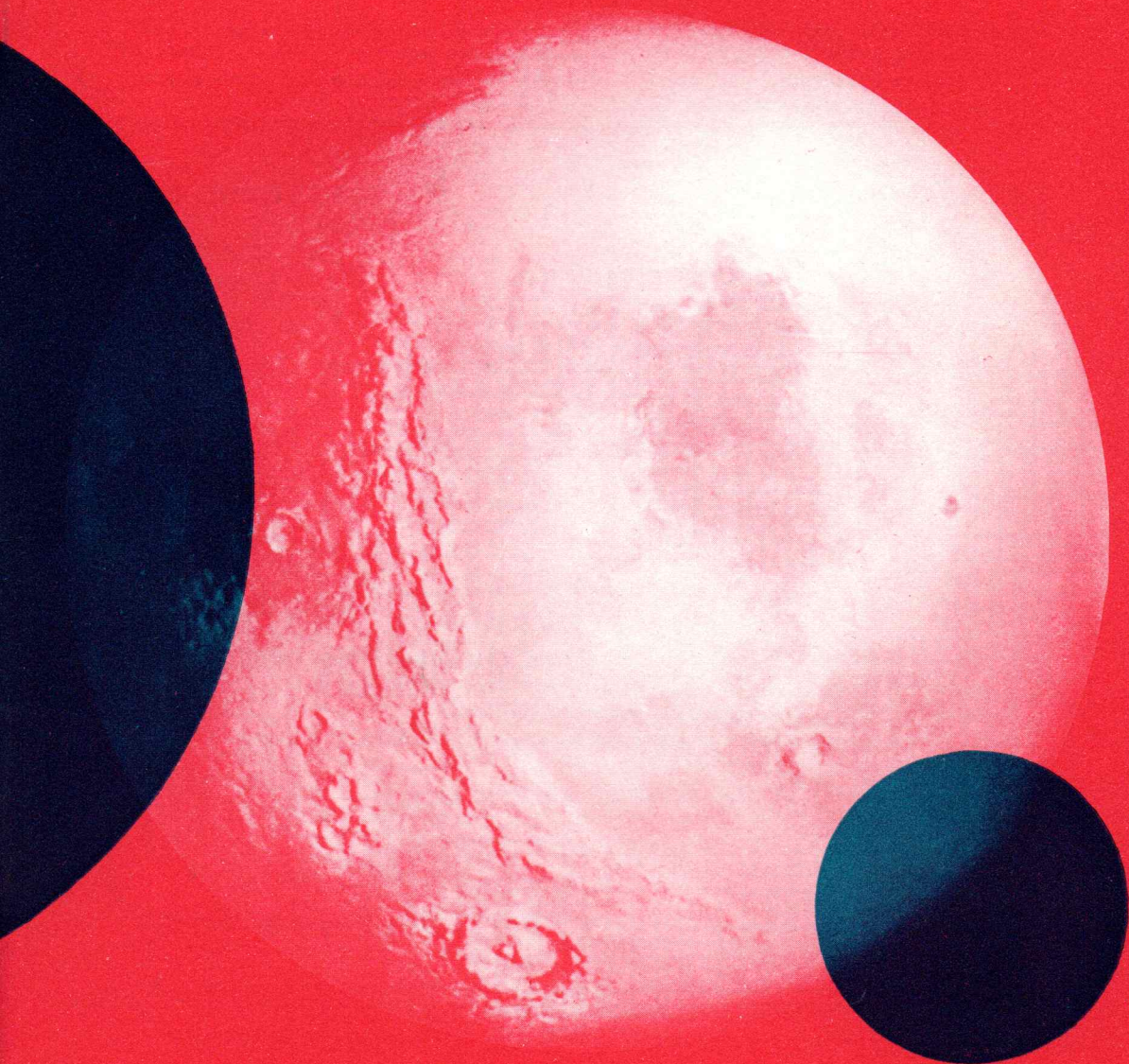


LA SCIENZA E I GIOVANI



Anno IX - 1960

7

LE MONNIER

LA SCIENZA E I GIOVANI

SUPPLEMENTO DI "ARCHIMEDE"

