

ARCHIMEDE

RIVISTA PER GLI INSEGNANTI E I CULTORI
DI MATEMATICHE PURE E APPLICATE

ANNO X - N. 4

LUGLIO-AGOSTO 1958

ANNO LV DI "IL BOLLETTINO DI MATEMATICA"

Sommario

L. LOMBARDO-RADICE - *Ragione ed esperienza nella storia e nella critica della Scienza.*

S. DI NOI - *La retta come linea di lunghezza minima.*

V. G. CAVALLARO - *Formule notevoli per i quadrati inscritti in un triangolo.*

C. NUNZIANTE-CESÀRO - *I teoremi delle proiezioni, del coseno e di Pitagora estesi al tetraedro.*

**** Giuseppe Veronese.**

Sezione storico-bibliografica diretta da ATTILIO FRAJESE.

B. SEGRE - *La vita e l'opera di Evangelista Torricelli.*

S. D'AGOSTINO - *Studi di Storia delle Scienze negli Stati Uniti.*

Antologia-Notiziario.



CASA EDITRICE FELICE LE MONNIER-FIRENZE

ARCHIMEDE

RIVISTA PER GLI INSEGNANTI E I CULTORI
DI MATEMATICHE PURE E APPLICATE

Anno LV di
IL BOLLETTINO DI MATEMATICA

Fondato dal prof. ALBERTO CONTI

"Volgere i progressi della Scienza a beneficio della Scuola"

FRATTINI.

RIVISTA BIMESTRALE

Direzione:

ROBERTO GIANNARELLI - ENRICO NANNEI - MARIO PANTALEO

Comitato di Redazione:

G. BARTOLOZZI - U. BINI - E. BOMPIANI - G. BURNENGO - E. CARRUCCIO - G. CAS-
SINIS - V. G. CAVALLARO - A. CHIELLINI - T. COLLODI - S. DI NOI - A. FRAJESE -
L. GEYMONAT - B. GIANNELLI - C. LONGO - R. LUCARONI - V. MARSEGUERRA -
F. MORRA - A. NATUCCI - G. PALAMÀ - A. PERNA - G. PLATONE - C. POLIDORI -
B. SEGRE - F. SEVERI - P. STRANEO - B. TEDESCHI - M. TOMASSETTI - G. ZANOBINI

DIREZIONE: Via G. Bausan, 12 - Tel. 388-385 - ROMA (918)

REDAZIONE - Via Fornovo, 3 - Tel. 367-261 - ROMA

AMMINISTRAZIONE - Casa Editrice F. LE MONNIER, Via San Gallo, 33 - FIRENZE

MATERIA DELLA RIVISTA

*Sintesi relative a singoli rami delle matematiche. - Sviluppo storico di con-
cetti e teorie in rapporto con le matematiche elementari. - Filosofia, metodologia
e didattica della matematica. - Profili di grandi matematici. - Indirizzi e me-
todi dell'insegnamento scientifico nelle scuole straniere. - Applicazioni elementari
della matematica alle scienze e alla tecnica. - Intermediario fra cultori di mate-
matiche pure e applicate.*

Questioni proposte e risolte. - Rubrica del candidato ai concorsi. - Varietà:
curiosità, sussidi didattici, concorsi a premi ecc. - Congressi e riunioni. - No-
tiziario utile agli insegnanti e cultori delle matematiche.

Sezione storico-bibliografica diretta dal Prof. A. FRAJESE.

Ricerche storiche - Bollettino bibliografico - Recensioni di opere italiane
e straniere, ecc.

La Rivista si pubblica in sei fascicoli annuali di 52 pagine ciascuno.

I manoscritti, anche se non pubblicati, non si restituiscono.

Degli scritti originali pubblicati in questa Rivista è riservata la proprietà letteraria.

I volumi inviati in dono saranno annunziati nell'elenco «LIBRI RICEVUTI».

La Rivista pubblicherà le recensioni dei volumi, a sua scelta.

