

IL CASO BOURBAKI

di Franco Eugeni

La figura di Nicolas Bourbaki, al suo esordio, è stata avvolta da una nube fatta di invenzioni, enigmi, dicerie, talvolta anche contraddizioni ed equivoci che contribuirono a creare, intorno a questo personaggio, un alone di mistero.

Nicholas Bourbaki viene definito come il matematico che non è mai esistito, è infatti uno pseudonimo sotto il quale si nascose un gruppo di matematici.

Da dove nasce lo pseudonimo di Bourbaki?

Il 16 luglio 1935, durante la settimana della plenaria di fondazione, nel corso del primo congresso tenuto dai fondatori di Bourbaki, nacque “ufficialmente” *Bourbaki* (il nome Nicolas gli fu attribuito solo in seguito). Un documento interno al gruppo specifica che Bourbaki fu il grido, ripetuto mille volte, che alcuni membri del gruppo, mentre si tuffavano, completamente nudi, nelle acque di un lago poco distante dal luogo in cui si trovavano, tuffi interpretabili come una sorta di cerimonia di iniziazione. Questo pseudonimo trova però anche origine nella storia collettiva dei normalisti, che ricorda uno scherzo compiuto da uno studente del terzo anno tale Raoul Husson, nel 1923, ai danni di alcuni allievi del primo anno, presentandosi a tenere una conferenza sotto il nome “del grande matematico Bourbaki” coperto da una grande barba.. Il nome di Bourbaki derivava sicuramente dalla storia militare francese: Charles Denis Sauter Bourbaki fu un generale agli ordini di Napoleone III che combattè nella guerra franco-prussiana del 1870 [1].

Ed ora un cenno alle motivazioni e agli obiettivi del gruppo *Bourbaki*. Nella Francia degli anni tra il '20 ed il '30 imperava il trattato di Goursat, trattato di Analisi Matematica, avversato da diversi giovani professori che ambivano ad un totale rinnovamento della disciplina. Così nel 1934, essi decisero di uscire dal clima poco stimolante di quella matematica francese d'allora. e decisero di avviare un ambizioso progetto. Si trattava di un gruppo di autorevoli geni della matematica, rigorosamente sotto i 40 anni, che negli anni 30 vollero riscrivere tutta la matematica dalle fondamenta, deducendola da chiare assiomatiche, con un rigore ed una precisione che non aveva avuto l'eguale nel passato. Inizialmente per soli scopi didattici, e il progetto di sistemazione e riscrittura lo fondarono idee molto generali quali quelle derivanti dalla neonata teoria degli insiemi. Il gruppo decise di pubblicare i lavori prodotti sotto lo pseudonimo di Nicolas¹ Bourbaki. Tra i Bourbakisti vi erano ferree regole non scritte, i Bourbakisti dovevano avere tutti meno di quarant'anni, coloro che venivano invitati ai Seminari come probabili membri erano chiamati “le cavie”. All'incontro venivano sottoposti ad un vero e proprio esame sotto forma di un aggressivo seminario-interrogatorio, e solo dando prova della loro eccezionalità venivano accettati, ma sempre se erano in grado di ottenere il consenso unanime di tutto il gruppo, parimenti i Bourbakisti venivano mandati in pensione e quindi sostituiti a cinquant'anni.

Tra i Bourbakisti ricordiamo Jean Dieudonné (1906-1992)². Con il nome che si attribuirono, come Charles Bourbaki aspirarono all'unificazione del sapere matematico sotto tutti i suoi

¹ La scelta di un nome particolare, oltre a creare un mito collettivo, eliminava il problema nato dalla decisione di non firmare l'opera con una lunga lista di nomi o di iniziali, per la ragione che i membri del gruppo sarebbero cambiati nel corso degli anni. La madrina di Bourbaki fu Eveline de Possel, moglie di André Weil, che, sempre nel 1935, lo battezzò Nicolas.