a cura di ROBERTO GIANNARELLI

e di SALVO D'AGOSTINO, BIAGIO GIANNELLI e GIUSEPPE SPINOSO

PER GLI STUDENTI DELLE SCUOLE SECONDARIE SUPERIORI
E PER I CULTORI DI MATEMATICA E FISICA ELEMENTARI

Consiglio direttivo e di consulenza: LORENZO CALDO - CARLO ALBERTO CAVALLI - ARMANDO
CHIELLINI - TOMMASO COLLODI - SALVATORE DI NOI - GIULIO PLATONE - ETTORE
ROSSI - SALVATORE TEMUSSI - U. GINO ZANOBINI.

ANNO IX - N. 7

NOVEMBRE 1960

SOMMARIO

S. NICOTRA - <i>Ermanno Minkowski, l'ideatore dello « spazio-tempo »</i> . . .	Pag. 109
B. FERAUDI - <i>Il giroscopio</i>	116
G. S. - <i>Il tema di maturità scientifica, sessione autunnale 1959</i>	120
<i>Palestra delle Gare: Questioni da risolvere - Risposte</i>	

La Rivista si pubblica in 8 fascicoli annuali di pagg. 16 ciascuno. Inviare articoli, note, quesiti al prof. Roberto Giannarelli, Via G. Bausan, 12 - Roma (918).

I manoscritti, anche se non pubblicati, non si restituiscono.

Degli scritti originali pubblicati in questa Rivista è riservata la proprietà letteraria.

CONDIZIONI DI ABBONAMENTO:

ANNUALE PER L'ITALIA L. 700

PER L'ESTERO L. 900 - UN NUMERO SEPARATO L. 100

*I versamenti devono essere effettuati direttamente alla Casa Editrice LE MONNIER
(c. c. Postale 5/2173)*

DIRETTORE RESPONSABILE: ROBERTO GIANNARELLI
FIRENZE, STABILIMENTI TIPOGRAFICI « ENRICO ARIANI » E « L'ARTE DELLA STAMPA »

Inscritto nel Registro del Tribunale di Firenze al n. 79 in data 5-3-1949

Ermanno Minkowski,

l'ideatore dello "spazio-tempo"

Spirito alquanto fantasioso fu il lituano Hermann Minkowski, matematico eminente. Nacque ad Aleksota, presso Kovno, il 22 giugno 1864. Sin da fanciullo manifestò precoce intelligenza e amore allo studio. Con tenace volontà, attratto da un'accentuata inclinazione per le scienze esatte, riuscì a nutrirsi d'una vasta e profonda cultura in tutti i rami delle matematiche. E ne divenne talmente edotto che, nel 1882, non ancora diciottenne, esordì improvvisamente pubblicando una memoria sui fondamenti della teoria delle forme quadratiche a coefficienti interi a più variabili, che gli meritò il *Gran prix des sciences mathématiques*, indetto dall'Accademia di Parigi. Successivamente, pubblicò una vasta serie di lavori, attinenti allo stesso argomento, che costituiscono, nel loro insieme, una organica teoria invariante delle forme quadratiche aritmetiche. Le sue spiccate doti didattiche, lo spinsero presto a dedicarsi all'insegnamento. Nel 1896, fu nominato professore al Politecnico di Zurigo. Quivi ebbe, fra i suoi allievi, Albert Einstein, il celebre autore della Relatività e Walter Ritz, il valentissimo giovane fisico-



Fig. 1. - Ermanno Minkowski (1864-1909), geniale matematico che introdusse il concetto dello spazio-tempo, poco usato nella fisica classica e indispensabile nella fisica relativistica. « D'ora in avanti — come si esprime nella famosa conferenza da lui tenuta a Gottinga nel 1908 — lo spazio e il tempo presi a sè dovranno discendere nell'ombra e solo una unione dei due concetti dovrà conservare la propria indipendenza ».

matematico, prematuramente sottratto alla vita da inesorabile morbo. Nel 1903 fu trasferito all'Università di Gottinga, dove rimase fino alla morte.

