sono quindi tutte le terne ordinate formate con gli stessi numeri delle terne non ordinate già indicate.[5] Esse sono quindi le permutazioni di queste ultime, semplici o con ripetizione a seconda che i numeri della terna siano tutti diversi o che uno di essi si ripeta.[6]

Nella tabella 1 sulla destra delle terne non ordinate relative a ciascuna somma è indicato il numero delle terne ordinate ottenibili scambiando l'ordine dei numeri componenti[7] e in fondo a ciascuna colonna è indicato il numero totale delle possibili uscite relative alla somma considerata.

Per motivi didattici di maggiore chiarezza ho riportato nella tabella 1 i risultati relativi a tutte le 16 somme realizzabili con le facce in vista dei tre dadi. Galilei, invece, si limita alla metà superiore della tabella, relati-

---

[5] Che sono quelle combinazioni semplici e con ripetizione di classe 3 dei 6 numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6 che formano ciascuna delle somme dei numeri "usciti" nel lancio dei 3 dadi, fra le quali le somme 9, 10, 11, 12 considerate nel quesito di cui si occupa Galilei.

[6] In una terna di numeri non si può avere più di un numero che si ripete, perché altrimenti si avrebbero più di tre numeri.

[7] Il numero delle permutazioni semplici di n oggetti è $P_n = n!$, mentre il numero delle permutazioni con ripetizione di n oggetti in cui alcuni di essi si ripetono è il quoziente fra il numero delle permutazioni semplici degli n oggetti e il prodotto del numero di permutazioni semplici degli oggetti che si ripetono. Nel nostro caso, quindi, il numero di permutazioni (semplici) delle terne di numeri tutti diversi è $3! = 6$, mentre il numero delle permutazioni (con ripetizione) delle terne con due numeri uguali è $3! / 2! = 3$. Nel caso, infine, di terne costituite da tre numeri uguali ovviamente scambiando comunque l'orrdine si ottiene la stessa terna e infatti $3! / 3! = 1$.

va alle somme 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Perché? Ce lo spiega lui stesso (Galilei, 1897):

> *basterà far tale investigazione dal 3 sino al 10, perché quello che converrà ad uno di questi numeri, converrà ancora al suo sossopra.*

Infatti su ogni dado la somma di due facce opposte è 7 e quindi su tre dadi è 21. Allora se la somma delle facce in vista è 3, 4, 5,…, 18, la somma

Tabella 1															
10		**9**		**8**		**7**		**6**		**5**		**4**		**3**	
6.3.1	6	6.2.1	6	6.1.1	3	5.1.1	3	4.1.1	3	3.1.1	3	2.1.1	3	1.1.1	1
6.2.2	3	5.3.1	6	5.2.1	6	4.2.1	6	3.2.1	6	2.2.1	3				
5.4.1	6	5.2.2	3	4.3.1	6	3.3.1	3	2.2.2	1						
5.3.2	6	4.4.1	3	4.2.2	3	3.2.2	3								
4.4.2	3	4.3.2	6	3.3.2	3										
4.3.3	3	3.3.3	1												
	27		**25**		**21**		**15**		**10**		**6**		**3**		**1**
11		**12**		**13**		**14**		**15**		**16**		**17**		**18**	
1.4.6	6	1.5.6	6	1.6.6	3	2.6.6	3	3.6.6	3	4.6.6	3	5.6.6	3	6.6.6	1
1.5.5	3	2.4.6.	6	2.5.6	6	3.5.6	6	4.5.6	6	5.5.6	3				
2.3.6	6	2.5.5	3	3.4.6	6	4.4.6	3	5.5.5	1						
2.4.5	6	3.3.6	3	3.5.5	3	4.5.5	3								
3.3.5	3	3.4.5	6	4.4.5	3										
3.4.4	3	4.4.4	1												
	27		**25**		**21**		**15**		**10**		**6**		**3**		**1**

delle facce opposte («sossopra») deve essere rispettivamente: 18, 17, 16, …, 3, cioè deve essere il complemento a 21. Inoltre, ad ogni disposizione delle facce in vista corrisponde la stessa disposizione delle facce opposte e quindi il numero di modi per ottenere una certa somma S sulle facce visibili è uguale al numero di modi per ottenere la somma 21-S sulle facce opposte: dunque sarà sufficiente riportare in tabella i numeri dei modi per ottenere le somme da 3 a 10 (considerate delle facce in vista), perché gli stessi saranno quelli delle somme da 18 a 11 (delle facce opposte). Infatti, osservando la tabella 1 si ha che le somme 10 e 11 si realizzano entrambe in 27 modi, mentre le somme 9 e 12 si realizzano entrambe in 25 modi.

Galilei per giustificare razionalmente «la lunga osservazione» che ha fatto concludere ai giocatori che è più vantaggioso scommettere sulle somme 10 e 11 piuttosto che 9 e 12, perché evidentemente risultavano uscire con una maggior frequenza, utilizza il concetto di probabilità classica (già presente nel *Liber de ludo aleae* di Cardano) come rapporto fra numero di casi favorevoli e di casi possibili («scoperte di un dado») che considera equiprobabili osservando esplicitamente che ciascun dado «può indifferentemente fermarsi, sopra ciascuna» delle 6 facce.

Infatti il rapporto 27/216 è la probabilità di ottenere le somme 10 o 11 leggermente maggiore di 25/216 che è la probabilità di ottenere le somme 9 o 12.

Altri due interventi di Galilei sulla probabilità sono stati recentemente indagati (Barra, n.d.). Il primo riguarda il calcolo della distanza dalla Terra di una nuova stella della costellazione Cassiopea scoperta da Tycho Brahe nel novembre 1572 e poi scomparsa nel 1574,[8] mentre il secondo riguarda la correttezza della stima economica di un cavallo.

[8] Galilei osserva che nelle misurazioni strumentali gli errori sono inevitabili, che sono distribuiti simmetricamente, che gli errori piccoli sono più probabili di quelli grandi, che conviene considerare la misurazione intorno alla quale concorre il numero massimo di misurazioni. Anticipa, così, qualitativamente di circa 200 anni la "Legge di frequenza degli errori" di Gauss, che viene espressa con una densità di probabilità distribuita secondo la caratteristica forma a “campana” detta "Gaussiana" o "Normale".

Ancora quesiti sulle scommesse al gioco dei dadi furono posti nel 1654 dal nobile francese Antoine Gombaud, Chevalier de Mérè, all'amico Blaise Pascal, filosofo e sommo matematico "dilettante".

Uno di questi era: un giocatore, gettando otto volte un dado, deve tentare di far uscire il numero uno; dopo tre tentativi infruttuosi, ciascuno costituito da una serie di otto lanci, il giocatore rinuncia a proseguire: in che misura egli ha diritto alla posta pattuita? Un altro era: è conveniente scommettere alla pari l'uscita di un 12, lanciando due dadi per 24 volte? In altrri termini: è corretto reputare del 50% la probabilità che lanciando per 24 volte due dadi assieme esca almeno una volta il numero 12? Ne seguì un carteggio fra Blaise Pascal e Pierre de Fermat, magistrato e anch'egli geniale matematico "dilettante".[9] Nella loro corrisopondenza sono contenute le prime leggi del calcolo combinatorio e del calcolo delle probabilità poi pubblicate da Pascal nel *Traité du Triangle Arithmétique, avec quelques autres petits traitez sur la mesme matière* (1654), che spesso - a torto, considerando le precedenti ricerche di Pacioli, Cardano e Galilei - è considerato l'atto di nascita della Teoria e del Calcolo delle Probabilità, vale a dire di quella branca della matematica che si propone di dare una definizione di probabilità per eventi semplici, tale da consentire di attribuire ad essa un valore numerico e stabilire la probabilità di un evento complesso, in funzione delle probabilità degli eventi semplici componenti. Oggi, più propriamente, si distingue il Calcolo delle Probabilità, che studia in modo rigoroso le relazioni fra le probabilità degli eventi composti e quelle degli eventi semplici componenti, dalla Teoria della Probabilità che studia le possibili definizioni della probabilità degli eventi semplici, che, come vedremo fra poco, possono essere molto diverse fra loro. In altri termini, mentre possono variare le definizioni "operative" di probabilità degli eventi semplici stabilite nella Teoria della Probabilità, le "regole" per il Calcolo delle Probabilità degli eventi com-

[9] Ovviamente l'aggettivo "dilettante" qui sta a significare semplicemente che Pascal e Fermat non erano matematici per professione.

posti a partire dalle probabilità degli eventi semplici componenti sono le medesime e possono essere stabilite in modo matematicamente rigoroso nel Calcolo delle Probabilità.

Christiaan Huygens, il fondatore della teoria ondulatoria della luce, nel 1657 nella sua opera *De ratiociniis in ludo aleae* (Sui ragionamenti nel giuoco dei dadi) ripropose in maniera più sistematica il contenuto del carteggio fra Pascal e Fermat, dando anche una risposta al quesito di Gombaud, non risolto da Pascal, di quale fosse la cifra equa da pagare a un giocatore per subentrargli in una data puntata.

Nel 1666 Gottfried Wilhelm von Leibniz pubblica la sua *Dissertatio de arte combinatoria*.

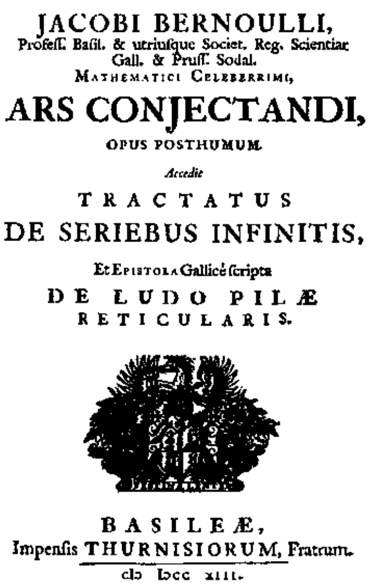
Il primo vero trattato sulla nuova scienza, però, sarà pubblicato soltanto nel 1713 con il titolo *Ars conjectandi* (figura 2) dal grande matematico Jacques (o Jacob) Bernoulli, che così scriveva:

> *Noi definiamo l'arte di congetturare, o stocastica, come quella di valutare il più esattamente possibile le probabilità delle cose, affinché sia sempre possibile, nei nostri giudizi e nelle nostre azioni, orientarci su quella che risulta la scelta migliore, più appropriata, più sicura, più prudente; il che costituisce il solo oggetto della saggezza del filosofo e della prudenza del politico.*

Nel 1812 il matematico e fisico francese Pierre Simon de Laplace apportò notevoli contributi allo sviluppo del Calcolo delle Probabilità nel suo trattato *Théorie Analytique des Probabilités.* Nello stesso periodo il grande matematico, astronomo e fisico Johann Friedrich Carl Gauss, assieme a Laplace, formulò la famosa "distribuzione normale" conosciuta con il nome di *distribuzione di Gauss-Laplace*, che costituisce uno dei cardini della statistica moderna.

Abbiamo usato finora il termine evento, senza chiederci qual è il suo significato. La risposta può variare secondo il tipo di definizione di probabilità che, come vedremo poco oltre, può essere di quattro tipi: classica, frequentista, assiomatica, soggettiva.Senza entrare nelle discussioni delle diverse accezioni di tale termine nelle quattro scuole di pensiero appena citate, possiamo appellarci al concetto intuitivo, anche se vago, che ognuno di noi ha del termine "evento": risultato di una prova, qualsiasi affermazione della quale sia verificabile il contenuto di verità, un fatto univoco e ben descrivibile. Un evento "semplice" non è scindibile (almeno per il nostro punto di vista) in altri eventi componenti. Viceversa, un evento "complesso" è un evento che può essere considerato formato da più eventi semplici. Il lancio di un solo dado dà luogo all'evento semplice "caduta del dado su una faccia"; il lancio contemporaneo di due dadi dà luogo all'evento composto dai due eventi semplici e indipendenti "caduta di ciascun dado su una faccia".

La nozione di probabilità - nata nell'ambito delle scommesse ai giochi


JACOBI BERNOULLI,
Profess. Basil. & utriusque Societ. Reg. Scientiar. Gall. & Pruss. Sodal.
MATHEMATICI CELEBERRIMI,
ARS CONJECTANDI,
OPUS POSTHUMUM.
Accedit
TRACTATUS
DE SERIEBUS INFINITIS,
Et EPISTOLA Gallicè scripta
DE LUDO PILÆ
RETICULARIS.

BASILEÆ,
Impensis THURNISIORUM, Fratrum.
cIↃ IↃCC XIII.

Fig. 2 – *Ars Conjectandi* di Jacob Bernoulli.

d'azzardo - per opera del fisico scozzese James Clerk Maxwell, intorno alla metà del secolo XIX, cominciò a entrare nel campo scientifico, trovando applicazioni in fisica, dove ebbe nel successivo secolo XX sempre più ampie e profonde applicazioni nello studio dei fenomeni delle particelle elementari (meccanica quantistica). Infine la statistica moderna, con tutti i suoi svariati campi d'applicazione (fisica, scienze mediche, biologia, scienze sociali, psicologia, ecc.) non esisterebbe senza il Calcolo delle Probabilità.