² Oltre a J. Dieudonné fecero parte del gruppo bourbakista anche Henri Cartan, Jean Delsarte, Claude Chevalley, Szolem Mandelbroj, Rene de Possel e André Weil.

poliedrici aspetti. Ogni nuovo lavoro di Bourbaki diventa un capitolo della grande opera monumentale, gli Elementi di Matematica, la cui influenza sulla matematica contemporanea, nel bene e nel male, è forse paragonabile a quella che hanno avuto, nella matematica classica, gli Elementi di Euclide, anche se con una durata temporale brevissima.

I Bourbakisti amarono circondarsi con un alone di mistero e i tanti misteri che ancora circondavano il gruppo bourbakista vennero finalmente svelati dallo stesso Weil, in un capitolo della sua famosa autobiografia. Per tenere nascosta la vera identità di Bourbaki si arrivò perfino ad istruire in modo opportuno un attore professionista per presentare alcune conferenze.

Il rigore dei Bourbakisti da un lato ci ha fornito uno strumento molto solido, che ha facilitato il progredire della Logica e dell'Informatica teorica (Turing). Oggi dopo i risultati di incompletezza dei sistemi assiomatici (Godel) si è criticato il Bourbakismo sia perchè ci allontana dall'intuizionismo sia dalla comprensione non elitaria.

I Bourbakisti si sono occupati di tutto, non esistono domini della matematica che non abbiano impegnato la sua mente, che non siano stati studiati, analizzati, organizzati, unificati dal grande matematico "policefalo" [2].

Con i Bourbakisti il risultato matematico trascende la singola persona, il singolo individuo, ma è universale, per sempre e per tutti; ciò è reso possibile grazie al *lavoro collettivo* che assume una sua connaturale connessione al discorso matematico e che in Bourbaki è un fatto voluto, pensato, progettato e realizzato. È in questo la sua novità, è per questo che costituisce un caso nella storia della matematica unico, importante e significativo.

Il lavoro di Bourbaki, dunque, si sviluppava sulla discussione collettiva. Le "trame" della matematica venivano tessute insieme, elaborate e filtrate dalle diverse menti del gruppo con l'intento di chiarire e semplificare idee, concetti e procedure; le teorie matematiche non risultano più aggregate in modo caotico, come pure convenzioni, ma si realizzano in connessioni profonde e, dalla loro riunione, nasce un tutt'uno organico e completo, una sistemazione del sapere matematico che mira ad un sapere oggettivo, unitario ed onnicomprensivo.

L'organizzazione è sempre figlia dei tempi e per Bourbaki nulla fu più naturale che riferirsi ad un unico fondamento, punto iniziale dell'avvio del discorso: la teoria degli insiemi.

