

Estratto dal

Periodico di Matematiche

Febbraio-Aprile 1968 - Serie IV, vol. XLVI
n. 1-2 (pagg. 1-20)

C. F. MANARA

Oscar Chisini



Bologna

Nicola Zanichelli

Editore

Oscar Chisini (*)

1. È forse troppo presto per comprendere appieno quale sia la importanza della figura e dell'opera di OSCAR CHISINI per la storia della Matematica italiana ed in particolare della Geometria: chi ci seguirà nel tempo vedrà forse più chiaramente di noi, a questo proposito. Ma non è mai troppo presto perchè amici e discepoli si raccolgano a rievocare insieme la figura umana di chi ha trascorso con loro tanta parte della sua vita, di chi ha dato a loro senza risparmio tesori di intuizioni e di scienza, ed a piangerne insieme la memoria, ricordandone gli insegnamenti.

Nacque OSCAR CHISINI a Bergamo il 14 marzo 1889, terzo figlio di una nobile famiglia veneta, originaria di Pieve di Soligo. Il padre era laureato in legge e militare in servizio permanente, e la famiglia seguì i trasferimenti che segnavano le tappe della sua carriera. Il giovane Oscar fece quindi gli studi classici a Ravenna e poi a Bologna, città in cui frequentò il Liceo Galvani. Si iscrisse alla Università di Bologna dove fece l'incontro che determinò praticamente tutta la sua carriera umana e scientifica; voglio dire l'incontro con FEDERIGO ENRIQUES, che allora era professore di Geometria nell'Ateneo bolognese. ENRIQUES, con la intuizione folgorante che gli era propria, scoprì subito l'eccezionale talento matematico del giovane CHISINI e lo convinse a lasciare gli studi di ingegneria per dedicarsi alla Matematica pura. ENRIQUES lo prese come proprio assistente dopo la laurea, conseguita dal CHISINI nel 1912, e lo associò alla impresa della stesura del monumentale trattato sulla « Teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche ».

La prima guerra mondiale, alla quale Egli partecipò come volontario, provocò una interruzione nella attività scientifica di CHISINI.

(*) Conferenza tenuta presso il Seminario Matematico e Fisico di Milano il 16-11-1967.

ma gli diede anche modo di dimostrare la vivacità e la versatilità del Suo ingegno. Infatti Egli, tenente di Artiglieria Alpina, si dedicò anche alla risoluzione di problemi tecnici militari mediante l'uso della Matematica; fra l'altro Egli inventò un telemetro che fu brevettato.

Ritornato alla vita universitaria, OSCAR CHISINI percorse in breve tempo le tappe usuali della vita accademica: aveva conseguito la libera docenza nel 1918; vinse nel 1923 il concorso per la cattedra di Geometria Analitica e Proiettiva della Università di Cagliari e passò poi, in seguito a vittoria in un altro concorso, alla cattedra di Algebra e Geometria analitica. Nel 1925 si trasferì a Milano, dove occupò la cattedra di Analisi algebrica prima e poi quella di Geometria analitica e proiettiva, cattedra che tenne fino al suo collocamento fuori ruolo, avvenuto nel 1959. Durante la sua permanenza a Milano tenne costantemente anche l'incarico di Geometria analitica e proiettiva presso il Politecnico di Milano e l'incarico di Geometria superiore presso la Università.

Era accademico Linceo, membro effettivo dell'Istituto Lombardo, socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Torino e dell'Académie Royale des Sciences di Liegi, socio onorario della Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e dell'Accademia nazionale di Scienze, Lettere ed Arti di Modena; era stato nominato professore emerito della Università di Milano, ed aveva conseguito la medaglia d'oro per i benemeriti della scuola e della cultura. Alla sua morte, avvenuta il 10 aprile del 1967, unanime fu la manifestazione di cordoglio da parte di colleghi, allievi e di quanti lo ricordavano ed avevano frequentato i Suoi corsi.