Da questi brevissimi cenni sulle origini del concetto matematico di probabilità, è possibile trarre alcuni elementi essenziali e specifici. L'origine di questa nuova scienza matematica, com'è evidenziato nei titoli dei primi libri intorno ad essa (Cardano, Galilei, Huygens), è il giuoco d'azzardo, e non ha quindi origini auliche come altri rami della matematica. Inoltre, già nel titolo del trattato di Jacob Bernoulli, si pone l'accento su un altro aspetto caratteristico della probabilità, insolito per la matematica: la nuova scienza è "arte del congetturare", che contrasta con l'assolutismo della verità matematica che ha imperato fin dall'antichità. La rivoluzione "relativista" del pensiero matematico, in base alla quale le asserzioni e i concetti matematici non hanno validità assoluta, bensì soltanto entro un certo sistema ipotetico-deduttivo, è una conquista del secolo XIX conseguente alla nascita delle geometrie non-euclidee, quindi posteriore al periodo in cui nasce il Calcolo delle Probabilità. In tale nuova scienza matematica, poi, si è ben consapevoli di trattare con contenuti che non hanno il marchio della certezza, ma al contrario dell'incertezza, essendo eventi e fatti "da provare", da dimostrare essere certi, ("probabile" deriva dal latino *probabilis*, che è ciò che deve essere *probatus*, cioè provato) in contrapposizione a quelli "provati", cioè dimostrati, propri di tutte le altre branche della matematica.

Tutto ciò pone questa nuova branca in una posizione particolare e alquanto singolare rispetto alle altre della matematica. All'uomo comune viene subito spontanea un'osservazione: com'è possibile che la matematica, scienza esatta per antonomasia, si occupi di ciò che a priori ha il marchio dell'incertezza, che è "ammissibile in base ad argomenti abbastanza sicuri" ma non completamente sicuri? «Il nome solo di Calcolo delle Probabilità è un paradosso: la probabilità, opposta della certezza, è ciò che non si sa, e come può calcolarsi ciò che non si conosce?» (Poincaré, 1950, p. 176). E non è strano che questa "matematica dell'incertezza" sia fondata, però, su una certezza: la consapevolezza dell'incertezza? L'uomo della strada, non condizionato dai pregiudizi matematici del passato, nella maniera più spontanea, oggi, penserebbe che una siffatta scienza non può avere quel carattere di "oggettività" proprio delle altre scienze matematiche, e non si scandalizzerebbe, anzi si meraviglierebbe del contrario, di fronte ad un suo approccio "soggettivista". Chi non sa di matematica dà quasi per scontato che, se si vuole dare un valore numerico alla probabilità, vale a dire all'aspettativa che un evento, non certo, si manifesti vero o si realizzi, l'unico modo "naturalmente" accettabile di farlo è in base a un criterio soggettivo. Così vorrebbe il buon senso comune. Se la Teoria della Probabilità fosse nata verso la fine del XIX secolo, tale punto di vista, "probabilmente", sarebbe stato adottato anche dai matematici, grazie ai profondi mutamenti critici del pensiero matematico iniziati in quel secolo con l'avvento delle geometrie non-euclidee e maggiormente sviluppatisi nel successivo secolo XX. Ma nella prima metà del secolo XVIII, quando la Teoria della Probabilità effettivamente nacque con l'*Ars Conjectandi* di Bernoulli, la mentalità matematica era ben diversa: i concetti matematici erano considerati veri in sé e per sé, e il loro valore era considerato oggettivo. Parlare di "soggettivo" in matematica era un non senso. Tutto questo spiega la "pretesa" di fondare la Teoria della Probabilità su una realtà che, com'è stato argutamente obiettato, è soltanto "artificialmente oggettiva", mentre di fatto non lo è. Dunque, non deve meravigliare che le prime definizioni che i matematici hanno proposto per la probabilità abbiano avuto l'ambizione di attribuire ad essa un valore oggettivo, indipendente dall'osservatore, quasi che essa fosse una proprietà intrinseca degli eventi ai quali viene riferita.

3. Le definizioni di probabilità classica, frequentista e assiomatica.

Diceva il matematico e filosofo americano Charles Sanders Pierce: «Questa branca della matematica, la probabilità, è la sola, credo, in cui anche validi autori hanno dato spesso risultati erronei». E ancora Bertrand Russell ironicamente: «Il concetto di probabilità è il più importante della scienza moderna, soprattutto perché nessuno ha la più pallida idea del suo significato». Queste affermazioni mostrano, in maniera molto incisiva, che il terreno delle argomentazioni sulla probabilità è stato, e forse ancora è, molto "scivoloso". Ancor oggi, è possibile leggere vari sproloqui sulla probabilità, mascherati da quel mitico rigore matematico cui sempre ci si appella, anche ingiustificatamente, per dar consistenza alle nostre argomentazioni. Le definizioni che illustreremo si riferiscono tutte a eventi semplici.

3.1 La definizione classica

La prima definizione matematica di probabilità, detta perciò "classica", si trova esplicitamente indicata nel Libro II del trattato *Théorie analytique des probabilités*[10] pubblicato nel 1812 dal matematico francese Pierre Simon de Laplace (de Laplace, 1820, p. 181):

> *On a vu dans l'Introduction que la probabilité d'un événement est le rapport du nombre des cas qui lui sont favorables au nombre de tous les cas possibles, lorsque rien ne porte à croire que l'un de ces cas doit arriver plutôt que les autres, ce qui les rend, pour nous, également possibles. (Come abbiamo visto nell'Introduzione la probabilità di un evento è il rapporto tra il numero di casi favorevoli ad esso e il numero di tutti i casi possibili, quando non c'è nul-*

[10] Il trattato era diviso in due libri: *Calcul des Fonctions géneratrices* e *Théorie générale des probarilités*. Raccoglieva articoli scritti da Laplace fin dal 1774.

> *la che ci faccia credere che un caso dovrebbe verificarsi piuttosto che qualsiasi altro, in modo che questi casi siano, per noi, ugualmente possibili).*

La definizione data da Laplace in realtà non era nuova perché, come abbiamo già visto, era stata già utilizzata da Cardano e Galilei anche se non espressa in maniera esplicita.

Ovviamente l'aggettivo "favorevole" non è riferito al contenuto dell'evento, bensì alla nostra attesa che esso si realizzi: favorevole è semplicemente l'evento su cui fissiamo l'attenzione, che ci attendiamo che si realizzi o che sia vero, di cui vogliamo valutare numericamente (con la probabilità) la possibilità di accadere o di essere vero, indipendentemente dal fatto che sia o no un evento piacevole o vantaggioso. Essa, a volte, è detta anche "definizione per partizione", poiché implica una partizione dell'insieme di tutti gli eventi possibili nei due sottoinsiemi degli eventi favorevoli e degli eventi non-favorevoli. Questa definizione ha un dominio di applicazione limitato da due condizioni:

1) è applicabile soltanto in tutti i casi in cui è possibile conoscere quali e quanti sono gli eventi che si possono realizzare e quali e quanti sono quelli favorevoli;

2) gli eventi possibili devono avere tutti la stessa probabilità, vale a dire non ci deve essere nessun motivo che favorisca la realizzazione dell'uno piuttosto che dell'altro.

Il classico esempio di applicazione di questa definizione è il lancio di una moneta, perfettamente "equilibrata" o "simmetrica", nel senso che non ci sia maggior concentrazione di massa su una faccia piuttosto che sull'altra, che favorirebbe la caduta della moneta su una delle due facce. Gli eventi possibili sono due (testa, croce), mutuamente escludentisi, mentre l'evento favorevole è uno dei due (o testa o croce). Si esclude il caso, che in realtà potrebbe verificarsi, che la moneta cada di taglio, senza presentare quindi nè testa nè croce. In questa scelta si utilizza già, in maniera "sottaciuta", una valutazione di probabilità molto piccola che la moneta cada di taglio, tale da giustificare l'esclusione a priori che l'evento accada, concludendo che la probabilità che in un lancio la moneta cada presentando croce o testa ("o" esclusivo) sia dunque 1/2.

La presenza dell'aggettivo "equiprobabile" rende difettosa questa definizione dal punto di vista logico, chiudendola in un circolo vizioso, poiché essa fa uso dello stesso concetto di probabilità che "pretende" di definire: «Eccoci dunque costretti a definire il probabile col probabile. Come sapremo che due casi possibili sono ugualmente probabili? Sarà per una convenzione?» (Poincaré, 1950, p. 176). Usualmente, tale anomalia è superata ricorrendo al Principio della Ragion Non Sufficiente o Principio d'Indifferenza,[11] introdotto da Pierre Simon de Laplace, per il quale gli eventi vanno intesi come equiprobabili se non si può formulare nessuna ragione per credere il contrario, in quanto si presume che vi sia simmetria perfetta rispetto ai casi possibili. Ma è chiaro che anche una siffatta giustificazione non è del tutto soddisfacente e attira facilmente critiche ben fondate: il non essere in grado di formulare ragioni in contrario non esclude che in realtà ve ne siano.

3.2 La definizione frequentista

La definizione classica di probabilità presuppone la possibilità di eseguire "virtualmente", e non materialmente, l'esperimento o prova che può dar luogo all'evento atteso, individuando tutti i possibili esiti, e fra questi quelli in cui si presenta l'evento in considerazione, dal semplice esame dell'oggetto protagonista dell'evento: il lancio di un dado può essere facilmente immaginato e con esso i suoi possibili risultati, eventi croce o testa, anche senza materialmente effettuare l'esperimento, perché l'esame

---

[11] Da non confondersi con il Principio di Ragion Sufficiente di Leibniz, secondo il quale "nulla accade senza che vi sia ragione perché accada proprio così invece che altrimenti"

dell'oggetto "dado" ci consente di sapere quali essi sono.[12] Ma tale possibilità riguarda soltanto un limitato sottoinsieme dell'universo di tutti i casi reali, nella maggior parte dei quali, invece, non è applicabile la definizione classica di probabilità.

In molte situazioni reali, infatti, l'evento di cui vogliamo calcolare la probabilità non può essere generato da un esperimento virtuale, ma, al contrario, può manifestarsi soltanto "a posteriori", con l'esperienza effettiva. Occorre, dunque, compiere materialmente gli esperimenti che generano l'evento. Utilizzando i risultati ottenuti, viene spontaneo calcolare il rapporto fra il numero di esiti positivi dell'esperimento (quelli in cui si presenta l'evento atteso) e il numero totale delle prove, cioè la frequenza relativa dell'evento, rapporto che caratterizza bene la "presenza" di questo nella totalità degli esperimenti compiuti. In situazioni di questo tipo si è tentati di riproporre l'applicazione della definizione classica identificare i casi favorevoli con gli esiti positivi delle prove e i casi possibili con le prove effettuate. In questi casi, però, c'è una sostanziale differenza rispetto alle situazioni in cui è applicabile la definizione classica: ora infatti i casi possibili sarebbero "soltanto" le prove finora effettuate, che non esauriscono tutte quelle effettuabili, che sono infinite, e analogamente i casi favorevoli sarebbero "soltanto" gli esperimenti finora effettuati che hanno generato l'evento atteso. In altre parole, nella definizione classica di probabilità gli eventi favorevoli e possibili sono "tutti" quelli che effettivamente sono favorevoli e possibili; nelle nuove situazioni investigate, invece, essi sono quelli "finora esperiti" e quindi risultano variabili secondo il numero di prove effettuate, che è necessariamente una scelta dello sperimentatore. Qualunque sia il numero di esperimenti da questi deciso, le prove non ancora fatte, ma fattibili, costituiscono altrettanti casi possibili, fra i quali potranno esserci altri casi favorevoli. Pertanto, se assumessimo *tout court* come probabilità la frequenza relativa

[12] Si consideri, però, l'osservazione precedente relativa alla possibilità della caduta del dado di taglio.

dell'evento, avremmo una probabilità variabile perché dipendente dal numero di esperimenti effettuati, che è variabile, contrariamente all'unicità del valore calcolato con la definizione classica. Ciò che possiamo investigare è, invece, se esistono condizioni che autorizzano tale assunzione entro un grado di approssimazione accettabile, consapevoli quindi che dovremmo accontentarci di un valore "approssimativo" di probabilità, che non può essere rigorosamente unico come nella definizione classica.