CONDIZIONI DI ABBONAMENTO PER L'ANNO 1958:

ANNUALE PER L'ITALIA L. 1800 - SEMESTRALE L. 950

PER L'ESTERO L. 2800 - UN NUMERO SEPARATO L. 600

**I versamenti devono essere effettuati direttamente alla Casa Editrice LE MONNIER
(c. c. Postale 5/2173)**

Direttore responsabile: ROBERTO GIANNARELLI — *Segretario di Redazione:* BIAGIO GIANNELLI

Inscritto nel Registro del Tribunale di Firenze al n. 79 in data 5-III-1949 - Spedizione in abbonamento postale - Gruppo IV

Firenze, Tipografie «Enrico Arian» e «L'Arte della Stampa»

GIUSEPPE VERONESE ⁽¹⁾

Il giorno 17 dello scorso luglio (1917) spariva improvvisamente un uomo che, salito da modeste origini ad elevata posizione per sola virtù della volontà e dell'ingegno, ha reso eminenti servigi alla patria, alla scienza, all'insegnamento. Con animo commosso di discepolo affezionato e devoto darò ai soci di *Mathesis* qualche cenno sulla vita e sulle opere di lui.

Giuseppe Veronese nacque a Chioggia il 7 maggio 1854. Le condizioni disagiate della famiglia non avrebbero permesso al giovanetto di seguire a Venezia l'Istituto tecnico, se egli non si fosse aiutato dando lezioni, e non avesse avuto qualche sussidio da persone benefiche, alle quali conservò perenne riconoscenza. Ottenuta brillantemente la licenza dell'Istituto, egli accettò nel 1872-73 un posto a Vienna come impiegato presso una impresa per la sistemazione del Danubio, e disegnatore per l'esposizione mondiale tenuta in quella città. Nell'autunno del '73 poté iscriversi al Politecnico di Zurigo quale allievo della sezione meccanica, e visse colà modestamente tre anni fra gli operai. Nell'agosto del '76 egli scriveva al Cremona che si era dato inizialmente agli studi di applicazione per corrispondere ai desideri del padre, e provvedere al più presto ai bisogni della famiglia, ma che, sentendosi attratto dalla scienza pura, egli aveva ottenuto dal Fiedler, nell'autunno '75, il passaggio alla sezione matematica. Per potersi laureare in Italia, il Veronese chiedeva al Cremona di essere iscritto al 4° anno di Matematica a Roma, ed esponeva la necessità in cui si trovava di aver una borsa di studi e qualche altra fonte di guadagno; parlava infine di un lavoro sull'esagono di Pascal che egli avrebbe potuto presentare come dissertazione di laurea. La domanda fu accolta ed il Veronese ebbe a Roma fin dal novembre del '76, un anno prima della laurea, il posto di assistente alla cattedra di Geometria proiettiva e descrittiva che egli tenne per quattro anni.

Conseguito nell' '80-'81 un posto di perfezionamento a Lipsia sotto il Klein, fu poi nell'ottobre dell' '81 nominato, in seguito a concorso, professore di Geometria analitica nell'Università di Padova; e questa cattedra egli occupò fino alla morte insieme all'incarico di Geometria superiore.

Il duplice ordine di studi che il Veronese aveva seguito negli anni giovanili lasciò un'impronta su tutta la sua opera, in cui possiamo distinguere, dissociati tra loro, i due indirizzi del suo pensiero. Cultore entusiasta dei campi più astratti della matematica quando si dedica alla scienza, egli sa pure trat-

⁽¹⁾ La rievocazione, a cui è dedicata questa rubrica, delle figure dei matematici italiani dell'ultimo secolo, l'opera dei quali è presente ed operante nella cultura matematica dei nostri tempi, incontra ora il nome illustre di Giuseppe Veronese. Riteniamo che il modo migliore di ricordarne la vita e le opere sia di pubblicare l'articolo che Guido Castelnuovo pubblicò sul Veronese, in sede di «*Mathesis*», nell'anno 1918 (N. d. D.).

tare con singolare competenza e spirito pratico, varie questioni tecniche che interessano la vita economica dell'Italia.

La produzione matematica del Veronese, pur appartenendo tutta alla geometria sintetica, comprende tre ordini di ricerche, tra i quali passano stretti rapporti: teoria delle configurazioni, geometria degli iperspazi, fondamento della geometria.

Come rappresentante del primo indirizzo anche in ordine di data, basterà citare la Memoria sull'esagono di Pascal ⁽¹⁾. Con notevole acume e rara abilità il Veronese riuscì a scoprire nuove riposte proprietà in una figura che era già stata accuratamente studiata da geometri di grande valore come Steiner ed Hesse. È notevole il fatto che il Veronese procede con metodi di geometria proiettiva elementare, mentre il Cremona per ritrovare e rendersi ragione di quei risultati, vide l'opportunità di valersi di considerazioni più elevate, richiedenti l'esame di una particolare superficie cubica.