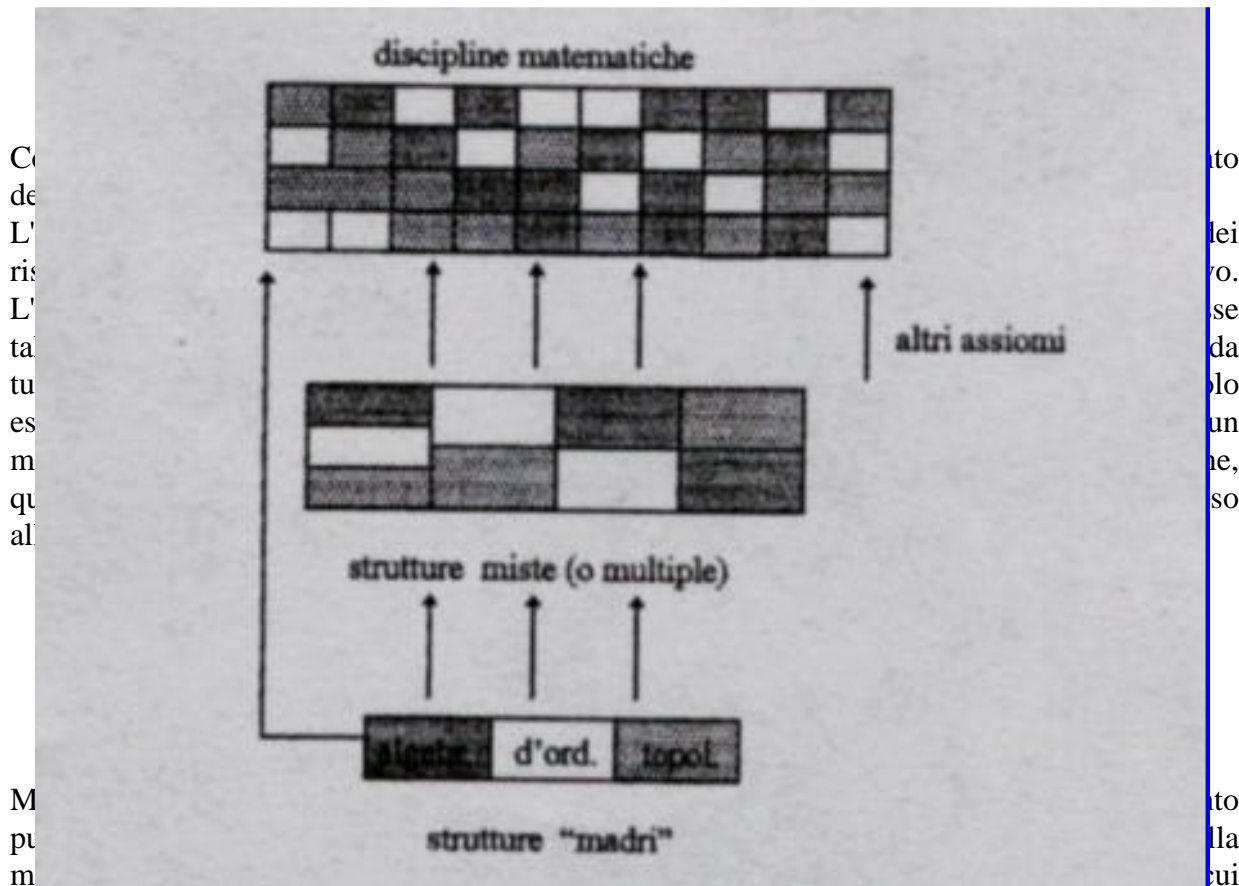
Altro aspetto dell'opera Bourbakista è il metodo assiomatico con cui furono abbattuti i confini tra Algebra, Analisi, Geometria, Teoria dei numeri, ed in cui il ruolo primario fu assunto dal concetto di *struttura*. L'intento era quello di fornire uno strumento utilizzabile nei più svariati domini della matematica. La nozione di struttura consentiva, quindi, secondo i Bourbaki, di individuare un punto di vista unitario, realizzando una vera e propria *economia di pensiero* [3].

Ma che cosa è una struttura per i Bourbaki? È una sorta di *nucleo* generativo, in base a cui organizzare la conoscenza matematica. Una struttura va *scoperta* tra gli elementi di un dato insieme per *classificare* l'insieme oggetto di studio, riconoscendo le *relazioni* tra gli elementi stessi e le proprietà a cui soddisfano, da cui giungere, con l'aggiunta di nuovi assiomi ed individuando nuove relazioni, ad altre conoscenze.

I Bourbakisti cercarono di stabilire se tutti i capitoli della matematica potevano ridursi a quelle strutture di gruppo che già Galois aveva descritto, ma pervennero al risultato che ciò non era possibile a meno che non si facesse riferimento a tre grandi tipi di strutture: strutture algebriche, strutture d'ordine e strutture topologiche, che denominarono *strutture madri*, ovvero generative di altre strutture [4]. Dalle tre strutture di base si costruiscono le strutture miste, cioè strutture delle tre strutture madri, nel senso che si possono avere strutture algebriche insieme con strutture d'ordine o strutture topologiche (\mathfrak{R} , ad esempio, possiede tutte e tre le strutture di base

in forma particolare). Alle strutture miste appartengono gruppi topologici, spazi vettoriali topologici, corpi ordinari. Le discipline tradizionali si sviluppano, dunque, su strutture di base e strutture miste con l'aggiunta di nuovi assiomi e definizioni.