Le ricerche speciali di cui, per molti anni, si era occupato, lo indussero ad assurgere ad una concezione geometrica della teoria dei numeri. Fu, appunto, per lo studio di questa teoria che egli, nel 1908, ideò una nuova geometria differente da quella ordinaria euclidea in un senso ben diverso da

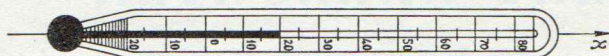


Fig. 2. — Il termometro offre un'idea concreta della corrispondenza biunivoca fra i punti di una retta e i numeri reali od anche di « uno spazio ad una dimensione ».

quello con cui furono costruite le geometrie non-euclidee, propriamente dette, di Bolyai-Lobacewsky. E di questa geometria pseudo-euclidea di Minkowski che vogliamo dare un'idea.

Lo spazio e il tempo vengono considerati, nella meccanica classica, quali enti reali, assoluti, cioè indipendenti dagli oggetti che vi si trovano e

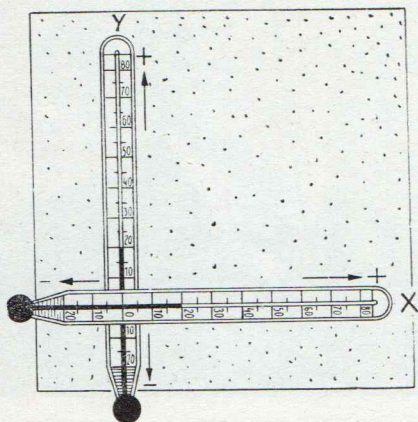


Fig. 3. — L'incrocio dei due termometri rappresentato dalla figura realizza concretamente un sistema di coordinate nel quale ogni punto del piano individua una coppia ordinata di numeri (ascissa e ordinata) e viceversa: cioè abbiamo uno « spazio a due dimensioni ».

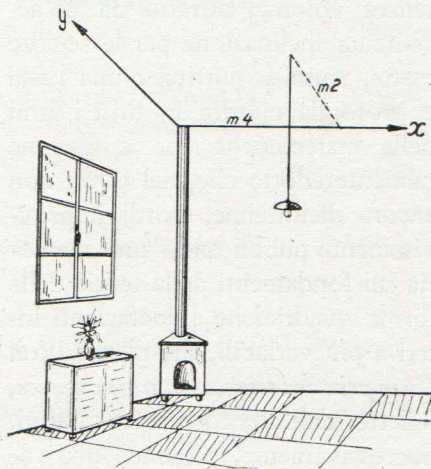


Fig. 4. — L'ascissa di 4 m e l'ordinata di 2 m del punto del soffitto da cui discende il filo della lampada e la lunghezza di questo filo individuano la posizione della lampada. In questo caso ogni punto della stanza è individuato da tre coordinate: cioè lo spazio considerato ha « tre dimensioni ».

dal soggetto che li percepisce. Un avvenimento è individuato dal luogo in cui si verifica e dal momento in cui avviene. Così, se due corpi s'incontrano, l'incontro sarà individuato, se si conoscerà la posizione e l'istante in cui esso è avvenuto. Pertanto, non bastano le tre coordinate cartesiane

x, y, z , per individuare l'incontro, ma a queste occorre aggiungere un valore t che ne misuri il tempo. Spazio e tempo, però, si ritengono indipendenti l'uno dall'altro. Con la relatività dell'Einstein il tempo perde il suo carattere assoluto, la sua aseità. L'intervallo di tempo fra due eventi varia, passando da un osservatore ad un altro, in moto rispetto al primo. Precisamente, la durata d'uno stesso evento è maggiore in condizioni di moto che in condizioni di quiete. È ciò che, nella teoria della Relatività ristretta, costituisce la cosiddetta *dilatazione dei tempi*. Anche lo spazio diventa relativo, con Einstein. Nel passaggio da un osservatore ad un altro, mobile rispetto al primo, non si conserva la lunghezza d'un segmento. Precisamente, la lunghezza d'un segmento in moto longitudinalmente è minore della sua lunghezza misurata in quiete. È questa la cosiddetta *contrazione delle lunghezze*.