Al secondo indirizzo il nome del Veronese resterà sempre legato. La memoria fondamentale, ove egli studia in modo sistematico la geometria proiettiva degli iperspazi, ove solo timidi tentativi erano stati fatti fino allora, fu redatta a Lipsia nel 1881, tenendo conto di incitamenti e consigli del Klein e fu pubblicata in tedesco nel volume XIX dei *Mathematische Annalen* ⁽²⁾. Per quanto lo scritto non occupi che una settantina di pagine, esso è ricco di concezioni e di risultati, esposti con lodevole sobrietà: al lettore è lasciata la cura di completare le dimostrazioni più facili. Costruito l'iperspazio mediante proiezione da uno spazio inferiore con metodo ricorrente, si stabiliscono in quello le proprietà elementari della geometria proiettiva, la teoria fondamentale delle iperquadratiche, varie proprietà delle curve algebriche ed in particolare la estensione delle formule di Plücker-Cayley valide per le curve sghembe e finalmente si esaminano i più semplici enti che possono generarsi mediante forme proiettive. Queste ricerche sono condotte senza mai perdere di vista la geometria dello spazio ordinario; chè anzi è sempre presente l'idea di riguardare, quando sia possibile, configurazioni, linee e superfici complicate di questo spazio quali proiezioni di enti più semplici di un conveniente iperspazio, trasportando la proprietà proiettiva da questi a quelli coi metodi della geometria proiettiva. Tra le applicazioni notevoli che il Veronese fa del suo metodo basterà citare lo studio delle configurazioni (ove si può trovare l'idea ispiratrice della notissima dimostrazione stereometrica del teorema dei triangoli omologici) e l'esame di qualche carattere di curve razionali ed ellittiche piane e sghembe. È noto che l'idea del Veronese ripresa dall'autore stesso nello studio di una superficie del 4° ordine che porta ormai il suo nome ⁽³⁾ e illustrata dalle importanti ricerche del Segre e di altri geometri italiani, ebbe una notevole influenza sullo sviluppo degli studi geometrici nel nostro

⁽¹⁾ *Nuovi teoremi sull'Hexagrammum mysticum*; Memorie della R. Accademia dei Lincei, 1876-77. Un elenco completo delle pubblicazioni matematiche del Veronese si trova alla fine della bella commemorazione scritta dal Segre per l'Accademia dei Lincei (Seduta del 5 novembre 1917); nella quale commemorazione il lettore desideroso di avere una piena conoscenza dell'opera del V., troverà altre notizie che nel presente articolo sintetico non possiamo dare.

⁽²⁾ *Behandlung der projectivischen Verhältnisse der Räume von verschiedenen Dimensionen.....*

⁽³⁾ *La superficie omaloide normale a due dimensioni e del quarto ordine dello spazio a cinque dimensioni*. Memorie della R. Accademia dei Lincei, 1883-84.

paese. Si può anzi oggi precisare la posizione che sotto questo rapporto il Veronese ha nella storia della matematica italiana della seconda metà del secolo scorso. La scuola geometrica che trova l'origine nell'opera e nell'insegnamento di Luigi Cremona, e fu arricchita via via da nuove correnti di pensiero, è debitrice al Veronese di una di queste, giacchè egli fu il primo a dimostrare l'importanza del metodo iperspaziale nello studio della geometria algebrica.