L'interpretazione bourbakista distoglie quindi dall'idea di una matematica formata da discipline chiuse e ben distinte tra loro in quanto tutte le diverse teorie fondano sulle tre strutture di base comuni.



opera contribuì in maniera sostanziale a dare una nuova svolta alla didattica non solo della matematica.

Utilizzando le parole dello stesso Piaget una struttura "è un sistema che presenta delle proprietà in quanto sistema, ossia leggi di totalità che sono differenti dalle leggi degli elementi. Per esempio, una classificazione è una struttura, mentre una classe isolata non è una struttura" [4]. Ma ancora più interessante è il fatto che secondo Piaget le sue strutture costituivano delle vere e proprie strutture naturali con radici psicologiche, erano cioè un elemento intrinseco, proprio dell'apprendimento umano, in particolare nel bambino.

Secondo Piaget una struttura, per poter essere tale, doveva possedere *leggi di totalità* capaci di individuare quei caratteri di totalità che sono differenti dai caratteri che definiscono un singolo elemento della totalità, *leggi di trasformazione*, cioè quelle leggi secondo cui componendo degli elementi della struttura si genera una nuova entità, vale a dire si crea un elemento nuovo, ed *autoregolazione*, con questo terzo carattere si vuole intendere che la struttura è *chiusa*, cioè, componendo elementi di una struttura si ottengono ancora elementi della stessa struttura [4].

Gli Elementi di matematica di Bourbaki costano di circa 7.000 pagine divise in 10 "libri" ognuno dei quali è costituito da più volumi. Essi sono stati pubblicati dal 1939 al 1998. L'opera ha influenzato un'intera generazione, ed è stata in grande auge tra gli anni '50 e '60.

La "filosofia" di Bourbaki, a si può considerare articolata attorno alle seguenti caratteristiche fondamentali, necessarie alla sistematizzazione dell'intero corpus della disciplina:

- *una visione unitaria delle matematiche*
- *utilizzo di una logica simbolica anche esasperata*
- *il partire da nozioni molto generali, fortemente astratte, rinunciando ad esempi, figure, semplificazioni, presentazioni euristiche, studio di casi particolari*
- *l'utilizzo sistematico del metodo assiomatico e dei sistemi ipotetico deduttivi*
- *l'uso continuo di tre tipi di strutture: le strutture insiemistiche e relazionali (strutture d'ordine, di equivalenza, applicazioni tra insiemi, ...), le strutture algebriche (quali gruppi, anelli, corpi e gli spazi vettoriali, ...) e le strutture topologiche (concetto di intorno e di vicinanza, spazi metrici etc.), continuamente intrecciantesi tra loro.*

L'idea assiomatica proveniva dagli Elementi di Euclide del 300 a.C. ed avevano avuto un seguito importante nei *Grundlagen der Geometrie (Fondamenti della Geometria)* scritti nel 1899 da David Hilbert, utilizzando un sistemazione formale della Geometria, nella quale le nozioni primarie di punto, retta o piano... considerat primitive non necessitavano più di precisazioni circa il significato concreto-intuitivo. Nell'articolo *L'architecture des mathématiques* pubblicato nel 1947 e firmato da Bourbaki "in persona" si legge che per definire una struttura algebrica o topologica è necessario:

- *considerare uno o più insiemi astratti di elementi, definenti nominalmente i concetti primitivi*
- *considerare un certo numero di relazioni tra i concetti primitivi: i postulati*
- *tali relazioni devono essere non contraddittorie ed indipendenti tra loro*
- *deve essere data una logica per dedurre*

allora la teoria derivante dalla assiomatica introdotta è costituita dalle conseguenze logiche derivanti dagli assiomi che costituiscono la struttura stessa.