A tale scopo, occorre prendere in considerazione i casi in cui è calcolabile la probabilità per partizione, effettuando "realmente" un certo numero di prove. Consideriamo il solito lancio di una moneta. Ebbene, effettuando più lanci della moneta, "cercando" di mantenere inalterate le condizioni sotto cui essi avvengono, si può osservare che all'aumentare del loro numero, la frequenza relativa dell'evento "croce" (e lo stesso vale per l'evento complementare "testa") tende a stabilizzarsi attorno a un valore molto prossimo alla probabilità (0,5 o 50%) calcolata con la definizione classica. Tale tipo di esperimento si può ripetere in tutti i casi ai quali è applicabile quest'ultima. Eseguendo successive serie di esperimenti, in ciascuna delle quali si aumenta progressivamente il numero di esperimenti, si osserva che all'aumentare del numero di questi, il valore della frequenza relativa dell'evento considerato tende a stabilizzarsi attorno a uno stesso valore: è la cosiddetta "legge empirica del caso" o "legge empirica dei grandi numeri". Tale legge, spesso, erroneamente è confusa con il teorema di Bernoulli:

$$\lim_{N\to\infty} \mathrm{P}\left\{\left|\left(\frac{\mathrm{n}}{\mathrm{N}}\right)-\mathrm{p}\right|<\varepsilon\right\}=1$$

che asserisce semplicemente che aumentando indefinitamente il numero N di prove, tende alla certezza (P = 1) che la probabilità della frequenza relativa dell'evento scarti dalla probabilità classica p per meno di un numero positivo ε comunque piccolo. Questo teorema, qualche volta, viene erroneamente utilizzato come anello di congiunzione fra le definizioni classica e frequentista di probabilità, come è stato acutamente criticato da Bruno de Finetti:

> *… non si sfugge al dilemma che la stessa cosa non si può assumere prima per definizione e poi dimostrare come teorema, né alla contraddizione di una definizione che assumerebbe una cosa certa mentre il teorema afferma che è soltanto molto probabile.*

L'unico anello di congiunzione plausibile fra probabilità per partizione e frequenza relativa è invece la semplice e più onesta legge empirica del caso, in virtù della quale risulta "plausibile" ribaltare i termini dell'osservazione sperimentale, e "assumere" come probabilità la frequenza relativa dell'evento determinata per un numero "abbastanza grande" di esperimenti, in tutti quei casi in cui è possibile "ripetere a pari condizioni" l'esperimento. Questo valore limite, nel senso non matematico ma sperimentale, viene assunto come valore della probabilità nella definizione frequentista. Esso, non essendo un "limite" in senso matematico, non è determinabile tramite operazioni matematiche, bensì tramite un numero teoricamente infinito di esperimenti, in aperto contrasto con il modo operativo sperimentale che conosce soltanto il "finito", per cui in pratica è determinabile con un "opportuno" numero finito di esperimenti.

Secondo la definizione frequentista dunque,[13] " la probabilità di un evento è il rapporto fra il numero di esperimenti in cui esso si è verificato e il numero totale di esperimenti eseguiti nelle stesse condizioni, essendo tale numero opportunamente grande". Quale debba essere in pratica tale numero non è determinabile a priori, ma è solo lo sperimentatore che può definirlo, in base alla legge empirica dei grandi numeri, che lo autorizza a porre fine all'esecuzione degli esperimenti quando rileva che la frequenza relativa dell'evento presenta oscillazioni sempre più piccole: il valore medio di queste è assunto come valore della probabilità (figura 3). E tale

[13] Proposta da Richard von Mises, Hans Reichenbach e Guido Castelnuovo agli inizi del secolo XX.

decisione non può che essere soggettiva, approssimativa e variabile da sperimentatore a sperimentatore e, anche per uno stesso sperimentatore, ancora variabile da una serie di esperimenti all'altra (perché, per esempio, non è mai possibile mantenere perfettamente identiche le condizioni sotto cui avviene la prova, per cui il numero di esperimenti oltre il quale le oscillazioni della frequenza relativa diventano "sempre più piccole" cambierà per lo stesso sperimentatore da una serie di esperimenti all'altra). La probabilità, in tale definizione, dipende dunque non soltanto dal numero di esperimenti fatti ma anche dalla valutazione di identità delle condizioni operative, per cui non è univocamente determinabile ed è affetta da errore sperimentale, come la misura di una qualunque altra grandezza fisica.

La definizione frequentista, essendo fondata su un'operatività sperimentale, non richiede che gli esiti dell'esperimento siano equiprobabili e quindi ha il pregio di superare il limite fondamentale di quella classica, per la quale invece tale requisito è indispensabile. È opportuno, però, rilevare che la legge dei grandi numeri giustifica, sperimentalmente, di assumere la frequenza relativa come probabilità nei casi per i quali la sim-

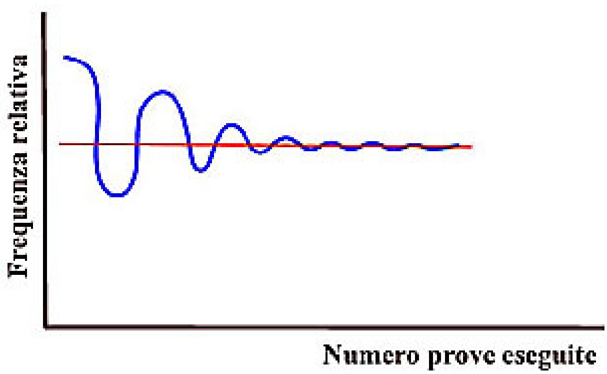


Figura 3 – Frequenza relativa di un evento versus numero di prove eseguite.

metria (vale a dire l'equiprobabilità) degli esiti possibili renderebbe applicabile la definizione classica. Pertanto, l'estensione della definizione frequentista ai casi in cui quella di Laplace non è applicabile è un'estrapolazione che ha una certa arbitrarietà. Inoltre, stando sempre alle sue giustificazioni "sperimentali", la definizione frequentista dovrebbe essere applicata soltanto ad eventi ripetibili, ovvero generati da esperimenti ripetuti esattamente nelle stesse condizioni quante volte si voglia. Tuttavia, in pratica, specialmente in statistica, la frequenza relativa è assunta come probabilità di eventi che non hanno tali caratteristiche, bensì hanno la connotazione di "accadimenti" avvenuti nel passato e non riproducibili quante volte si voglia "in laboratorio", nel presente o nel futuro. Un esempio servirà a chiarire quanto detto. Volendo dare oggi una stima della probabilità alla mortalità scolastica nel primo biennio della facoltà d'ingegneria, lo statistico otterrà tale valore come frequenza relativa dell'evento "abbandono degli studi da parte di studenti d'ingegneria entro il secondo anno", riferendosi ad un determinato periodo del passato, per esempio dal 1990 al 2018. A tale scopo, prenderà in considerazione il numero di iscritti a ingegneria in quel periodo e dividerà per esso il numero di studenti che nello stesso periodo hanno abbandonato gli studi entro il secondo anno. È vero che potrebbe prendere in considerazione altri periodi di tempo, il che equivarrebbe a scegliere in qualche modo il numero di "esperimenti" (che in realtà sono invece accadimenti), ma la sua è sempre una scelta condizionata, poiché non può scegliere a piacere il numero di anni cui riferire la sua indagine, anzi può capitargli di avere a disposizione un solo campione di dati numericamente non rappresentativo. In tutte queste situazioni, si fa una forzatura, utilizzando come probabilità la frequenza relativa di eventi per loro natura legati esclusivamente al passato e quindi non ripetibili.

3.3 La definizione assiomatica

Alcuni matematici,[14] sotto la spinta dell’assiomatismo, hanno proposto una definizione assiomatica della probabilità fondata su tre definizioni e tre assiomi. Le definizioni sono:

- una prova è l’esecuzione di un esperimento “ripetibile”, nel senso che deve essere possibile ripeterlo nelle stesse condizioni, e con esito “aleatorio”, vale a dire non prevedibile con certezza, qualunque possono essere i nostri sforzi d’indagine;
- l’insieme dei possibili esiti di una prova si dice universo o spazio campione U;
- un evento E è un qualsiasi sottoinsieme dell’universo U. Lo spazio degli eventi S è l’insieme degli eventi d’interesse, e quindi, in generale, è un insieme di insiemi. Per esempio, con riferimento al lancio dei dadi, i cui esiti possibili sono testa (T) e croce (C), e quindi è $U = \{T,C\}$, si può assumere come spazio degli eventi S l’insieme delle parti $\{T\}$, $\{C\}$, $\{Ø\}$, $\{T,C\}$ dell’universo U che comprende anche l’insieme vuoto $\{Ø\}$ e U stesso.

In particolare se E é costituito da un solo esito si dice evento elementare, mentre se é costituito da più esiti, si dice evento composto. L’universo U è anche l’evento certo, poiché è costituito da tutti gli esiti possibili. Ad ogni esito si può associare un punto di uno spazio euclideo a n dimensioni; U è pertanto lo spazio i cui punti rappresentano tutti e soli gli esiti possibili di una prova, mentre un evento E è un sottoinsieme di tale spa-

[14] Il primo a esporre una teoria assiomatica coerente e sistematica della probabilità è stato il matematico russo Andrei Nicolaievič Kolmogorov nel 1933, con la sua monografia *Grundebegriffe der Wahrscheinlichkeitrechnung* (*Fondamenti del calcolo delle probabilità*), soddisfacendo in parte le richieste di David Hilbert di dare una fondazione assiomatica alla teoria della probabilità.

zio, cioè è costituito da una parte dei punti di U, potendo ridursi a un solo punto nel caso di evento elementare.

Per fissare le idee, si pensi al lancio di un dado, di due dadi, di tre dadi, ...di n dadi: l'esito della prova è rispettivamente il numero, la coppia di numeri, la terna di numeri ...l'ennupla di numeri delle facce dei dadi rivolte verso l'alto. Dunque, ad ogni esito si può associare un numero, una coppia di numeri, una terna di numeri, una ennupla di numeri, che possono essere intesi come coordinate di uno spazio euclideo a 1, 2, 3, ...n dimensioni. Se, per esempio, nel lancio di un dado l'evento è l'uscita del numero 2, si ha l'evento elementare $E = \{2\}$, mentre se l'evento considerato è l'uscita di un numero pari si ha l'evento composto $E = \{2, 4, 6\}$, vale a dire l'evento occorre se l'esito del lancio del dado è uno dei numeri 2, 4, 6. Nel caso di eventi composti, due eventi si dicono compatibili quando la loro intersezione è un insieme non vuoto: $E_1 \cap E_2 \neq \emptyset$ (quindi hanno almeno un evento semplice in comune)**,** incompatibili quando invece la loro intersezione è un insieme vuoto: $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ (quindi non hanno alcun evento semplice in comune).

Due eventi incompatibili sono, per esempio, gli eventi testa e croce nel lancio di un dado, l'uno escludendo l'altro; due eventi compatibili, invece, sono l'uscita di una figura e di una carta di cuori nell'estrazione di una carta da un mazzo, potendo una carta di cuori essere anche una figura.

La probabilità assiomatica è una funzione d'insieme[15] P definita sullo spazio degli eventi S, ovvero è una legge in grado di assegnare ad ogni evento E appartenente ad **S** un numero che soddisfa i tre assiomi di Kolmogorov:

---

[15] Cioè una funzione definita non su un insieme numerico bensì su un insieme di insiemi.

1) la probabilità di un evento E è un numero reale non negativo: $0 \leq P(E) \in \mathbb{R} \leq 1$;
2) la probabilità di un evento certo è 1: $P(U) = 1$ (U è per definizione l'evento certo);
3) la probabilità di un evento composto dagli eventi semplici E_1 e E_2 incompatibili **($E_1 \cap E_2 = \emptyset$)** è la somma delle probabilità di E_1 e di E_2: $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$.

Così introdotta, la probabilità è formalmente definita come misura di un insieme, e rientra pertanto come caso particolare nella più generale Teoria della misura, potendo essere interpretata come misura normalizzata $P(E)$ dell'insieme-evento E (il suo valore è un numero compreso tra 0 ed 1, estremi inclusi).

L'impostazione assiomatica della probabilità è accattivante per il suo rigore formale, con cui è possibile dedurre tutta la teoria della probabilità dalle premesse (definizioni, assiomi), soddisfacendo pienamente lo spirito deduttivo del matematico, ma ha un grosso difetto: non definisce cos'é in realtà la probabilità. Infatti, come in qualunque teoria assiomatica, la probabilità non è definita nella sua natura, ma è definita soltanto implicitamente come "un" (e non "quel") numero reale non negativo che soddisfa i tre assiomi di Kolmogorov. Tale numero dipende dalla funzione d'insieme scelta, in altri termini il valore della probabilità assiomatica dipende dal criterio scelto per la misura dell'insieme-evento. Insomma, si ha una situazione analoga alla geometria euclidea, in cui il punto, la retta e il piano non sono definiti esplicitamente, ma implicitamente attraverso le loro mutue relazioni (assiomi), per cui, come paradossalmente diceva David Hilbert, i punti, le rette e i piani potrebbero in realtà essere anche bicchieri, posate o quant'altro, purché soddisfacenti gli assiomi euclidei.