Lo spazio e il tempo, pertanto, non hanno più un valore oggettivo, perchè dipendenti dallo stato di moto dell'osservatore. Inoltre, lo spazio appare strettamente legato al tempo: un evento è da concepirsi come sintesi di luoghi e di tempi. Non vi è *luogo* se non in un *tempo* determinato; non vi è *tempo* se non ci si riporti all'osservazione di un *luogo* determinato.

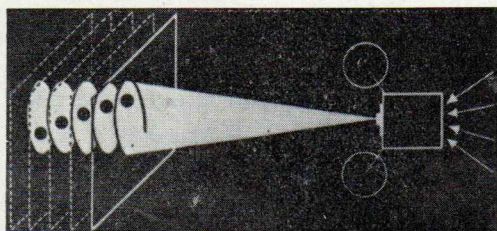


Fig. 6. — L'azione cinematografica rappresenta un fenomeno a quattro dimensioni: sullo schermo sono proiettate «istantanee» dello spazio tridimensionale e le successive «istantanee» si dispongono progressivamente secondo la quarta dimensione «tempo».

egli, così si esprime: «D'ora innanzi lo spazio e il tempo in sè e per sè devono tramontare e soltanto una specie di intima unione dell'uno e dell'altro può avere una esistenza autonoma». Egli, cioè, fonde spazio e tempo e propone di considerare lo spazio e il tempo come un continuo a quattro dimensioni. Nasce così, con Minkowski, lo *spazio-tempo quadridi-*

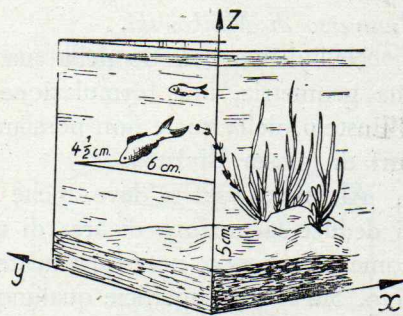


Fig. 5. — Altro esempio di spazio a tre dimensioni: la punta del muso del pesce è individuata nello spazio-vasca quando si conoscano le tre coordinate indicate nella figura: cm 5, cm 6, cm $4\frac{1}{2}$.

zione di un *luogo* determinato. In altri termini, lo spazio e il tempo appaiono *indissolubilmente legati*. Ebbene, questo legame viene messo in luce dal Minkowski, con una felice rappresentazione geometrica, la quale ha avuto una notevole influenza sullo sviluppo della teoria della relatività. In una conferenza tenuta a Colonia il 21 settembre 1908 per l'80° Congresso di medici e naturalisti tedeschi,

mentale, detto anche *cronòtopo* ⁽¹⁾ (dal gr. χρόνος = tempo e τόπος = luogo). Allora, per analogia con l'ordinaria geometria analitica, un evento è rappresentato da un punto (detto *punto-avvenimento* o *punto-universale*) il quale è individuato dalla quaterna di numeri x, y, z, t , denominati *coordinate spazio-temporali* o *cronotopiche*, dove x, y, z sono le solite coordinate cartesiane e t è il tempo. L'insieme di tutti i punti-avvenimento costituisce l'universo spazio-tempo quadridimensionale, chiamato anche *l'universo di Minkowski*.

Nell'ultimo periodo della sua attività, Egli diede, servendosi di questa sua geometria, una formulazione sistematica della relatività ristretta dell'Einstein, della quale non possiamo fare nemmeno cenno per i giovani lettori di questa Rivista.