Con una rivisitazione di oggi si può affermare che anche se l'opera di Bourbaki non è durata così a lungo quanto i loro fondatori pensavano è anche vero che mai la matematica è stata scritta così bene come da Bourbaki in poi. Tuttavia, con il senno di poi, la mancanza totale di applicazioni, esemplificazioni, figure ovvero dell'intera parte intuitiva viene oggi considerata abbastanza deleteria. La filosofia che ispirò la monumentale opera: procedere sempre dall'universale al particolare, con un esplicito incitamento alla massima generalità e astrazione non è oggi considerato il miglior atteggiamento pedagogico.

Va ancora ricordato che i Bourbakisti conoscevano i limiti dell'assiomatica in quanto nel 1931, il logico-matematico Kurt Godel (1906-1978), di origine boema e coetaneo di André Weil, dimostrò i limiti e il ridimensionamento del metodo assiomatico, provando i due teoremi di Logica che portano il suo nome:

- I.- Per ogni sistema razionale che contiene l'aritmetica esiste una formula che non può essere ne provata ne negata (che dimostrava una vecchia idea platonica).
- II. - Non è possibile provare la non contraddittorietà di un sistema razionale che contiene l'aritmetica con i soli mezzi offerti dal sistema.

Anche Piaget, che non era un bourbakista e nemmeno un matematico, riconobbe tre strutture fondamentali, molto affini a quelle dei Bourbakisti³, quelle che utilizzano i concetti di *reversibilità* ed *inversione* (ad es.: $+ a - a = 0$), molto prossime alle strutture algebriche, quelle

³ Ad un seminario durante il quale Piaget espose le sue teorie, prese parte anche J. Dieudonné che approvò le asserzioni dello psicologo [5].

che fondano sulla *reciprocità* denominate dallo stesso Piaget *strutture di relazione* ma che altro non sono che strutture d'ordine, infine *le strutture spaziali o infralogiche* che, come le strutture topologiche, si richiamano alle nozioni di vicinanza, limite, continuità ecc. [4] [5].

Strutture "matri"

BOURBAKI

strutture algebriche
strutture d'ordine
strutture topologiche

PIAGET

strutture di reversibilità ed inversione
strutture di relazione
strutture spaziali o infralogiche

Lo strutturalismo costituisce quindi per Piaget un metodo e non una filosofia.

Così come nella scuola bourbakista lo strutturalismo aveva consentito di abbattere le barriere che diversificavano i "capitoli" della matematica astraendo dai singoli contenuti per trovare strutture generali, in psicologia lo strutturalismo ha fornito i mezzi per lottare contro la tendenza a spiegare tutto partendo da elementi opinabili quali la sensazione e la percezione [4].

Grazie anche al pregevole contributo di Piaget, che ha fornito un significativo impulso dal carattere interdisciplinare, il movimento per il rinnovamento dell'insegnamento della matematica è stato forse prodotto soprattutto dall'esistenza di Bourbaki.

C'era qualcosa di nuovo da dire (insiemi, strutture, relazioni, ecc.), c'era un'organizzazione, un metodo a cui riferirsi.

Negli anni che sono andati dal 1960 a forse il 1975 la matematica italiana è stata molto bourbakista con poche voci alternative come de Finetti ed altri. Oggi la matematica purtroppo è divenuta disciplina impopolare, difficilmente divulgata e talvolta erroneamente sfuggita.

Ed ora un cenno ad **André Weil**, forse uno dei più eminenti tra i Bourbakisti.

Selma, la madre di André, all'insegnante:

... non credo che André abbia buone basi in Matematica!

L'insegnante in risposta:

... non so cosa dirle, qualunque cosa io dica sull'argomento, lui sembra conoscerla già!

(Selma Reinherz, madre di André Weil, ad un colloquio con l'insegnante)

André Weil nasce a Parigi nel 1906, vive per 92 anni, fino al 1998, nel 1937 si sposa con Eveline de Possel⁴ (1912 -1986) cui sarà fortemente legato per tutta la vita.