La teoria assiomatica della probabilità, oltre il rigore logico, ha un altro pregio. Riportando le considerazioni sugli eventi a calcoli sugli insiemi corrispondenti, attraverso il concetto di probabilità come misura normalizzata dell'insieme-evento, consente la determinazione della probabilità in casi in cui non é possibile applicare la definizione classica, come per esempio quando è infinito non numerabile[16] sia il numero degli esiti possibili sia il numero di quelli favorevoli. In altre parole, la probabilità assiomatica può fornire una risposta a quesiti del tipo: quale è la probabilità che un ago, imperniato ad una sua estremità nel centro di un cerchio, cada entro un determinato settore di questo, per esempio di 30°? È chiaro, infatti, che assumendo come eventi elementari le posizioni assunte dall'ago quando si ferma, sia quelle entro l'intero cerchio (eventi possibili) sia quelle entro il settore considerato di 30° (eventi favorevoli) sono infinite non numerabili, perché costituiscono un *infinitum continuum*: la probabilità sarebbe data quindi dal rapporto ∞ / ∞ che è una forma indeterminata. Invece, con la teoria assiomatica, la probabilità può essere assunta come la misura normalizzata dell'insieme degli esiti favorevoli, vale a dire il rapporto fra la misura del settore entro cui ci si aspetta che l'ago cada (30°) e la misura dell'angolo giro corrispondente all'intero cerchio (360°), che costituisce l'universo U, e quindi P = 30°/360° = 8,3%

4. Le critiche della scuola soggettivista

Le definizioni di probabilità fin qui date, pur risultando proficue in numerosi casi, offrono il fianco a varie critiche:

1) sono ottenute sulla base unicamente di eventi già accaduti o ripetibili e quindi non sono applicabili a quella stragrande maggioranza di casi in cui gli eventi di cui vogliamo stimare la probabilità non sono mai accaduti oppure sono per loro

[16] "Non numerabile" significa che non può essere posto in corrispondenza biunivoca con l'insieme dei numeri naturali 1,2,3,... Un'infinità numerabile è discreta in quanto costituita da una distribuzione discontinua di infiniti elementi; una infinità non numerabile è continua perché è costituita da una distribuzione continua di infiniti elementi (per esempio i punti di un segmento).

stessa natura irripetibili. Per esempio, è palese a tutti che con nessuna delle definizioni finora date (classica, frequentista, assiomatica) è possibile stabilire la probabilità di eventi del tipo: domani pioverà, il prossimo presidente della repubblica italiana sarà una donna, nel 2020 nasceranno gli Stati Uniti d’Europa, il prossimo papa sarà africano. Di fatto, è relativamente a casi di questo tipo che nella vita di tutti i giorni siamo maggiormente stimolati a esprimere una nostra “ragionevole” previsione e quindi a stabilirne la probabilità;

2) la ripetibilità degli esperimenti è un’utopia, perché in realtà nessun esperimento è perfettamente ripetibile in quanto non è possibile mantenere rigorosamente identiche le condizioni sotto cui è ripetuto;

3) le definizioni per partizione (classica) e in base alla frequenza relativa non sono vere definizioni, ma metodi per ottenere il valore della probabilità, sono quindi tutt’al più definizioni operative e non dicono nulla sulla vera natura della probabilità; la definizione assiomatica, infine, non è operativa ed è una definizione implicita per assiomi, che nulla quindi può dire su “cosa è” la probabilità;

4) ad onta della loro pretesa oggettività, sono in esse presenti elementi soggettivi che dipendono dal soggetto che valuta la probabilità: la valutazione della equiprobabilità degli eventi possibili nella definizione classica, la scelta del numero di esperimenti da effettuare e la valutazione della identità delle condizioni sperimentali in quella frequentista, la scelta della funzione d’insieme che fornisce la misura dell’insieme-evento nella definizione assiomatica;

5) si allontanano dal senso comune originario di probabilità, che è ben evidenziato invece nelle definizioni “non matematiche” del vocabolario Zingarelli, che sottintendono un punto di vista

squisitamente soggettivo che senz'altro riscuote il consenso dell'uomo comune

.

Parlare di soggettivismo, in genere, non è stato ben accetto da matematici e scienziati, abituati da sempre a pensare in termini oggettivi, fin quando Bruno de Finetti, nel secolo scorso, molto scettico nei confronti degli atteggiamenti decisamente deterministici e assolutisti della scienza tradizionale, si è imposto al mondo scientifico internazionale come strenuo e originale propugnatore del soggettivismo nel campo della probabilità,[17] criticando il "presunto" rigorismo e oggettivismo delle vecchie definizioni di probabilità (de Finetti, 1974b):

> *Esse non definiscono nulla; peggio ancora nascondono, con sproloqui e arcane definizioni, colme di fumo e di vuoto, il vero senso in cui il termine è usato dall'ultimo uomo della strada... La cosiddetta definizione basata su partizioni in casi ugualmente probabili richiede sia già acquisito, in senso soggettivo, il concetto di uguale probabilità. E quella basata sulle frequenze richiede il medesimo circolo vizioso ed in più un'intuizione (necessariamente* grossolana) di un nesso tra osservazione di frequenze e valutazioni di probabilità, nesso di cui soltanto un'adeguata elaborazione della teoria delle probabilità (soggettive) permette di stabilire il significato in base ad effettiva analisi delle circostanze in gioco.

In tale spirito Bruno de Finetti diede la quarta e fondamentale definizione di probabilità:«grado di fiducia di un dato soggetto, in un dato istante e con un dato insieme di informazioni, riguardo al verificarsi di un dato evento» (de Finetti, 1970, vol.1. p. 6) .

---

[17] Anche il logico inglese Frank Ramsey (*The foundations of mathematics and other logical essays*, 1931) giunse, indipendentemente da de Finetti, a una concezione soggettivista della probabilità.

Questa definizione della probabilità riporta il significato di probabilità alla comune accezione dell'uomo della strada.

La definizione soggettiva non è una definizione "operativa", nel senso che non indica una procedura specifica per assegnare alla probabilità un valore numerico, salvo che dovrà essere un valore (compreso fra 0 e 1) tanto più vicino a uno quanto maggiore è la nostra convinzione che l'evento si verifichi, e tanto più vicino a zero quanto maggiore è la nostra convinzione che l'evento non si verifichi.

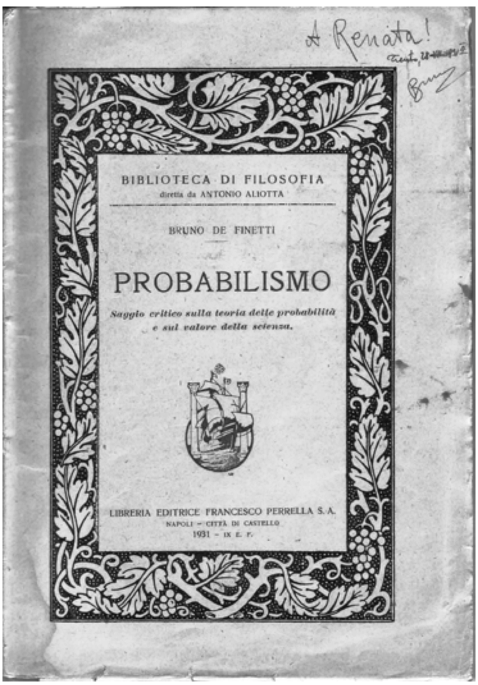


Fig. 4 – Bruno de Finetti, *Probabilismo* con la dedica di Bruno de Finetti alla moglie Renata (1930). Fotografia tratta da Fulvia de Finetti e Luca Nicotra, *Bruno de Finetti, un matematico scomodo*, Belforte, 2008.

Secondo lo schema delle scommesse, prediletto dalla impostazione soggettivista di de Finetti, il valore assegnato alla probabilità di un evento è il rapporto tra la "posta" di chi valuta la probabilità e la somma delle "poste" dei due scommettitori.

Così, per esempio, se Giovanni è disposto a scommettere 3 contro 1 che il cavallo Destriero vincerà la prossima corsa, significa che il suo avversario è invece disposto a scommettere 1 contro 3 che quel cavallo vincerà: la probabilità che Giovanni attribuisce alla vittoria di Destriero, quindi, è per lui, ¾, vale a dire il 75%, mentre per il suo avversario è ¼, pari al 25%. In altri termini la scuola soggettivista di de Finetti e Ramsey, provocatoriamente, assegna alla probabilità di un evento il valore numerico pari «alla massima somma di denaro che un soggetto razionale è disposto a scommettere a fronte di una vincita lorda unitaria». La "posta" impegnata nella definizione di de Finetti può essere determinata in svariati modi (simulazioni al computer, calcoli scientifici, calcoli combinatori, frequenza relativa, valutazioni puramente intuitive, rapporto casi favorevoli/casi possibili, ecc.), ma sempre in maniera "equa e coerente con le informazioni" possedute dal soggetto che valuta la probabilità.[18]

La definizione soggettivista di probabilità, dunque, non rigetta le precedenti definizioni, ma le recupera sottraendole all'errata pretesa di oggettivismo, per utilizzarle più ragionevolmente e realisticamente in ottica sggettivista, come scelte non necessarie, bensì ritenute utili da chi deve dare un valore alla probabilità, in base alle "sue" informazioni o al "suo" intuito. Il soggettivismo in essa presente non è pertanto "arbitrarietà", come a volte è frainteso da alcuni, ma l'espressione dell'opinione del soggetto che valuta la probabilità, coerente con le informazioni, di qualunque tipo, di cui egli dispone sull'evento, comprendendo fra esse anche la conoscenza di diverse valutazioni della probabilità dell'evento espresse da altri soggetti o, perfino, la mancanza di qualunque informazione.

Le tecniche di calcolo messe a punto da Bruno de Finetti sono tali da consentire di ricavare, in maniera coerente con le premesse, il valore della probabilità e pertanto sono "oggettive", pur essendo le premesse stesse soggettive, in accordo con l'osservazione, precedentemente data in queste pagine, sulla sostanziale differenza fra il calcolo delle probabilità, cha ha valore oggettivo, e i metodi per la definizione di probabilità, che possono variare. La definizione di probabilità dello Zingarelli: «La misura in cui si giudica che un avvenimento sia realizzabile o probabile», che a

[18] Sarebbe qui troppo lungo illustrare il significato della frase «equa e coerente con le informazioni», per il quale si rimanda alle trattazioni specialistiche sulla probabilità soggettiva.

prima vista può sembrare poco scientifica, contiene, invece, proprio i tre elementi essenziali che caratterizzano la definizione più generale di probabilità data da de Finetti: misura, giudizio e realizzabilità.

La definizione definettiana ha il pregio innegabile di fornire “sempre” un valore della probabilità, anche nei casi in cui l’evento non è ripetibile, non è mai accaduto o le informazioni disponibili sono molto scarse o inesistenti. Inoltre, è notevole constatare che esistono casi in cui alcuni eventi sono composti di altri ai quali, in base alle precedenti definizioni, non sarebbe possibile assegnare alcun valore di probabilità e che, d’altra parte, la probabilità di tali eventi complessi risulta poco influenzata dalle probabilità assegnate agli eventi componenti. Di conseguenza, non ha molto senso discutere sulla “attendibilità” dei valori di probabilità assegnati agli eventi elementari, mentre è essenziale prendere l’iniziativa di assegnare in qualche modo tali valori. L’approccio soggettivista consente di sbloccare brillantemente tali situazioni, applicando il calcolo delle probabilità laddove sarebbe impossibile con le altre definizioni di probabilità. Bruno de Finetti applicò le sue vedute probabilistiche anche in psicologia, a molti aspetti dell’istinto, del subconscio e dell’intuizione, ai quali riconobbe sempre un ruolo decisivo nel processo della scoperta matematica. Una curiosità: egli pose in evidenza, per esempio, la manifestazione di un certo senso

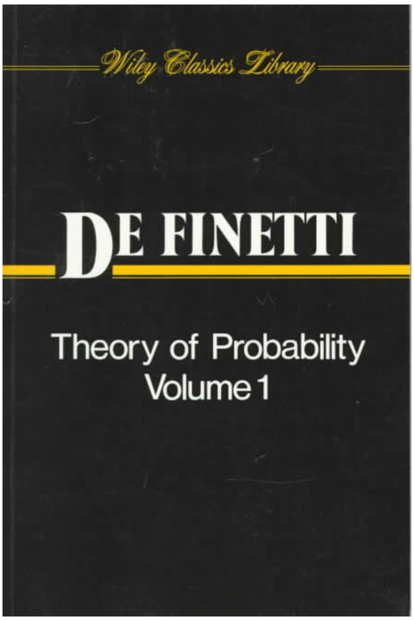


Fig. 5 – Il primo volume di Teoria della Probabilità nell’edizione inglese.

della probabilità da parte dei cinghiali quando, inseguiti dai cacciatori, cercano di trovare una via di scampo.

Il soggettivismo di de Finetti è frutto essenzialmente di quell'assenza di rigidezza mentale, che è cosa ben diversa dal rigore, che ha sempre contraddistinto il suo pensiero, caratterizzando il matematico italiano come acerrimo e autorevole nemico di ogni forma stereotipata di schemi mentali.