Al Minkowski si deve anche un metodo, veramente geniale, col quale si deduce la nozione di area di una superficie da quella di volume. Ecco come, ricorrendo necessariamente ad un linguaggio in prevalenza intuitivo. Sia σ una superficie qualunque dotata, come accade nei casi più frequenti, di piano tangente in ogni suo punto, e quindi di normale, e consideriamo i segmenti perpendicolari di lunghezza h situati tutti da una stessa parte della superficie σ . Gli estremi di questi segmenti determinano una superficie σ_1 che limita, con σ , un solido, detto *strato*, il cui volume è, manifestamente, funzione di h : lo denotiamo, pertanto, con $V(h)$. Se la superficie σ è piana, lo strato, che così viene a determinarsi, è un prisma od un cilindro il cui volume si ottiene moltiplicando l'area S di σ per lo spessore h , cioè: $V = Sh$; e perciò, viceversa, l'area S di σ è data da: $S = \frac{V}{h}$. Se,

invece, si considera uno strato qualunque, cioè originato da una superficie curva, il rapporto tra il volume $V(h)$ dello strato ed il suo spessore h dà l'area d'una superficie *compresa* tra le superficie costituenti le due facce dello strato, e tale area rappresenta un valore approssimato dell'area S di σ . È intuitivo che il valore S di quest'area sarà tanto più approssimato quanto più piccolo è lo spessore h . Ebbene, il Minkowski assume, per definizione, come area S della superficie σ il limite, per h tendente a zero, del rapporto $V(h) : h$; cioè:

$$(1) \quad S = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{V(h)}{h}.$$

Se, in particolare, è $V(h) = V(r+h) - V(r)$, ossia se $V(h)$ è la differenza di due volumi, di cui il secondo $V(r)$ è indipendente da h e funzione

⁽¹⁾ Parola creata dal GIOBERTI (*Della Protologia*) e riesumata da E. Troilo a proposito della Relatività.

di un parametro r , mentre il primo è uguale a $V(r+h)$, allora sussiste la proprietà notevole che: l'area S della superficie σ è la derivata di $V(r)$ rispetto ad r . Infatti, la (1), in tal caso, diventa:

$$S = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{V(r+h) - V(r)}{h}$$

e il secondo membro di questa è il limite del rapporto incrementale della funzione $V(r)$ rispetto ad r , cioè è:

$$(2) \quad S = \frac{dV}{dr}.$$

Questo metodo, nel caso in cui la superficie σ sia la superficie cilindrica, la conica o la sferica, diventa semplice ed elegante. Infatti:

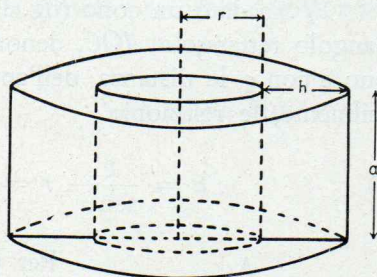


Fig. 7.

a) Sia dato (fig. 7) un cilindro di altezza a e di raggio di base r e consideriamo lo strato cilindrico, di spessore h , limitato dal dato cilindro e da quello coassiale della stessa altezza e di raggio $r+h$. Il volume $V(h)$ di questo strato è la differenza fra il volume $V(r+h) = \pi(r+h)^2 a$ del cilindro di raggio $r+h$ e il volume $V(r) = \pi r^2 a$ del cilindro dato, che è indipendente da h e funzione di r ; cioè è $V(h) = V(r+h) - V(r)$ e per ciò, per la (2), è:

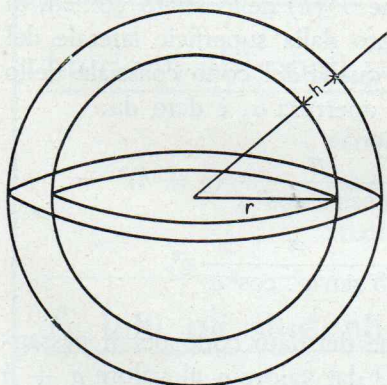


Fig. 8.

$$S = \frac{dV}{dr} = \frac{d(\pi r^2 a)}{dr} = 2\pi r a.$$

Dunque: l'area S della superficie laterale del cilindro è la derivata rispetto al raggio del volume V del cilindro.