2. La produzione scientifica di O. CHISINI si situa in modo naturale nella corrente di quella grande e classica dottrina che è abitualmente indicata come Geometria Algebrica di scuola italiana. La ragione della qualifica è ben nota: tra i più famosi creatori e rappresentanti di questa dottrina troviamo nella maggioranza degli italiani, tra i quali voglio limitarmi qui a nominare LUIGI CREMONA, CORRADO SEGRE, GUIDO CASTELNUOVO, FEDERIGO ENRIQUES, FRANCESCO SEVERI, BENIAMINO SEGRE. Altri ancora potrei nominare, e mi piace ricordare, tra i viventi LUCIEN GODEAUX, OSCAR ZARISKI, POL BURNIAT, venuti in Italia per la loro formazione scientifica; questa immigrazione dimostra quale fosse nei primi decenni di questo secolo il prestigio della scuola italiana in questo ambito di ricerche.

La proprietà caratteristica dell'atteggiamento della scuola ita-

liana in questo campo potrebbe a mio parere essere espressa efficacemente dal titolo dell'opera scritta in collaborazione tra FEDERIGO ENRIQUES ed OSCAR CHISINI: « Teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche » suona questo titolo. A me pare che quell'aggettivo « geometrica » apposto al sostantivo « Teoria » enunci tutto un programma ed un orientamento di studi e ricerche, che è caratteristico della scuola italiana. Infatti i cultori di queste ricerche secondo tale indirizzo ammettevano bensì che la teoria delle funzioni di variabile complessa ed in particolare delle funzioni algebriche fornisse il fondamento logico rigoroso delle loro teorie, ma annettevano alla intuizione geometrica una importanza particolare, tanto nella fase di ricerca e di ideazione che nella fase espositiva; l'intuizione geometrica mitigava — per così dire — la freddezza e la astrattezza rigorosa della teoria delle funzioni di variabile complessa e dava ai risultati un aspetto tale che il ricorso alla intuizione geometrica ed alla immaginazione risultava fondamentale come stimolo, come spunto alla scoperta e come sistemazione espositiva.

Ricordo ancora con quale efficacia il Maestro ci spiegava come le figure che Egli tracciava sulla lavagna (curve, nel senso intuitivo della parola) fossero « sbagliate » perchè la « Curva algebrica » non è affatto un ente ad una dimensione, almeno nella concezione della teoria che Egli ci voleva esporre; ma spiegava anche come quel modello e quelle figure potessero servire per fare dei ragionamenti giusti, purchè beninteso si sfruttasse il modello soltanto per ciò che poteva dare e si tenessero presenti i suoi limiti. E riassumeva la sua esposizione e la sua critica con uno di quei suoi detti arguti, dicendo che « La Geometria insegna a fare i ragionamenti giusti sulle figure sbagliate » aggiungendo magari che era meglio fare i ragionamenti giusti e le figure brutte piuttosto che fare le figure bellissime ed i ragionamenti sbagliati.

Questo tuttavia non gli impediva di richiedere anche la esattezza grafica, ma soltanto nelle questioni nelle quali era essenziale e forniva veramente lo strumento per giungere allo scopo, per es. nei nomogrammi.

Ricordo anche la sua abituale esposizione della teoria delle serie lineari di punti su una curva algebrica; questa era fatta sul modello piano, e non sul modello iperspaziale come si trova in tante altre esposizioni, proprio perchè Egli era insofferente degli schemi teorici « vuoti » (o che Egli considerava tali) e voleva rifarsi con la maggior frequenza possibile al modello visibile dell'ente che stava studiando.

Ho già ripetutamente nominato il monumentale trattato di ENRIQUES e CHISINI, e vorrei soffermarmi almeno un poco su di esso, perchè vi si trovano molte tracce della storia intellettuale di CHISINI, vi si trovano molte impronte del Suo carattere e del Suo tipo di intelligenza e soprattutto perchè essa è un'opera classica, unica nel suo genere e che ha portato alta per decenni nel mondo la fama della scuola geometrica italiana.

Come è noto, l'opera in quattro volumi è stata iniziata nel 1915 e finita nel 1934; CHISINI la citava in modo metà affettuoso e metà scherzoso come « il librone » e così avevamo l'abitudine di citarla anche noi, con affettuosa ammirazione. Si potrebbe dire che il primo volume conserva in parte ancora il carattere di compilazione e contiene spesso ancora la esposizione delle teorie classiche in modo classico; tuttavia vi si trova già enunciato il programma della intera opera, programma che contemplava l'espone le teorie e talvolta il ricrearle ex novo secondo lo spirito che informava gli Autori e dirigeva il loro lavoro.