André è una figura inconfondibile fin da giovane, con caratteristiche lenti spesse un dito, perennemente incollato ad un libro, sempre sicuro nei suoi modi e nei suoi atteggiamenti. A 15 anni ha la fortuna di conoscere il grande matematico Jacques Hadamard, che fu uno dei suoi maestri. Allievo dell'Ecole Normale, tra le sue peculiarità coltivò lo studio di varie lingue vive ma anche il latino, il greco e il sanscrito seguendo i corsi di Sylvain Lévi al Collège de France. Il suo interesse per le religioni orientali sarà perenne. Si occupò anche di storia e di antropologia. Fin dall'età di 18 anni ama girare l'Europa andando ad incontrare i grandi matematici dell'epoca per confrontarsi con loro sulle sue prime, originali intuizioni. A circa vent'anni è di fatto ben conosciuto nella comunità internazionale dei matematici. L'India è un suo vero amore, tanto che chiede di insegnare "cultura francese" ; tuttavia nei primi anni '30 è chiamato per due anni come matematico all'Università di Aligarh. Incontra Gandhi, Nehru e Rajagopalacharya. La conoscenza del sanscrito gli permette di leggere la *Bhagavad Gita* in

⁴ Eveline aveva sposato in prime nozze Renè de Possel (1905-1974), altro fondatore e membro del Seminario Bourbaki ed esperto anche in Teoria dei Giochi, ed aveva un figlio Alain de Possel che andrà negli USA, con lei ed André, nel 1941. André ed Eveline ebbero due figli: Sylvie e Nicolette.

lingua originale⁵, opera sacra che nonostante il suo dichiarato ateismo sarà il suo riferimento per tutta la vita.

Afferma che la matematica non si studia sui libri, ma interagendo con gli altri matematici, interazioni che André porta avanti per tutta la sua vita nonostante una sua forma di forte razzismo culturale. Il suo carattere non è dei migliori, definibile tra il caustico, lo stravagante e l'arrogante, ma anche tra il poco socievole e l'asociale. Tipico esempio è la risposta che dà ad un uditore che chiede "*posso farle una domanda stupida*" - risponde secco "*ha appena finito di farmela*".

Quelli del periodo della guerra furono invece gli anni più difficili.

Simone è la figlia minore di Bernard⁶ e Salomea Reinherz⁷, più nota come Selma o Mimì. Simone (1909 -1943) come sorella minore di André (1906-1998), considerato universalmente uno dei più grandi matematici del Novecento, parteciperà molto alla vita dei Bourbakisti, dando il suo contributo da Filosofa. Simone sarà una importante antropologa (cfr. gli Atti in suo onore citati in [7]).

Dai ricordi di Weil emerge anche un affettuoso ritratto della celebre sorella, Simone, il cui impegno politico e sociale era per ben lontano dai suoi interessi personali. "*La matematica - scriveva Weil in una lettera alla sorella Simone - non è nient'altro che arte, una specie di scultura in un materiale estremamente duro e resistente, come certi porfidi usati a volte, credo, dagli scultori*".

André scrive – riferendosi a Simone : "*ci capitò di fare ben poche conversazioni serie, la sua condotta mi è spesso sembrata, non senza ragione probabilmente, un affronto al buon senso, anche se nulla di ciò che la riguardava ha mai potuto davvero sorprendermi, con la sola eccezione della sua morte*". Non vi è dubbio che ebbero gli anni della formazione in comune ma le vie di ricerca furono separate. Qualche elemento comune li abbiamo trovati nei punti seguenti:

I genitori, il padre medico, ateo, radicale, la madre religiosa tiepida, molto intelligente di forte personalità, fortemente uniti come coppia, nulla trascurarono perché entrambi i figli pervenissero ai gradi più alti della conoscenza⁸,

André si rifiuta di andare sotto le armi, non perché fosse un obiettore di coscienza, ma solo perché si era convinto che il suo *dharma* fosse la matematica e non la guerra. In Finlandia, dove si era rifugiato, venne sospettato di essere una spia dei sovietici. Arrestato, riuscì a scampare alla fucilazione per l'intervento, all'ultimo minuto, di un suo influente collega finlandese. Ricondotto in Francia e accusato di renitenza alla leva, Weil si ritrovò in carcere a Rouen dove, nel forzato raccoglimento, riuscì a raggiungere alcuni dei risultati più importanti del suo lavoro di matematico. Soltanto dopo aver chiesto di far parte dei reparti combattenti, Weil riesce a lasciare il carcere e diviene mitragliere al fronte. In lui oramai vi è un solo obiettivo: trasferirsi negli Stati Uniti, cosa che riesce a fare dopo il 1941.