La generazione di un iperspazio mediante proiezione da uno spazio di dimensione inferiore, costituisce, nel lavoro tedesco citato, un mezzo per lo studio della geometria proiettiva iperspaziale. Ma quella stessa idea è, nella mente del Veronese, un germe che, dopo dieci anni di assiduo lavoro, conduce ad una trattazione originale ed organica dei principî della Geometria nei *Fondamenti di geometria a più dimensioni e a più specie di unità*, la detta generazione è già applicata al piano, e permette di dedurre il postulato del piano da una nuova teoria delle parallele. Molti altri concetti essenziali si associano però a questo, e danno all'opera del Veronese una posizione segnalata tra i lavori dedicati alla critica dei principî. Basterà ricordare la trattazione della eguaglianza delle figure senza ricorrere al movimento, postulando soltanto l'eguaglianza dei segmenti, e la introduzione sistematica dei segmenti infiniti e infinitesimi attuali. Quest'ultima concezione, che porta a costruire una geometria ove il postulato di Archimede sulla misura delle grandezze non interviene, costituisce la parte più nuova e, nei primi tempi, più discussa dell'opera del Veronese. Non tutti si dimostrarono infatti disposti ad accogliere le nuove vedute, che sembravano contraddire affermazioni stabilite in precedenza da altri geometri. Ma lo sviluppo analitico dell'idea del Veronese fatto dal Levi-Civita e la costruzione della geometria non archimedeana dell'Hilbert di fronte al quale il Veronese reclamò giustamente la priorità dimostrarono la insussistenza delle critiche. Ai *Fondamenti* del Veronese nocque forse l'estensione dell'opera. Ai principî della Geometria sono premessi i principî della logica e della aritmetica e qualche nebbia metafisica rende meno trasparente questa prima parte. Nocque pure lo sforzo di evitare ogni mezzo analitico nella trattazione dei vari argomenti. La tesi sostenuta in più occasioni dall'autore che le nozioni analitiche introducano un elemento estraneo nello studio dei fondamenti della geometria può parer giusta a primo aspetto. Un esame più profondo costringe però a distinguere due modi essenzialmente distinti, secondo i quali la introduzione dell'analisi può venir fatta. Un primo modo porta a postulare senz'altro la corrispondenza continua tra lo spazio dato dai sensi e affinato dall'astrazione ed il continuo numerico, introducendo per tal via le coordinate. È evidente che questo procedimento lascia una lacuna se non si pongono bene in luce i postulati sopra cui quella corrispondenza è fondata. Ma vi è un secondo modo che è conforme ai precetti della scuola logica e che l'Hilbert adopera con grande maestria: per dimostrare l'indipendenza logica di un gruppo di postulati geometrici si prende dall'analisi un insieme di enti (numeri, funzioni, equazioni....) i quali, interpretati come punti, rette..., soddisfino alcuni di quei postulati e non i rimanenti. Operando in tal guisa l'analisi non viene ad introdurre nè i suoi principî, nè i suoi metodi in un campo estraneo; essa fornisce solo dei modelli comodi, ma non essenziali in una discussione di carattere puramente logico. Questo procedimento non è dunque colpito dalla critica del Veronese.

Nonostante qualche menda, destano ammirazione la vastità del piano dell'opera, la originalità delle vedute, la profondità ed estensione della cul-

tura dimostrata dall'autore, del quale i *Fondamenti* basterebbero ad onorare il nome.

Dai *Fondamenti* il Veronese trasse, col concorso di Paolo Gazzaniga, la traccia di un trattato di geometria elementare, che fu poi adattato ai vari tipi di scuole ⁽¹⁾. Il trattato è così noto alla maggior parte dei lettori di questo periodico, che è superfluo accennare qui i principali punti in cui si stacca dai testi che lo hanno preceduto. Se, sotto l'aspetto didattico, alcune delle innovazioni possono lasciare dei dubbi è innegabile che, sotto l'aspetto teorico, il libro rappresenta una delle direzioni in cui gli *Elementi* di Euclide vengono messi al sicuro dalle critiche della scuola logica moderna. Frutto dell'interesse portato dal Veronese alla Geometria elementare è pure un opuscolo destinato a trattare la questione fondamentale nella teoria dell'equivalenza delle figure ⁽²⁾.

Il Veronese di cui le cure scientifiche e didattiche non bastavano ad assorbire l'operosità ha desiderato prender parte alla vita pubblica non per vana ricerca di onori, ma con la convinzione di potere in questo campo rendere efficaci servigi al paese. Deputato di Chioggia dal 1897 al 1900, senatore dal 1904, consigliere comunale di Padova, per molti anni egli portò dovunque una notevole competenza nei problemi tecnici, una coscienza di lavoro che gli impediva di trattare un argomento a cui non avesse dedicato studi e meditazione. Alle riforme della legislazione forestale ed idraulica contribuì con discorsi e relazioni, trattò con amore filiale il problema della laguna veneta; cooperò alla istituzione del Magistrato delle Acque per le province venete e alla organizzazione su basi più moderne del Politecnico di Padova.

Affabile con tutti il Veronese era largo agli studenti di consigli ed aiuti. Nei primi anni del suo insegnamento soleva incoraggiarli dicendo che come egli, senza appoggi, era arrivato in giovanile età alla cattedra universitaria, così potevamo noi fare una carriera altrettanto rapida. Insegnante efficace, sapeva mettere in luce i risultati essenziali, lasciando in ombra tutta la parte accessoria.