Si trova anche enunciato nella prefazione il concetto che gli Autori avevano della storia ed in particolare della storia della scienza. Si legge:

« Una visione dinamica della scienza porta naturalmente sul terreno della storia. La rigida distinzione che si fa tra scienza e storia della scienza, è fondata sul concetto di questa come pura erudizione letteraria; così intesa la storia reca alla teoria un estrinseco complemento di informazione cronologica e bibliografica.

« Ma assai diverso significato ha la comprensione storica del sapere che mira a scoprire nel possesso l'acquisto, e si vale di quello per chiarire il cammino dell'idea, e concepisce questo come prolungandosi oltre ogni termine provvisoriamente raggiunto. Una tale storia divenne parte integrante della scienza, ed ha posto nella esposizione delle dottrine, per quanto giovi spogiarla — nella misura del possibile — da troppo ingombrante ricchezza di citazioni, che tolga la visione sintetica del progresso nelle sue grandi linee. Il richiamo al passato non si distingue qui dall'interesse del presente, e vi attinge solo la visione di una più larga realtà, e la verifica ricreando la scoperta . . . ».

E poco sotto:

« . . . la storia viene guadagnata attraverso la scienza, in servizio della scienza e non viceversa; anzi vogliam dire che prima abbiamo ricercato — talora svolto — la materia con piena libertà

« di spirito costruttivo, poi abbiám cercato di comprenderla storica-
« mente, rendendoci conto dell'origine delle idee ».

Questa piena libertà dello spirito costruttivo, affermata nella prefazione dell'opera, libertà che deve precedere la analisi storica, è stata una delle caratteristiche di tutto il lavoro scientifico di CHISINI.

Per ritornare ora all'analisi dell'opera, diremo che il secondo volume contiene, oltre alla esposizione delle teorie classiche della cubica piana, quella trattazione delle singolarità delle curve piane che è rimasta fondamentale nella letteratura; ricorderò a questo proposito la teoria dei diagrammi a « Schemi » che dànno pienamente la composizione della singolarità e la esposizione della teoria formale della derivazione delle funzioni di funzione.

Raccontava CHISINI che l'opera stessa era stata concepita quasi tutta in modo « peripatetico », come usava dire, cioè passeggiando sotto i portici di Bologna con ENRIQUES; anche gli sviluppi formali più complicati che si trovano nel secondo volume del « librone » non erano stati concepiti a tavolino: al massimo ENRIQUES si fermava e scriveva con la punta dell'ombrello sulla pavimentazione dei portici di Bologna, mentre stavano passeggiando.

Nel secondo volume vengono pure espóste alcune questioni relative alla degenerazione dell'inviluppo di una superficie algebrica, contributo di CHISINI, da cui ebbe origine la serie di ricerche sulle curve di diramazione delle funzioni algebriche e dei piani multipli e quella sua tecnica, che si rivelò estremamente feconda, di usare opportunamente dei casi limite e delle curve degeneri per risalire al caso generale. Naturalmente per usare tale tecnica in modo soddisfacente occorreva tutta la sua intuizione e il suo senso acutissimo di critica, che gli faceva intravedere le proprietà del caso generale nelle proprietà possedute dal caso limite (e solo quelle buone) e gli risparmiava di prendere per buone le proprietà che erano caratteristiche del solo caso limite. Esempio significativo di simbiosi tra spirito critico e fantasia creatrice di cui CHISINI fu forse un esemplare puro (se si può usare la metafora di tipo biologico) e giustificazione dell'atteggiamento di ENRIQUES e suo, che disdegnava il formalismo vuoto, il quale non dava alcun contributo al rigore (secondo loro) e soltanto impacciava la fantasia creatrice. Esempio peraltro molto difficile da seguire per chi non avesse le loro innate qualità di critica acutissima e quasi l'istinto del confine che esisteva tra verità ed errore.

A questo proposito essi affermavano (vol. I pag X):

«... al culto del rigore formale, che — affettando di bandire « ogni manchevolezza — talora riesce soltanto a nascondere le vere « difficoltà o le cause d'errore, vuolsi sostituire il culto sincero del « rigore concepito come abito di correzione e di critica. Da questo « punto di vista acquistano speciale interesse gli errori storici, i para- « dossi, i sofismi, che spesso hanno segnato la via delle più impor- « tanti scoperte ».