b) Consideriamo lo strato sferico (fig. 8) limitato da una data superficie sferica di raggio r e dalla superficie sferica concentrica di raggio $r+h$. Il volume $V(h)$ dello strato sferico è la differenza tra il volume $V(r+h) = \frac{4}{3}\pi(r+h)^3$ della sfera di raggio $r+h$ e quello $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$ della sfera

data, che è indipendente da h e funzione di r . Dunque si ha $V(h) = V(r+h) - V(r)$ e quindi, per la (2), è:

$$S = \frac{dV}{dr} = \frac{d\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{dr} = 4\pi r^2,$$

cioè: l'area della superficie sferica di raggio r è la derivata rispetto ad r del volume della sfera.

c) Sia dato un cono (fig. 9) di altezza a , raggio r ed apotema l . Dal triangolo rettangolo AOC , denotando con α l'angolo OCA di apertura del cono e con ϱ la distanza dell'apotema dal centro O della base, si hanno, facilmente, le relazioni:

$$(3) \quad a = \frac{\varrho}{\sin \alpha}, \quad r = \frac{\varrho}{\cos \alpha}, \quad l = \frac{\varrho}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}.$$

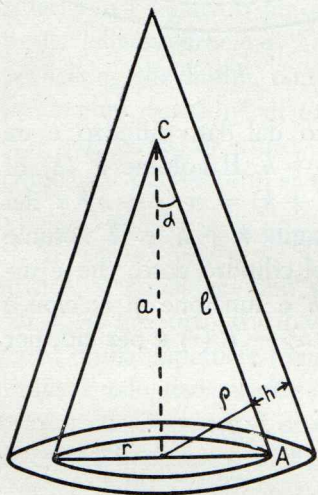


Fig. 9.

Per la prima e seconda delle (3), il volume $V = \frac{4}{3}\pi r^2 a$ del cono si può esprimere in funzione di α e ϱ :

$$(4) \quad V = \frac{\pi}{3 \sin \alpha \cos^2 \alpha} \varrho^3.$$

Allora, il volume $V(h)$ dello strato conico, di spessore h , limitato dalla superficie laterale del cono dato e da quella del cono coassiale dello stesso angolo di apertura α , è dato da:

$$V(h) = \frac{\pi}{3 \sin \alpha \cos^2 \alpha} (\varrho + h)^3 - \frac{\pi}{3 \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha} \varrho^3.$$

Esso rappresenta l'incremento del volume del dato cono per il passaggio della distanza dell'apotema dal centro O dal valore ϱ al valore $\varrho + h$ e perciò, per la (2), si ha:

$$S = \frac{dV}{d\varrho} = \frac{\pi}{\sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha} \varrho^2$$

cioè: l'area della superficie laterale del cono è la derivata del volume rispetto alla distanza della generatrice dal centro di base.

In virtù della prima e terza delle (3), l'area S assume la nota forma:
 $S = \pi r l$.

Si deve anche al Minkowski un analogo metodo col quale si deduce la nozione di lunghezza di una linea piana da quella di area. Così, per es., si giunge al notevole risultato: *la lunghezza della circonferenza è la derivata dell'area del circolo rispetto al raggio*: $C = \frac{d(\pi r^2)}{dr} = 2\pi r$. Ma di questo procedimento, e di altri contributi apportati dal Minkowski in varie questioni matematiche, non possiamo occuparci per i lettori di questa Rivista.

Quest'uomo illustre, nel pieno della sua attività precocemente troncata, si spense a Gottinga il 12 gennaio 1909.

SALVATORE NICOTRA.

Studenti abbonati per la IX annata in corso:

***rinnovate** l'abbonamento per la X annata (1961)*

***invitate** i vostri amici ad abbonarsi!*

A tutti gli studenti:

LA SCIENZA E I GIOVANI

è la Rivista dello Studente moderno

ABBONATEVI!

(Per le condizioni di abbonamento vedere la pagina 2 di copertina)