La forza fisica rivelata dalla sua alta persona, l'aspetto giovanile che conservò fino a pochi anni or sono, avrebbero fatto presagire una lunga e florida vecchiezza. Però nell'inverno 1911-12 un attacco di influenza produsse o svelò gravi disturbi circolatori; e le tracce del male, evidenti nel suo volto, turbarono la famiglia che egli molto amava ed i numerosi amici. Conservò la freschezza della mente e la forza della volontà. Alcuni dei miei lettori lo ricorderanno al congresso della Mathesis tenuto a Genova nell'ottobre 1912 ove egli volle prendere parte attiva a tutte le discussioni, per quanto apparisse evidente lo sforzo che ogni parola gli costava. E noi assistevamo ammirati e trepidanti a quella lotta tra il corpo affranto e lo spirito che non voleva darsi per vinto. Un apparente e progressivo miglioramento dopo quell'epoca illuse le persone che lo amavano, non i medici i quali prevedevano la fine improvvisa che lo colse pochi mesi or sono.

⁽¹⁾ La prima edizione degli *Elementi di Geometria* uscì litografata nel 1895; la prima edizione a stampa è del 1897.

⁽²⁾ *Dimostrazione della proposizione fondamentale dell'equivalenza delle figure*, Atti del R. Istituto Veneto, 1895.

ILLUSTRI MATEMATICI DELL'ITALIA MODERNA



GIUSEPPE VERONESE (1854-1917)

Giuseppe Veronese ebbe due grandi ideali: la scienza e la patria. Coltivò quella con entusiasmo inesauribile e contribuì a promuovere opere che rendessero questa più grande e più ricca. Nei destini d'Italia ebbe fede inalterata. Nella crisi di coscienza che tanti uomini della sua generazione attraversarono, durante l'estate del 1914, egli prese senza esitazione la posizione netta che le sue idee democratiche e la sicurezza nei destini della civiltà latina gli imponevano. Accolse con entusiasmo la dichiarazione della guerra liberatrice e di questa seguiva le vicende con tranquilla fiducia. La morte prematura gli risparmiò le giornate d'ansia che attraversiamo, il dolore di vedere invase nobili regioni particolarmente care al suo cuore, e minacciata la sua stessa città natale. Qual gioia però proverebbe egli assistendo nel giorno che speriamo prossimo alla cacciata dell'esercito invasore....

Il cittadino, lo scienziato, il maestro altamente benemerito fu ben degno del largo compianto che accompagnò la sua perdita.»

GUIDO CASTELNUOVO.

DIFFUSIONE DEL LINGUAGGIO ALGEBRICO ITALIANO.

« Stagion venne, che l'analisi per l'Italia diffusa ne trascorse i confini, volle più ampia sfera e per Europa tutta si dilatò, per ogni dove però recando italiane impronte a testimoni, che dall'Italia si era colà trasferita. Tale impronta è il nome arte della cosa, dove latinizzato in ars cossica, traendone anche per la radice dell'equazione la denominazione numerus cossicus; dove convertito nel puro latino ars rei; dove al linguaggio del paese accomodato, come fecero i tedeschi Rudolphs e Stifels dicendo die coss. Un'altra impronta è il nome di censo. È questo nome di origine latino e latinamente l'adoperò Leonardo scrivendo in latina lingua il suo libro in tempo che la consuetudine in Italia durava di scriver latino. E non fu già invention di Leonardo chiamare il quadrato censo: per l'opposto del suo scrivere quadratus qui videlicet census dicitur, si raccoglie, che il nome di censo in luogo di quadrato era già usitato, anzi il più usitato presso la latina gente, ad ammaestramento della quale nella piena scienza dei numeri Leonardo scriveva. Noi italiani di fatto avendo conservato al latino termine census, nel piegarlo a nostra lingua, l'original significato, intendiamo per esso una rendita, un frutto massimamente di capitale; e nel latino nome census, comune con l'Italia alla Spagna, alla Germania, alla Francia, si vede manifestamente l'impronta, che dalla italiana gente, allorchè latino ancora scriveva, impressa all'analisi si conservò nell'ampia sua diffusione. Più si retrocede a prender gli scrittori esteri di analisi, più puro vi si scorge e schietto l'analitico linguaggio degli antichi italiani.... Ben giustamente adunque si gloria l'Italia d'essere stata delle europee nazioni la prima a conoscere e coltivar l'analisi e d'averla alle altre tramandata ».

P. COSSALI, *Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa dell'algebra*, Parma, 1797.