Nel passato, pur essendo ben lontano da un approccio soggettivista, già il grande matematico francese Simone de Laplace nel 1814, nel suo *Essai philosophique des probabilités*, aveva espresso idee tutt'altro che rigide sulla probabilità: «In fondo la teoria delle probabilità è soltanto senso

Fig. 6 - Targa commemorativa accanto al portone d'ingresso della casa natale di Bruno de Finetti a Innsbruck. In testa si legge la famosa frase: La probabilità non esiste.

comune espresso in numeri». Il "senso comune", si sa, non è qualcosa di determinato secondo rigide leggi, ma è soprattutto "opinione" ragionevole. Tale affermazione, dunque, già allora apriva una strada in fondo alla quale non è difficile scorgere la visione soggettivista della probabilità.

La probabilità, con Bruno de Finetti, ritorna alle sue origini, delle scommesse e della concezione spontaneamente soggettiva dell'uomo della strada. È il frutto del suo effettivo "realismo" (ben diverso dal presunto realismo degli oggettivisti della probabilità!), della sua disarmante onestà e semplicità scientifica, che rigetta sdegnosamente i falsi idoli, da chiunque vengano creati (de Finetti B., 1969, p. 94):

> *Sul piano accademico alligna in genere la civetteria di voler separare e collocare su uno sgabello più onorifico o certe speciali cose o certi linguaggi più pomposi per trattare di comuni cose, in modo da riservare a ciò che si colloca sullo sgabello, e negare a ciò che si lascia sul pavimento, la qualifica di scienza. Molti dei criteri di separazione adottati a questo scopo e delle discussioni cui conducono hanno indubbiamente valore e interesse da qualche punto di vista, [...] ma ogni erezione di una qualunque siffatta distinzione a criterio di discriminazione accademica costituisce una mutilazione suicida: si uccide la scienza che è vita cui nulla è precluso, collocando al suo posto un feticcio imbalsamato e gonfio di cattedratica boria.*

E ancora (de Finetti B. , 1980, p. 1146):

> *La probabilità: chi è costei? Prima di rispondere a tale domanda è certamente opportuno chiedersi: ma davvero 'esiste' la probabilità? e cosa mai sarebbe? Io risponderei di no, che non esiste. Qualcuno, cui diedi questa risposta (ribadita, col motto in tutte maiuscole - PROBABILITY DOES NOT EXIST- nella prefazione all'inglese di Teoria delle probabilità [1970]), mi chiese ironicamente perché mai, allora, me ne occupo.*
>
> Mah! Potrei anche dire, viceversa e senza contraddizione, che la probabilità regna ovunque, che è, o almeno dovrebbe essere, la nostra 'guida nel pensare e nell'agire', e che perciò mi interessa. Soltanto, mi sembra improprio, e perciò mi urta, vederla concretizzata in un sostantivo, 'probabilità', mentre riterrei meglio accettabile e

più appropriato che si usasse soltanto l'aggettivo, 'probabile', o, meglio ancora, soltanto l'avverbio, 'probabilmente'.

Dire che la probabilità di una certa asserzione vale 40 per cento appare - purtroppo! - come espressione concreta di una verità apodittica. Non pretendo né desidero che tale modo di esprimersi vada bandito, ma certo è che l'asserzione apparirebbe assai più appropriatamente formulata se la si ammorbidisse dicendo, invece, che quel fatto lo si giudica 'probabile al 40 per cento', o, meglio ancora (a parte che suona male) , che ci si attende ' al 40 per cento- probabilmente' che sia o che risulti vero.

5. Il valore della Scienza

Certo, non si potrà ammettere il determinismo; non si potrà ammettere l'esistenza, in quel famoso preteso regno di tenebre e di mistero, di leggi immutabili e necessarie che regolano l'universo, e non si potrà ammettere che ciò sia vero per il semplice motivo che, al lume della nostra logica, ciò è privo di un significato qualsiasi. La scienza, intesa come scopritrice di verità assolute, rimane dunque, e naturalmente, disoccupata per mancanza di verità assolute. Se cade infranto il freddo idolo marmoreo di una scienza perfetta, eterna e universale, che noi potremmo cercare soltanto di sempre meglio conoscere, ecco in sua vece al nostro fianco una creatura viva, la scienza che il nostro pensiero liberamente crea. Creatura viva: carne della nostra carne, frutto del nostro tormento, compagna nella lotta e guida alla conquista." (de Finetti B., 1930).

Chi dei matematici ha l'idea di uomini freddi e calcolatori, rimarrà disorientato leggendo queste appassionate parole che il giovane de Finetti scrisse, appena ventitreenne, nel suo primo lavoro sulla teoria soggettiva delle probabilità, pubblicato nel 1930 nella collana di testi filosofici curata da Antonio Aliotta con il titolo *Probabilismo, saggio critico sulla teoria delle probabilità e sul valore della scienza*. I veri matematici hanno in sé lo spirito profondo della più grande arte del pensiero e non sono dissimili dagli artisti, anzi, come diceva il grande matematico tedesco Karl Weierstrass, «un matematico che non è anche un poeta non è un buon matematico». E non è un caso che Bruno de Finetti amasse molto la poesia e il teatro!

Le sue vedute soggettiviste, nate nell'ambito della Teoria della Probabilità, si estendono anche alla "oggettività" della ricerca scientifica. Il suo soggettivismo si colloca non come drastico rifiuto, bensì come realistico correttivo di un'arbitraria convinzione riguardo alla pretesa "oggettività" della scienza, secondo la quale essa sarebbe un attributo intrinseco alle cose, mentre, invece, altro non è che la condivisione, fra più esseri razionali, delle medesime informazioni, la coincidenza di soggettività, ossia una "intersoggettività" (de Finetti B., 1980, p. 1146):

> *Il guaio è che il realismo (come accuratamente osservò Jeffreys) ha il vantaggio che «il linguaggio è stato creato da realisti, e per di più da realisti molto 'primitivi'», ed è perciò che «noi abbiamo larghissime possibilità di descrivere le proprietà attribuite agli oggetti, ma scarsissime di descrivere quelle direttamente conosciute come sensazioni». Da ciò la mania (che forse per altri è invece indizio di saggezza, serietà, accuratezza) di assolutizzare, di concretizzare, di oggettivare perfino quelle che sono soltanto proprietà dei nostri atteggiamenti soggettivi. Non altrimenti si spiegherebbe lo sforzo di fare della Probabilità qualcosa di nobler than it is (sempre parole di Jeffreys), nascondendone la natura soggettiva e gabellandola per oggettiva.*

La visione soggettivista, dunque, è in aperto contrasto con il rigido determinismo in auge ai tempi del Circolo di Vienna e induce a rivedere il valore generalmente attribuito alle teorie scientifiche, secondo quanto da de Finetti stesso espresso:

> *È illusorio attribuire a una teoria o a una legge un significato apodittico, ma tuttavia esiste chiaramente un significato pragmatico in quanto essa induce ad attendere che certi fatti si svolgano nel*

modo che noi riteniamo conforme all'idea che di tale teoria o legge ci siamo fatti. La formulazione di una teoria, di una legge, è un anello - in certa misura infido perché metafisico ma tuttavia spesso necessario come tentativo di sintesi semplificativa di cose complesse – del processo mentale per cui passiamo dall'osservazione di fatti passati alla previsione di fatti futuri. In definitiva è solo dei fatti, dei singoli fatti, che ha senso parlare. È ai fatti, che (se sono futuri, e se comunque ne ignoriamo l'esito) possiamo attribuire una probabilità.

6. Una vita per la Scienza

Il primo Novecento è stato per l'Italia uno dei periodi più ricchi di personalità geniali, che hanno reso onore nel mondo al nostro Paese, in vari campi della cultura. Nel campo della scienza, in particolare, assistiamo a un vero e proprio fenomeno di concentrazione nel tempo di giovani ingegni che, in campi differenti, raggiungeranno le massime vette. E non mancano strane coincidenze di date e di eventi. Il 5 agosto 1906 nasce a Catania Ettore Majorana, il geniale fisico teorico della scuola di Fermi misteriosamente scomparso nel 1938, definito da Fermi stesso «fra tutti gli studiosi italiani e stranieri quello che per profondità di ingegno mi ha maggiormente colpito». Bruno de Finetti, oggi riconosciuto il più grande matematico italiano applicato del Novecento, nasce il 13 giugno 1906 ad Innsbruck, sotto

Fig. 7 – La casa natale di Bruno de Finetti a Innsbruck.

l’Impero Austro-Ungarico, da genitori italiani, in quel tempo residenti in Austria, essendo il padre, ingegnere civile e affermato progettista ferroviario, impegnato nella realizzazione della ferrovia Innsbruck-Fulpmes, detta *Stubaitalbahn*. Nel 1923, a soli 17 anni sia Majorana sia de Finetti intraprendono gli studi d’Ingegneria, il primo a Roma, il secondo a Milano. Entrambi, già avanti in tali studi, decidono di abbandonarli, per dedicarsi alla scienza pura, rispettivamente la Fisica e la Matematica.

E c’è di più, nello stesso periodo la medesima storica decisione è presa, in seguito agli incoraggiamenti da parte di Orso Mario Corbino ed Enrico Fermi, da altri due giovani destinati a rimanere negli annali della scienza: Edoardo Amaldi ed Emilio Segrè, futuro premio nobel per la fisica, anch’essi studenti della facoltà d’Ingegneria di Roma, passano alla facoltà di Fisica.

Ma torniamo al giovane de Finetti.[19] Iniziato il triennio di applicazione al Politecnico di Milano, la sua irrefrenabile vocazione e il suo straordinario talento per le matematiche pure e applicate s’impongono drammaticamente alla sua coscienza,[20] e sono tempestivamente scoperti anche dai grandi matematici Tullio Levi-Civita e Giulio Vivanti, suoi docenti universitari, che fortemente caldeggiano il suo passaggio alla facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali. Non ancora laureato, ha al suo attivo ben quattro pubblicazioni scientifiche. La prima di queste, suggeri-

[19] Le notizie biografiche qui riportate sono tratte essenzialmente da: Fulvia de Finetti,– Alcune lettere giovanili di B. de Finetti alla madre. *Nuncius, annali di storia della scienza, anno XV, 2000, fasc. 2,* Istituto e Museo di Storia della Scienza, Firenze; e da Luciano Daboni, Necrologio di Bruno de Finetti, *Bollettino della Unione Matematica Italiana*”, S. VII, vol. I-A (1 987), n. 2, pp. 283-308. Per altre notizie più dettagliate sull’infanzia e giovinezza di Bruno de Finetti si rimanda alla sua biografia completa (de Finetti F. e Nicotra, 2008).

[20] La decisione di abbandonare gli studi d’ingegneria e dedicarsi alla matematica fu particolarmente sofferta dal giovane Bruno, poiché ben sapeva che essa avrebbe addolorato la madre, che vedeva nella futura professione d’ingegnere del figlio non soltanto il confermarsi di una tradizione familiare ma anche una sicurezza economica e sociale.

tagli dalla lettura di alcuni articoli divulgativi del biologo Carlo Foà, contiene un'originale trattazione statistica sulla propagazione dei caratteri mendeliani. Il manoscritto viene letto prima dal Foà, poi dal Vivanti e dallo statistico Giorgio Mortara che lo invia a Corrado Gini, presidente dell'Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia, il quale, entusiasta dell'originalità e della profondità d'analisi del lavoro, nel 1926 lo pubblica nella sua prestigiosa rivista «Metron» con il titolo *Considerazioni matematiche sull'ereditarietà mendeliana*.[21] Il lavoro riscuote un vivo interesse e apprezzamento anche negli ambienti scientifici statunitensi, tanto che un professore americano scrive al giovane de Finetti chiamandolo rispettosamente "professore", ignaro del fatto che, invece, é ancora studente universitario! Nel 1927, all'età di 21 anni, si laurea con lode in Matematica Applicata all'Università di Milano, e l'anno dopo partecipa al "Congresso Internazionale dei Matematici" a Bologna, dove la sua relazione *Funzione caratteristica di un fenomeno aleatorio* contiene quello che in seguito sarà noto come "teorema di de Finetti". Nel 1929 è autore di diverse pubblicazioni sulla probabilità soggettiva ed entra in contesa con scienziati ed epistemologi di fama internazionale del Circolo di Vienna, in particolare con Rudolf Carnap, Richard Von Mises, Hans Reichenbach e l'economista John Maynard Keynes, fervidi fautori del determinismo. Nel 1930, grazie all'interessamento di Adriano Tilgher, convinto relativista italiano, pubblica *Probabilismo, saggio critico sulla teoria delle probabilità e sul valore della scienza*, in una collana di testi filosofici curata da Antonio Aliotta, ove espone per la prima volta le sue vedute soggettiviste sul Calcolo delle Probabilità e più in generale sul problema della conoscenza.[22] Nello stesso anno vince il premio Toja per

[21] Molti anni più tardi quelle ricerche giovanili furono riprese, servendosi anche dei nuovi strumenti informatici, dal de Finetti in collaborazione con Carla Rossi: Diffusione di caratteri mendeliani in relazione a fattori variabili in *Atti dei Convegni Lincei, 14, Accademia Nazionale de Lincei*, Roma, 29-43, 1976.