Ed a questo programma si ispirava CHISINI nelle sue lezioni, quando enunciava un teorema in modo — per così dire — approssimativo, e poi via via ne affinava le ipotesi, ne correggeva la dimostrazione e ne allargava la portata.

Del resto gli Autori stessi avevano affermato la loro tendenza a portar avanti la visione « aristocratica » della scienza di cui scrivevano:

« Troviamo qui il concetto aristocratico della scienza, proprio « di coloro che, fidandosi di un'alta intuizione, aprono le vie del « progresso; ma di fronte a quello la storia mostra il continuo affer- « marsi della tendenza democratica che, traducendo la intuizione « dello scopritore in termini logici, vuol dare a tutti il mezzo di rico- « noscere ed appurare la verità ».

Il terzo volume è sostanzialmente dedicato alla teoria delle serie lineari sopra una curva algebrica e alle trasformazioni birazionali. Qui i contributi di CHISINI si fanno ancora più importanti e visibili, anche perchè ENRIQUES era probabilmente orientato verso la esposizione della sua teoria delle superfici algebriche, che lo occupava da diversi anni e che assorbiva buona parte della sua attenzione. Ricordo in particolare il teorema di riduzione delle trasformazioni birazionali del piano a prodotti di trasformazioni quadratiche, teorema che egli esponeva anche a lezione molto volentieri con un suo specialissimo diagramma per il calcolo delle medie di certi numeri interi.

Anche da questa esposizione si vedeva immediatamente la natura della sua intelligenza ed il suo modo di lavorare: ci confidava che egli aveva trovato la soluzione del problema mentre andava in bicicletta.

Ricordo anche la nozione della valenza di una corrispondenza algebrica tra due curve in senso topologico ed il « General principio di corrispondenza » che sono opera di CHISINI e dimostrano una sua particolarissima simpatia verso la Topologia, o meglio verso una parte di questa che gli faceva conseguire dei risultati fecondi con metodi allora inusitati.

Invero la Topologia così intesa incarnava in certo senso l'ideale di « Geometria qualitativa » che realizzava la sua definizione della matematica come « Scienza che insegna a non fare i conti ».

Il quarto volume infine riporta la teoria degli integrali abeliani e delle funzioni « theta » e del problema di inversione.

Anche qui il contributo di CHISINI rivela un aspetto della sua intelligenza che era peculiare e appariva in qualche modo addirittura sconcertante. Il gusto del paradosso lo portava spesso a rovesciare le impostazioni classiche dei problemi e delle teorie; un esempio di ciò si ha nella trattazione delle funzioni ellittiche, che Egli ricostruì, rispetto alle trattazioni classiche, affrontando — per così dire — il problema dalla coda invece che dalla testa; in altre parole, rovesciando totalmente la trattazione classica che parte dalla teoria delle funzioni analitiche e giunge al legame algebrico tra la funzione $\mathbf{D}(n)$ di WEIERSTRASS e la sua derivata, per trattare subito direttamente le trasformazioni di una curva ellittica su se stessa, e giungere in tal modo alle funzioni doppiamente periodiche ed ai loro sviluppi in serie.

Nel quarto volume si trova pure l'esposizione geometrica della soluzione del problema di inversione degli integrali abeliani mediante serie « theta », problema che aveva condotto JACOBI a quello stato che Egli stesso descriveva dicendo: « ... in hac quasi desperatione ... ».

3. La collaborazione di CHISINI al trattato della « Teoria Geometrica » non lo distolse tuttavia dal seguire una sua vita di ricerca.