⁵La Bhagavad Gītā è considerata l'essenza di tutta la spiritualità vedica indiana (letteralmente: "Canto del Divino"). Si tratta di un poema sanscrito di circa 700 versi che ha valore di testo sacro, al punto da ottenere l'appellativo di *vangelo indù*. L'unicità di questo testo consiste anche nel fatto che la figura divina, non è astratta ma è un protagonista che parla in prima persona. Era l'opera maggiormente amata e seguita dal Mahatma Gandhi.

⁶ Bernard Weil (Strasburgo, 1872) figlio di Abraham, di origine alsaziana, ricco commerciante ebreo. La madre Eugène era fortemente legata alla religione ebraica. Bernard diviene medico, di idee radicali quasi anarchiche si professa ateo. Sia pur molto sicuro, in particolare delle sue brillanti diagnosi, sarà affascinato dallo forte personalità della moglie, che adorerà, e sarà lei ad occuparsi essenzialmente dei figli.

⁷ Selma Reinherz (1879-1939) è figlia di Adolphe un ricchissimo ebreo russo che si occupava di import-export. Sua madre Hermine le trasmette un tiepido amore per la religione ebraica. Selma è una donna energica, appassionata, molto intelligente. È artefice sia della forte coesione della famiglia sia della costante e continua crescita culturale dei figli.

⁸ Si narra che nel primo quinquennio di studi dei figli fece loro cambiare sette scuole ed utilizzo insegnanti privati e tutor per rafforzare le loro conoscenze.

Dopo un periodo San Paolo in Brasile non gli riuscì nell'immediato ad entrare, come si aspettava, in una grande Università. Si sposta a Chicago e in Pennsylvania fino al 1958 ed approda finalmente a Princeton. Circa un istituto in Pennsylvania ove aveva insegnato diceva: "Il nostro compito lì, tra colleghi la cui ignoranza matematica è abissale, era quello di ripetere una lunga serie di formule, tratte da manuali stupidi, il tutto per far funzionare una macchina adatta solo a sfornare titoli senza alcun valore". A Princeton al prestigioso Institute for Advanced Study ove opera a lungo dal 1958 in poi rimane fino alla sua morte. I colleghi lo chiamano il "mostro sacro", spesso omettendo anche il termine sacro! La sua affinità con quel luogo lo conduce a scrivere : "E' qui che ho condotto una tranquilla vita da matematico, illuminata di tanto in tanto dalle gioie della scoperta".

BIIBLIOGRAFIA

[1] CARL B. BOYER, *Storia della matematica*, Mondadori, 1980, pag. 718.

[2] IMRE TOTH, *Nicolas Bourbaki, S.A. Vita e opere del "Matematico policefalo" secondo i dati autentici da lui stesso inventati*, Lettera Pristem (Università Bocconi) n. 8 Giugno 1993.

[3] N. BOURBAKI, *L'Architecture des mathématiques* in F. Llionnais, *Les Grands Courants de la pensée mathématique*, 1962, pp. 35-47.

[4] JEAN PIAGET, *Lo Strutturalismo "Scuola e Città"* La Nuova Italia n. 3 Marzo 1976.

[5] EMILIO AMBRISI, *J. Piaget e la didattica della matematica*, Pedagogia e Vita Serie 453, 1/1981-82.

[6] B. DE FINETTI, *Il buon senso e le foglie di fico*, Bollettino U.M.I. 12, Supp. Fasc. 3 (1975) pp. 1-9.

[7] F. EUGENI-M.SANTARELLI, *La matematica come comprensione del mondo*, in: *Persona e Impersonale, la questione antropologica in Simone Weil*, (a cura di G.P. Di Nicola e A. Danese), Rubettino Ed.(2009).