[22] Per i travagliati retroscena della pubblicazione di *Probabilismo* rimando al mio articolo *Bruno de Finetti scrive a Adriano Tilghe*r (Nicotra, 2007).

il miglior lavoro originale sul Calcolo delle Probabilità. A soli 24 anni, sostiene e supera l'esame per la libera docenza in Analisi Matematica, diventando il più giovane libero docente dell'università italiana; gli esaminatori sono Giuseppe Peano, Mauro Picone e Salvatore Pincherle. Un anno dopo, nel 1931, pubblica *Sul significato soggettivo della probabilità* nella rivista internazionale «Fundamenta Mathematicae» di Varsavia, in cui dimostra come si possa costruire con tutto rigore l'intera teoria della probabilità sulla sua definizione soggettiva di probabilità. Nel 1934, all'Accademia dei Lincei, gli viene solennemente conferito il "Premio della Compagnia di Assicurazioni di Milano". Per circa venti anni presta la sua opera matematica prima all'Istituto Centrale di Statistica a Roma, poi alle "Assicurazioni Generali" di Trieste, dedicandosi anche, come incaricato, all'insegnamento di Calcolo delle Probabilità nelle Università di Padova e Trieste. Nel 1945 è uno dei fondatori dell'istituto DOXA. Dal 1946 si dedica esclusivamente all'insegnamento universitario, divenendo titolare, a Trieste, prima della cattedra di Matematica Attuariale e poi della cattedra di Matematica Finanziaria; insegna anche Analisi Matematica. Nel 1950 viene invitato dal matematico Leonard J. Savage negli Stati Uniti d'America, dove partecipa al "Berkeley Second Symposium for Mathematical Statistics and Probability".

A Chicago incontra Enrico Fermi, che già aveva conosciuto a Roma. Durante il soggiorno americano, visita molti centri di calcolo, sia Univac sia IBM, in varie località degli USA. Trasferitosi all'Università di Roma nel 1954, risulta vincitore della cattedra di Matematica Finanziaria alla facoltà di Economia e Commercio, che mantiene fino al 1961, anno in cui viene di nuovo istituita per lui la cattedra di Calcolo delle Probabilità alla facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali, già ricoperta precedentemente da Guido Castelnuovo; rimane titolare di tale cattedra fino al 1976. Nel 1981 viene collocato a riposo e muore a Roma il 20 luglio 1985.

Il nome di Bruno de Finetti è ormai entrato a piena gloria nella storia della matematica e della filosofia della scienza, legato soprattutto al Calcolo delle Probabilità, campo in cui apportò numerosi contributi originali e innovativi. Ma altri importanti contributi egli diede anche alla Statistica, alla Matematica Finanziaria e Attuariale, all'Economia, all'Analisi Matematica, al Calcolo Automatico e alla Didattica della Matematica, di cui fu un originalissimo e autorevole innovatore, proponendo un proprio modello di apprendimento della matematica, basato su un uso esteso del fusionismo di Felix Klein.

Fig. 8 - Bruno de Finetti nel 1928.

Fu socio dell'Accademia Nazionale dei Lincei, presidente della "Mathesis" (Società Italiana di Scienze Fisiche e Matematiche) dal 1970 al 1981, direttore del «Periodico di Matematiche» di cui nel 1972 riprese la pubblicazione sospesa dal numero 1-2 del 1970, principale animatore del Club Matematico di Roma, membro dell' "Istituto Internazionale di Statistica" su proposta di Jerzy Neyman, Fellow dell' "Institute of Mathematical Statistics", socio degli Istituti attuariali francese e svizzero. Nel 1961 viene eletto, al primo scrutinio, Fellow della "Econometric Society" e qualche anno più tardi Franco Modigliani, insignito del premio Nobel per l'economia, cita de Finetti come altro meritevole assegnatario dello stesso premio. Bruno de Finetti è autore di circa 290 pubblicazioni, molte delle quali tradotte nelle lingue di vari paesi.[23] È sorprendente notare che circa i due terzi della sua produzione scientifica è

[23] Per l'elenco completo e strutturato delle opere di Bruno de Finetti rimando a (de Finetti F. e Nicotra, 2008, pp. 273-288).

concentrata nel periodo dal 1926 al 1930, cioè dai 20 ai 24 anni, il che conferma ancora una volta che la creatività matematica è in gran parte prerogativa dell'età giovanile. Fra le sue opere è doveroso ricordare almeno: *Matematica logico-intuitiva* (1944), *La matematica per le applicazioni economiche* (1961, in collaborazione con Ferruccio Minisola), *Il saper vedere in matematica* (1967), *Teoria delle probabilità*, 2 voll. (1970), *Probabilità, induzione e statistica* (1972), *La logica dell'incerto* (1989) (raccolta postuma di precedenti scritti), *Filosofia della probabilità* (opera postuma a cura di Alberto Mura, 1995).

Fig. 9 – Bruno de Finetti nel 1968.

Bruno de Finetti, nella scia dei più grandi matematici, fu matematico e filosofo in maniera unitaria e inscindibile. Il filosofo americano Robert Nozick,[24] a chi gli chiedeva quale pensatore italiano più l'avesse influenzato, rispose senza esitazione: «Bruno de Finetti e Giambattista Vico». L'accostamento dimostra in maniera eloquente la grande considerazione in cui il Nostro è tenuto all'estero, e in special modo negli Stati Uniti d'America, dove la sua opera è stata particolarmente pubblicizzata dal matematico Leonard J. Savage.

Non v'è suo scritto, anche se di argomento strettamente matematico, che non sia intriso e pervaso di sottile speculazione filosofica e di espliciti riferimenti interdisciplinari, tutto ciò nel rispetto di quel "fusionismo" di

[24] Nozick lesse le opere di Bruno de Finetti già in italiano prima di rileggerle nella traduzione inglese (Palmarini, 1995, p. 143).

cui tanto caldeggiò l'utilizzo nell'insegnamento scolastico. Il suo stesso modo di esporre è un fulgido esempio di fusionismo fra rigore logico-matematico sapientemente vigilato dall'intuizione, stile letterario degno di uno scrittore, ironia e umorismo, polemica accesa, ma sempre costruttiva e mai rivolta contro i singoli individui, che riteneva vittime di metodi e abitudini errati, fortemente radicati nelle istituzioni, e fra queste *in primis* la Scuola. Ciò che più colpiva nei suoi discorsi era il passaggio quasi immediato dal concreto all'astratto e viceversa. Non faceva quasi mai asserzioni astratte che non fossero precedute da numerosi esempi pratici, quando si rivolgeva ai giovani, e viceversa, anche nelle discussioni più impegnate, pur discorrendo per generalizzazioni, non veniva mai meno al suo stile inconfondibile di fissare i discorsi astratti con esempi di varia natura, coerentemente alla sua visione unitaria di concreto e astratto.

7. L'impegno sociale

Fu sempre un attento e critico osservatore dei fatti sociali, che analizzava con la purezza della ragione dell'uomo di scienza, ponendo spesso in evidenza storture e ingiustizie, sostenendo l'importanza della libertà individuale e della democrazia, con posizioni molto vicine a quelle dei radicali italiani. Nel 1970, infatti, divenne direttore responsabile del giornale «Notizie radicali». Proprio a causa di queste sue posizioni politiche, per avere pubblicamente sostenuto il diritto degli obiettori di coscienza, nel novembre 1977 fu clamorosamente incluso, assieme ad altre 89 persone, nel mandato di cattura spiccato dal giudice Alibrandi, con l'accusa di «associazione a delinquere, attività sediziosa, istigazione verso i militari a disobbedire alle leggi». L'accademico dei Lincei Bruno de Finetti, avvertito del mandato di cattura, fece sapere che si sarebbe fatto arrestare a Roma in via della Lungara 10, sede dell'Accademia Nazionale dei Lincei, alle ore 11, alla fine della seduta inaugurale del nuovo anno accademico. E così fu: alla fine dell'adunanza fu arrestato e, seguito da un folto corteo di radicali e giornalisti, fu condotto nel carcere romano di Regina

Coeli, che si trova proprio a poche centinaia di metri dall'Accademia: lì attese la revoca del provvedimento, che si sapeva era già stata diramata. Il pomeriggio poté tornare a casa. Il suo arresto durò soltanto qualche ora, fortunatamente per lui, ma anche e soprattutto per l'Italia, che in caso contrario si sarebbe macchiata del crimine gravissimo di lesione della libertà di pensiero, colpendo, fra l'altro, «proprio lui, l'ultimo dei giusti», come affettuosamente osserva Massimo Piattelli Palmarini (1995, p. 147). Com'era nel suo stile, egli stesso due anni dopo, nel 1979, in occasione di un congresso internazionale a Parigi, accennò con garbato umorismo al pericolo che aveva corso di finire nelle patrie galere.

Fu particolarmente sensibile ai problemi del futuro, partecipando nel maggio 1968, assieme ad altri grandi esponenti della cultura italiana, a una celebre tavola rotonda sul futuro, organizzata dalla rivista «Civiltà delle macchine».[25] Nel suo libro *Crisi di utopia, crisi di miopia* sostenne la necessità dell'utopia come presupposto per l'impostazione della scienza economica, ritenendo necessario un sistema economico accettabile socialmente.[26]

Per questi suoi molteplici interessi, scientifici, filosofici e sociali, per il coraggio dimostrato nel prendere posizioni spesso scomode, in difesa di un profondo senso di giustizia e di verità, personalmente ho sempre accostato Bruno de Finetti a Bertrand Russell, pur avendo i due una concezione molto diversa della matematica.

8. Quale matematica?

Bruno de Finetti era un grande ammiratore di Luigi Pirandello. Nel 1937, sulla rivista di critica letteraria «Quadrivio», e successivamente anche sul quotidiano di Trento "Il Brennero", pubblicò un articolo intitolato *Lu-*

---

[25] Tavola rotonda sul futuro in *«Civiltà delle Macchine» n°3 maggio-giugno 1968*.

[26] Oggi si direbbe "sostenibile".

igi Pirandello maestro di logica. Inoltre, di chiara ispirazione ai pirandelliani *Sei personaggi in cerca d'autore* è il suo articolo *Tre personaggi della Matematica: i numeri e, i, π*. (de Finetti B., 1971). La risposta che diede a chi gli chiedeva conferma di tali origini del titolo del suo articolo rivela, in maniera molto elegante e sottilmente polemica, la critica ch'egli oppose durante tutta la vita, con irriducibile passione, alla «contraffazione involontariamente umoristica, scostante, repellente» della matematica negli ambienti scolastici e nella società (de Finetti B., 1974a):

> *E certamente - ammisi - c'è una reminiscenza della magia pirandelliana di evocare i suoi personaggi, essenziali, veri, reali, ma troppo veri per non essere considerati da spettatori grossolani come fantocci, simboli, fantasmi. Ed è forse per lo stesso motivo che molti non comprendono e non apprezzano la matematica , e che molti non riescono a farla comprendere e farla apprezzare. Forse non per inettitudine o cattiva volontà, ma per la preoccupazione di farla apparire come una cosa più che seria, seriosa, arcigna, superba (il che non è un gradino più alto della serietà, ma la sua contraffazione involontariamente umoristica, scostante, repellente).*

Bruno de Finetti pur essendo fortemente innovativo, spesso ben oltre la comune capacità di accettazione dell'innovazione, era piuttosto scettico nei riguardi di certe "mode" scientifiche, retaggio dell'ondata di formalismo dei primi anni del secolo XX. Non è che volesse ignorare l'importanza di quella scuola di pensiero; il fatto è che in lui si fondevano, in maniera equilibrata, sane antiche concezioni della matematica (Archimede, Galileo) con i potenti e fertili metodi della matematica moderna e, dovremmo dire, addirittura post-moderna da lui stesso caldeggiati, limitatamente però ad alcuni punti di vista. Era decisamente contro la matematica pura, intesa come regno dell'astratto, avulso da qualunque riferimento alla realtà (de Finetti B., 1974b):

> *...le esemplificazioni pratiche più semplici (ridotte magari a cenni) devono precedere ogni teorizzazione per creare anzitutto una mo-*

tivazione, atta a predisporre all'accettazione di astrazioni che appaiono giustificate, ed evitare così la reazione di rigetto che la via opposta [dall'astratto al concreto, n. dell'A.] spesso produce.

Il suo era un punto di vista tipicamente archimedeo, caratterizzato da una sempre invocata "interdisciplinarità" di cui esaltava la natura "spuria", in aperta polemica con il "purismo" sventolato dai matematici puri come emblema di una pretesa quanto artificiosa nobiltà di pensiero. Soltanto con il riferimento incrociato a concetti e risultati di altre discipline, tipico dell'interdisciplinarità o del "fusionismo", si può pensare in maniera veramente creativa e costruttiva (de Finetti B., 1974a): [27]

Nel senso più specifico, in cui fu introdotto da Felix Klein, il fusionismo consiste nella fusione di geometria da una parte e di aritmetica, analisi ecc, dall'altra; più in generale, si tratta di fondere in modo unitario tutto ciò che si studia (anche interdisciplinariamente, tra matematica e altre scienze...).

Ancora a proposito del fusionismo, assai poco applicato nelle scuole secondarie superiori e invece generalmente utilizzato in quelle elementari, così si esprimeva (de Finetti B., 1974a):

Nelle scuole elementari e nella scuola media c'è fortunatamente una tendenza meno ottusa, intesa a rendere spontaneo l'uso appropriato di tutti gli strumenti conosciuti per esaminare qualunque

[27] Pur essendo un grande teorico, Archimede sapeva magistralmente coniugare teoria ed esperienza. Può essere considerato come un grande precursore del "fusionismo", poiché affrontava e risolveva i problemi matematici ponendosi in punti di vista diversi, non matematici. In particolare, per le sue scoperte matematiche, si serviva di concetti e metodi meccanici e fisici, come egli stesso dichiara a Eratostene nella sua opera *Il Metodo*: «Son persuaso, del resto, che questo metodo sarà non meno utile anche per la dimostrazione degli stessi teoremi. Infatti, anche a me alcune cose si manifestarono prima per via meccanica, e poi le dimostrai geometricamente». Lettura consigliata: Luca Nicotra, Arte e scienza in Archimede, Parte prima e Parte Seconda In «ArteScienza», N. 2 dicembre 2014 e N. 3 giugno 2015.

> *tipo di questioni.... […] .per chiarirsi le idee su un problema qualunque, occorrerebbe cercar di vedere quante più interpretazioni alternative di problemi in altri campi rientrino nel medesimo schema.*

La concezione della matematica in de Finetti era quella di tutti i grandi matematici del passato: non fine a se stessa, bensì finalizzata all'interpretazione e alla comprensione dei fenomeni naturali, allargando questi anche alla sfera dell'attività mentale dell'uomo. In altri termini, potremmo dire che per de Finetti la matematica è "fuori di noi" (ovvero nella Natura) piuttosto che "dentro di noi" (come pura espressione del nostro libero pensiero).[28] In tale ottica egli ribalta la posizione dei "puristi" del pensiero matematico, ricollocando in primo piano il momento creativo della scoperta matematica, che è caratterizzato dall'intuizione e dall'attività del sub-conscio, attribuendo invece un ruolo secondario (anche se inportante) alla formalizzazione, intesa come utile strumento di sistemazione e contemplazione dell'opera matematica già compiuta (de Finetti B., 1965b):[29]

> *La formalizzazione è indubbiamente di grande e spesso indispensabile ausilio per un'opera di ricostruzione, panoramica ma anche e soprattutto critica, come quella di Bourbaki. È naturale che chi ne ha fatto uso traendone tanti frutti la apprezzi, e non si può dire che, dal suo punto di vista, la sopravvaluti se le assegna un ruolo essenziale. Si tratta però di deformazione professionale e di sopravvalutazione se pretende che la prospettiva di chi ammira l'opera compiuta e se ne serve debba essere la stessa*

---

[28] La matematica "fuori di noi" è quella di tutti i grandi matematici e fisico-matematici del passato fino all'avvento dell'assiomatismo e del formalismo in matematica.

[29] La distinzione fra i due "momenti" della ricerca scientifica in generale (e matematica in particolare) cioè quello dell'intuizione, creativo e fluido, e quello della dimostrazione, cristallizzazione logica del primo, si trova molto chiaramente espressa nel capitolo I del volumetto di Attilio Frajese, *Galileo Matematico*, Roma, Editrice Studium, 1964.

dell'artigiano che l'ha costruita e di coloro che vorranno e dovranno curarne la manutenzione o il completamento. Per l'insegnamento occorre tener ben presente che la prospettiva dei destinatari è quella di potenziali consumatori di matematica, che dovremmo persuadere della possibilità e convenienza di farne uso nei loro problemi quotidiani anziché ignorarla e ragionare coi piedi.

In tale visione del pensiero matematico, analogo ribaltamento spetta al "dimostrare" e al "congetturare" (de Finetti B., 1974b):

... rivalutare gli aspetti più attivi, più creativi (ma anche, e proprio per ciò, più avventurosi, fantasiosi, soggettivi) del nostro modo di pensare. Il rigido e impeccabile ragionamento deduttivo non può condurre a nessuna conclusione "nuova", cioè non già implicitamente contenuta nelle premesse. [….] E in genere, infatti, il processo è opposto: si parte da delle congetture, ossia da affermazioni che a qualcuno (o a molti) sembra debbano risultare vere come conseguenza delle premesse accettate. Purtroppo, un falso pudore vieta di menzionare la parte del processo della scoperta che si svolge più o meno nella sfera dell'inconscio, o del subconscio, per esibire soltanto la dimostrazione fossilizzata nella sua forma scheletrica di logica freddamente deduttiva e formalistica.

Al congetturare, che è dunque il vero momento creativo del matematico, si ricollega la probabilità, che, mai come in tal caso, non può essere che soggettiva! Il matematico intuisce una verità, di cui "poi" cerca con la dimostrazione e il formalismo matematico una conferma, in maniera da trasformare il suo punto di vista inizialmente soggettivo in oggettivo, nel senso di renderlo coerente con le premesse, in modo che quella "sua verità" possa diventare la "verità di tutti" coloro che condividono la stessa logica.

Chi ha della matematica appresa nei banchi di scuola un pessimo ricordo, troverà sollievo, forse, apprendendo che cosa Bruno de Finetti (e con lui, molti altri matematici) pensava del più inviso dei mali della matematica: il rigore (de Finetti B., 1974b):

> *Il rigore è indubbiamente necessario, ma la mania del rigore è spesso controproducente. Una dimostrazione ineccepibilmente logica, valida sotto condizioni estremamente generali, è in genere complicata e priva di prospettiva, nascondendo il concetto intuitivo essenziale nella foresta di minuzie occorrenti solo per includere o casi marginali o estensioni smisurate.*

9. La didattica

L'impegno di Bruno de Finetti nella didattica fu notevole. Fu il più coraggioso e autorevole delatore delle inadeguatezze dei metodi e contenuti dell'insegnamento scolastico della matematica. Le sue denunce contro la situazione di tale insegnamento nel nostro Paese - peraltro non sterili e fini a se stesse, ma sempre supportate da rimedi esposti in sue proposte chiare e concrete (de Finetti B., 1965a e 1967) - furono veramente numerose, incisive e incalzanti. Fra queste, certamente la più eclatante, sia per le conseguenze positive che ebbe sia per la forma volutamente aspra e provocatoria, quasi scandalistica, ma anche esilarante, fu quella vera e propria crociata che nel 1965 de Finetti condusse in prima persona, attraverso la stampa, contro il pluridecennale

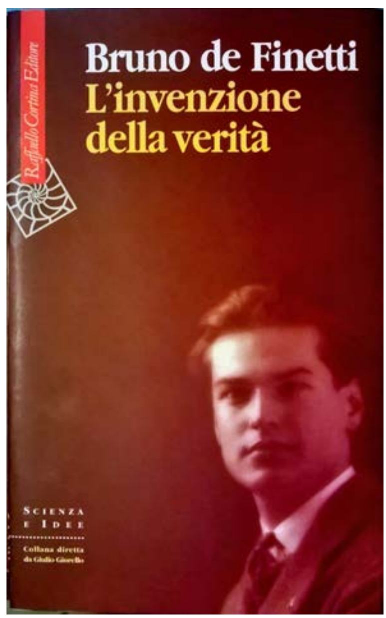


Fig. 10 – Bruno de finetti, *L'invenzione della verità* (2006). Opera postuma scritta nel 1934.

perpetuarsi di un uso discutibile ed esasperato di un metodo di soluzione dei problemi di matematica nei licei scientifici, noto come "metodo di Tartinville" (de Finetti B., 1965c):

> *... la prova scritta di matematica per il Liceo scientifico costituisce un caso a sé sotto due punti di vista: primo, perché si tratta di un esempio insuperabilmente patologico di aberrazione intesa a favorire l'incretinimento sistematico e totale dei giovani; ...Da tempo immemorabile (almeno da decenni) avviene precisamente che questa famigerata prova scritta ripeta con qualche variante sempre lo stesso problema stereotipato (equazione di 2° grado, o trinomia, con un parametro: da ciò il termine di <trinomite> per indicare l'eccessiva insistenza su questo solo particolare argomento): problema che ha soprattutto la disgrazia di poter essere ridotto a uno schema macchinale, formale, pedestre, che va sotto il nome di un certo Tartinville. Per mio conto appresi purtroppo in ritardo a conoscere e detestare Trinomite e Tartinvillite: non avevo preso sul serio le informazioni negative ma espressemi in forma generica da qualche collega circa la matematica del Liceo scientifico al momento della scelta per mia figlia: pensavo fossero dettate dai soliti pregiudizi in favore degli studi classici. Ma dopo qualche anno, sempre più allarmato e sbalordito dal pedestre livello di scimunitaggini cui venivano degradati i begli argomenti di cui nel programma figuravano i nomi, chiesi a un mio assistente se sapeva spiegarmi tale fenomeno. Ne ebbi le stesse sopra riferite notizie della relazione Manara. La cosa era pressoché notoria; io solo ero stato tanto ingenuo da non immaginare neppure che la Scuola, in gara coi sofisticatori di olio d'oliva, potesse ammannirci, gabellandolo per genuino nutrimento matematico, l'asino Tartinville nella bottiglia!.*

Bruno de Finetti, al pari di George Polya, nell'introdurre una nuova teoria matematica, predicava l'utilità, tanto utile da divenire "necessaria", dell'insegnamento "problematico", vale a dire dell'insegnamento basato sulla presentazione di problemi concreti e, possibilmente, "apparentemente" più diversi fra loro, in modo da far librare il discente dal concreto all'astratto nel modo più naturale e "storicamente" vero. In tale spirito, anche ai fini di una più intuitiva comprensione, era da lui ben accettato il sacrificio di una parte del famigerato rigore matematico, al quale si dovrebbe arrivare soltanto dopo una già sicura acquisizione dei concetti, come naturale esigenza d'inquadramento logico di quei concetti, che all'inizio del processo di apprendimento, invece, sarebbe oltremodo sterile e dannoso. La cosiddetta "matematica da fisico", come viene spesso indicata la matematica nella forma più concettuale in cui normalmente è utilizzata dai fisici (e ancor più dagli ingegneri), [30] non solo quindi non scandalizzava de Finetti, ma anzi lo trovava pienamente d'accordo e contrariato, semmai, dal constatarne una diversa concezione (de Finetti B., 1974a):

> *Ma cosa apprendevo di per me nuovo - mi si chiederà - e quali cose potevano costituire rivelazioni, e addirittura raccapriccianti, se ho da sempre, e forse anche troppo ripetendomi, deprecato e stigmatizzato molte manchevolezze e storture? Già: forse nulla... salvo che molti interessanti esempi di cose presentate intelligentemente, e che invece (pare) nelle scuole si insegnano appiattite o non si toccano affatto, mi ha fatto percepire le pur risapute manchevolezze come un unico immenso incubo, che lì per lì mi ha suggerito la denominazione del titolo:*
>
> *Matematica per Deficienti.*
>
> *E devo subito dare delle spiegazioni perché nessuno pensi che ciò costituisca un'offesa diretta a lui o ad altri: non si tratta di applicare la qualifica di «deficienti» ad insegnanti o a studenti che insegnano o che imparano in un certo modo: è questo modo che*

[30] Non si dimentichi che Bruno de Finetti, prima di intraprendere gli studi matematici all'università di Milano, aveva frequentato (con successo) gli studi di ingegneria al Politecnico di Milano che abbandonò al terzo anno, per seguire la sua vera vocazione: la matematica (de Finetti F. e Nicotra, 2008, p. 123).

> *sembra imporre come norma di insegnare e imparare in forme «adatte per deficienti», ossia, per persone prive della capacità di «vedere» le cose (in grande, e nel loro senso compiuto) o impedite di manifestarla, per limitarsi ad accumulare piccole insipide sterili sconnesse formali nozioncine «scolastiche».*

Mi piace chiudere questi brevi cenni al poderoso impegno di de Finetti nella e per la didattica della matematica (ma i suoi insegnamenti potrebbero benissimo essere estesi alla “didattica” in generale), citando un recente giudizio di Paolo Linati, che sintetizza egegiamente lo “spirito” informatore della didattica definettiana (Linati, 2010):

> *Forse il contributo più notevole dato da de Finetti alla scuola ed alla cultura italiana fu nel sostenere un rapporto educativo di libertà, e non di costrizione, di rispetto della persona e non di asservimento ai programmi; nel sostenere lo studio della probabilità e della statistica non come strumento professionale ad uso di specialisti, ma come modo di pensiero, come atteggiamento di vita quotidiana, come strumento di libertà del cittadino.*

10. Il Club Matematico di Roma

I miei studi d’ingegneria non mi hanno dato l’occasione di avere come professore Bruno de Finetti nel corso dei miei studi universitari. Tuttavia, ancor prima, ai tempi del liceo, ebbi la fortunata opportunità di conoscerlo personalmente e poi di seguirne gli insegnamenti attraverso mio padre, matematico. Ero all’ultimo anno del Liceo Scientifico e facevo parte della sezione pilota in matematica del mio liceo, il “Cavour” di Roma, in cui, allora, si sperimentavano i futuri programmi di matematica “moderna”, che, parzialmente, furono introdotti nell’ordinamento scolastico diversi anni più tardi. Essendo, un po’ per vocazione, un po’ per educazione familiare, un “innamorato” della matematica, quasi tutti i venerdì, all'Istituto Matematico Guido Castelnuovo dell'Università "La Sapienza" di Roma,[31] frequentavo il Club Matematico, istituito dal professor Giandomenico Majone nel 1964 su ispirazione di una sua precedente esperienza all'università di Berkeley. La sede era veramente storica: aule austere, dove avevano insegnato eminenti matematici: Guido Castelnuovo, Federigo Enriques, Francesco Severi, Mauro Picone e altri ancora. Ma anche ai tempi del Club Matematico quelle aule erano frequentate da grandi nomi della matematica italiana: Lucio Lombardo Radice, Attilio Frajese e Bruno de Finetti. Ospiti di quegli indimenticabili incontri settimanali erano altri illustri matematici e filosofi della scienza: oltre i già ricordati Lombardo Radice e Frajese, anche Luigi Campedelli, Corrado Mangione, Ludovico Geymonat, Giuseppe Vaccaro e molti altri. Insomma, per un giovane come me, cresciuto nel culto della scienza e della cultura, quella era un'occasione oltremodo stimolante per venire a contatto con protagonisti di primo piano del mondo scientifico italiano e internazionale. Di ognuno di essi, tutt'oggi, ricordo qualcosa di caratteristico: di Campedelli i suoi interessi letterari (sul comodino teneva in permanenza l'*Orlando Furioso* che pare leggesse ogni sera prima di addormentarsi); di Frajese lo sguar-

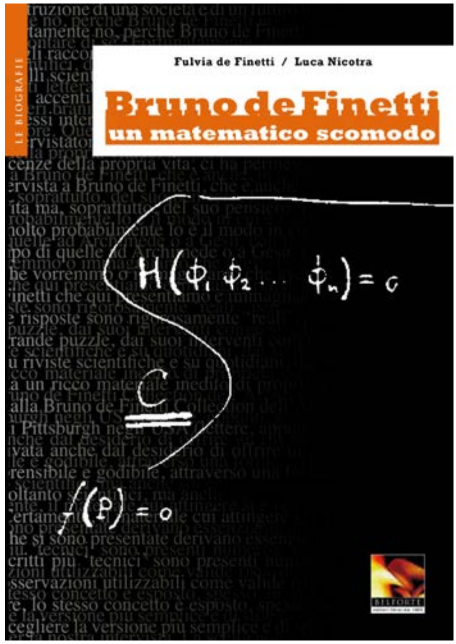


Fig. 11 – Fulvia de Finetti e Luca Nicotra, *Bruno de Finetti, un matematico scomodo* (2008).

[31] Oggi semplicemente "Sapienza".

do penetrante e benevolo, nonché la sua cultura matematico-storica sorretta da una altrettanto grande cultura umanistica; di Vaccaro l'incisività unita alla forza comunicativa e alla grande vivacità siciliana; di Geymonat la paradossale difficoltà a parlare (ogni parola, nessuna fuori posto, beninteso, sembrava opera di un parto); di Lombardo Radice il fascino dell'intellettuale entro il corpo di un corazziere.

Ma uno, sopra tutti, suscitava in me le più grandi emozioni: Bruno de Finetti, autorevolissimo e instancabile organizzatore di quei seminari. Già il nome, con quel "de", con la "d" minuscola, incuteva un rispetto "nobiliare",[32] con allusiva reminiscenza del nome di grandi matematici del passato: Pierre de Fermat , Pierre Simon de Laplace, Gilles Persone de Roberval,… Insomma, già nel nome si avvertiva il destino storico del personaggio. E poi ne avevo sentito parlare da mio padre, con riverenza, come del più grande matematico italiano vivente. E così, quando, per la prima volta, nell'aula austera e poco popolata dell'Istituto Guido Castelnuovo entrò quell'uomo claudicante,[33] ma eretto nella sua persona fisica quanto lo era nella sua grande statura morale e intellettuale, vestito di grigio, col pullover a "v" sotto la giacca, le penne a biro che fuoriuscivano dal taschino, la fronte ampia e aperta, gli occhi luccicanti e chiusi in fessure acute che ti penetravano da parte a parte, l'emozione che subito provai fu quella di trovarmi davanti un "grande", uno di quelli che la storia ricorderà per sempre. Quella mia impressione è stata avvalorata dai fatti che, molti anni dopo, hanno visto l'affermazione lenta, ma crescente, della sua opera in tutto il mondo scientifico internazionale (Rovelli, 2016):

[32] Come è noto i "de" minuscolo indica origini nobiliari.

[33] Bruno de Finetti, purtroppo, all'età di 13 anni (nel 1919) rimase vittima di una osteomielite acuta alla gamba sinistra, per la quale dovette subire l'asportazione della testa del femore che accorciò di ben 7 cm la gamba (de Finetti F. e Nicotra, 2008, pp 88 e segg.).

> *Cosa sappiamo con certezza? Una parte importante della filosofia della scienza si sta orientando verso una risposta che ha radici nel pensiero di un intellettuale italiano che nel nostro Paese è largamente sottovalutato. […] Bruno de Finetti incarna l'intellettuale italiano sprovincializzato e aperto al mondo, libero dalle pastoie dell'idealismo crociano (le chiamava «filosofesserie ») e da tutti i postumi dell'hegelismo, e capace, nel solco della grande tradizione italiana di Galileo, di fare convergere sapere tecnico-matematico e umanistico-filosofico. La sua sintesi originale di empirismo classico (Hume) e pragmatismo (Peirce, James) centrata sulla nozione di probabilità soggettiva sta avendo un'influenza crescente sul pensiero mondiale, in particolare in filosofia della scienza, dove offre una soluzione elegante e convincente ai limiti del pensiero di Popper. De Finetti è stato in anticipo sui tempi. Il suo testo fondamentale del 1931 Probabilismo: saggio critico sulla teoria della probabilità e il valore della scienza, è stato tradotto in inglese solo nel 1989. E il suo libro L'invenzione della verità, scritto nel 1934, ha potuto essere pubblicato in italiano solo nel 2006, grazie a Giulio Giorello, e all'impegno prezioso e devoto della figlia Fulvia.[34] Il fascismo al potere non accettava dubbi sulla Verità. Da poco il mondo intellettuale italiano comincia a riconoscere il suo valore. Un volume dal titolo Bruno de Finetti. Un matematico tra Utopia e Riformismo, curato e introdotto da Giuseppe Amari e da Fulvia de Finetti, è stato pubblicato nel 2015 dalle edizioni Ediesse e alla sua presentazione a Roma il 6 aprile scorso si è tenuto un ricco dibattito che si può riascoltare online (https://www.radioradicale.it/scheda/471494/bruno-de-finetti-un-matematico-tra-utopia-e-riformismo-presentazione-del-libro-curato).*

Quando parlava Bruno de Finetti, il silenzio era assoluto e la tensione dell'attenzione dell'uditorio era ai massimi livelli, per vari motivi: l'autorevolezza del personaggio, il suo parlare pacato, a voce bassissima, quasi esile, sapientemente modulato sulle parole chiave del discorso, quel

[34] Aggiungo: anche grazie all' impegno dello scrivente e del prof. Giordano Bruno.

suo interrogare senza interrogare di fatto, proponendo a tutti noi giovani quesiti "strani", di contenuto originale e provocatorio per le nostre menti assopite nel convenzionalismo dell'insegnamento scolastico. La soluzione dei suoi famosi quesiti arrivava soltanto alla fine di quegli incontri, dopo aver raccolto tutte le nostre risposte, che egli analizzava, commentava e classificava criticamente, quasi da statistico. La soluzione era sempre un po' sconcertante, perché inaspettatamente semplice, ma per noi irraggiungibile, malgrado i nostri sforzi.

Una volta era ospite Giuseppe Vaccaro, che doveva parlarci del modo di creare nuove geometrie. Dopo la sua presentazione, de Finetti si sedette accanto a me nei banchi degli studenti, con l'umiltà di un uomo qualunque, anzi quasi di uno studente come noi. Naturalmente, la mia emozione era grandissima, perché sapevo bene chi in realtà era colui che si era seduto accanto a me. Quella figura di matematico, così severa, ma altrettanto ricca di semplicità, di onestà, di umanità, di autentica umiltà, di straordinario equilibrio fra teoria e senso della realtà, fra rigore logico e intuizione, capace all'occorrenza di scagliare senza pietà strali infuocati di purissima passione intellettuale per la verità contro l'ignoranza e il bieco conservatorismo culturale "burofrenico" e "burosadico", com'egli amava dire, mi è rimasta nel cuore e nella mente per sempre e mi ha ispirato e sorretto in molti momenti della mia crescita interiore e culturale. I geni non servono soltanto per riempire delle loro mirabili scoperte i dotti libri del sapere umano, ma anche e soprattutto per formare le coscienze di uomini migliori. Ed è per questo che è importante incontrarli, dal vivo o anche soltanto attraverso le loro opere. Bruno de Finetti era uno di loro.

Bibliografia

Barra Mario (n.d.). *Galileo Galilei e la probabilità,* on-line in http://www.fundacionorotava.org/media/web/files/page145__cap_01_05_Barra.pdf.

de Finetti Bruno (1930). *Probabilismo, saggio critico sulla teoria delle probabilità e sul valore della scienza*, Libreria Editrice Francesco Perrella S.A.

de Finetti Bruno (1965a). Programmi e criteri per l'insegnamento della matematica alla luce delle diverse esigenze, in *«Periodico di matematiche», n° 2 aprile 1965,* Bologna, Zanichelli.

de Finetti Bruno (1965b). Lettere alla Direzione in *«Periodico di Matematiche», n° 4 ottobre 1965,* Bologna, Zanichelli.

de Finetti Bruno (1965c). Come liberare l'Italia dal morbo della trinomite?, in *«Periodico di Matematiche», n° 4 ottobre 1965,* Bologna, Zanichelli.

de Finetti Bruno (1967). Le proposte per la matematica nei nuovi licei: informazioni, commenti critici, suggerimenti, in *«Periodico di matematiche», n° 2 aprile 1967,* Bologna, Zanichelli.

de Finetti Bruno (1969). *Un matematico e l'economia*, Milano, Franco Angeli.

de Finetti Bruno (1970). *Teoria delle Probabilità*. Voll. 1 e 2, Torino, Einaudi.

de Finetti Bruno (1971). Tre personaggi della Matematica: i numeri e, i, π. «*Le Scienze traduzione italiana di Scientific American*», *n°39 , nov. 1971.*

de Finetti Bruno (1974a). Contro la matematica per deficienti. In «*Periodico di matematiche», n°1-2 maggio 1974,* Bologna, Zanichelli.

de Finetti Bruno (1974b), *Interventi* al Convegno della C.I.I.M., Viareggio 24-25 ottobre 1974.

de Finetti Bruno (1980). Probabilità. *Enciclopedia Einaudi*, Torino.

de Finetti Bruno (2006). *L'invenzione della verità*. Milano, Raffaello Cortina. Opera postuma del 1934.

de Finetti Fulvia, Nicotra Luca (2008). *Bruno de Finetti, un matematico scomodo*. Livorno, Belforte.

De Laplace Pierre Simon (1820). *Théorie analytique des probabilités* (1820) in *Ouvres completes De Laplace* publiees sous les auspices de l'Académie des Sciences, Tome Septième, Paris, Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire, 1886.

Galilei Galileo (1897). Sopra le scoperte de i dadi, In *Le Opere di Galileo Galilei, Edizione Nazionale (E.N.)* a cura di Antonio Favaro, Tipografia La Barbèra 1897, Vol. VIII, pp. 591-594.

Linati Paolo (2010). *Professionalità docente dell’insegnante di matematica nella seconda metà del Novecento.* Congresso Mathesis Livorno,15-17 Aprile 2010, on-line: http://www.mathesisnazionale.it/mathesisbkp/congresso-mathesis/Linati.pdf).

Nicotra Luca (2007). Bruno de Finetti scrive a Adriano Tilgher. In: *Lettera Matematica Pristem, n. 64, luglio 2007*, Springer-Verlag, Milano.

Palmarini Massimo Piattelli (1995). *Scienza come Cultura*, Milano, Mondadori–D’Agostini.

Poincaré Henry (1950). *La scienza e l’ipotesi.* A cura di Francesco Albergamo. Firenze, La Nuova Italia, 1950. Titolo originale: *La science et l’hypothèse*, Paris, Flammarion, 1902.

Rovelli Carlo (2016). L’incertezza per compagna di viaggio. La lezione (sottovalutata nel nostro Paese) di Bruno de Finetti. Ecco ciò che alimenta la sete di conoscenza. E dunque la vita. In *“Corriere della Sera” 6 novembre 2016.*

Tamborini Massimo (2006). *Girolamo Cardano. Liber de ludo aleae*. Milano, FrancoAngeli.