A questo proposito ricordiamo la classica nota sullo scioglimento delle singolarità delle superfici algebriche mediante trasformazioni birazionali dello spazio, risultato che rimase per qualche decennio un punto di arrivo insuperato in questi problemi. Ricordiamo anche le sue ricerche sulla rappresentazione dei rami reali delle curve algebriche, la nota sulla definizione topologica di molteplicità (che risolveva secondo la tecnica che gli era cara l'annoso problema della attribuzione di una molteplicità ai punti di intersezione, condizione necessaria per la validità del teorema di BÉZOUT), la nota sulla risolubilità delle equazioni contenenti un parametro mediante radicali ed infine l'imponente massa di ricerche che Egli svolse a proposito delle curve di diramazione dei piani multipli. Si trova una prima traccia di queste ricerche in una nota del 1917; e poi durante tutta la sua carriera scientifica Egli ritornò sull'argomento, tanto risolvendo problemi di rappresentazione « in piccolo » quanto risol-

vendo problemi di esistenza « in grande » e costruendo esempi su esempi di piani multipli, fino al risultato — a mio parere fondamentale in questo ordine di ricerche — che lo condusse a dimostrare la identità birazionale di due piani multipli aventi la stessa curva di diramazione.

Per quanto riguarda l'imponente produzione sulle curve di diramazione dei piani multipli, direi che in essa si manifesta in modo spiccatissimo l'insieme di particolarità e di doti che ne facevano un ricercatore unico. Anzitutto era parte essenziale della sua mentalità il diffidare degli strumenti astratti; Egli si costruì quindi una immagine delle curve algebriche che era data dalla « treccia caratteristica »; in un primo tempo questa compare come una costruzione del tutto convenzionale; in un secondo tempo CHISINI dimostra che essa può considerarsi come la trasformata per omeomorfismo della proiezione di certe curve che stanno sulla riemanniana della curva. Infine applica questi modelli alla teoria delle curve di diramazione. Egli si era costruito sostanzialmente un modello visibile, realizzabile materialmente, di quello che viene chiamato il « Gruppo di POINCARÉ » del piano proiettivo complesso dal quale sono stati soppressi i punti della curva.

Tuttavia Egli si rifiutò sempre di sostituire a questo modello un qualunque algoritmo equivalente, che permettesse di fare i conti con carta e matita; il suo spirito acutissimo di critica lo portava a diffidare delle formule e degli algoritmi, e nel campo di ricerche difficilissime nel quale si era avviato credeva soltanto a ciò che costruiva materialmente con le sue mani.

Per quanto riguarda inoltre la tecnica di esposizione dei risultati, ricordo che, a proposito della curva di diramazione dei piani tripli e per quello che abbiamo chiamato in una nota stesa in collaborazione « il caso semplice », Egli volle che la esposizione fosse fatta soltanto per un caso numerico preciso, senza quella che Egli chiamava « falsa generalità » e che consiste nel dare dei teoremi che sembrano generalissimi semplicemente perchè enunciati per un n qualunque. Egli voleva che ci si arrestasse a quella generalità che era significativa e che dà la possibilità di generalizzazioni feconde.

Ricordo con quale pungente critica Egli leggesse qualche lavoro che doveva giudicare e che era esposto in forma pretenziosamente « generalissima »; naturalmente Egli immediatamente cercava di « vedere » il significato geometrico delle cose esposte; una volta, fatto $n=2$, il teorema esposto si rivelò già in quel caso falso; il che gli

diede occasione per farci quelle sue prediche sulla ricerca geometrica e sulla onestà scientifica che davano la misura del modo in cui lavorava lui, della sua mentalità e della sua coscienza. Soleva giudicare i lavori del tipo che abbiamo ricordato poco fa dicendo: « C'è del giusto e del nuovo; ma il nuovo non è giusto ed il giusto non è nuovo ».

Nel caso delle funzioni algebriche di due variabili (piani multipli) Egli aveva intuito che il problema dell'esistenza delle funzioni algebriche cambiava radicalmente di natura quando si passa da una variabile indipendente a più variabili indipendenti; nel primo caso un classico teorema di RIEMANN afferma la esistenza di un certo numero di funzioni algebriche di una variabile quando ne siano assegnati i punti di diramazione sulla sfera complessa, purchè tali punti siano in numero pari. Nel secondo caso, già considerando soltanto il caso delle funzioni algebriche di due variabili (coè, nella nomenclatura corrente, i cosiddetti « piani multipli ») esistono delle condizioni necessarie le quali devono essere soddisfatte perchè una data curva (di ordine ovviamente pari) sia di diramazione per un piano multiplo. Ma il fatto che una curva abbia certi caratteri plückeriani non è sufficiente; esistono ulteriori condizioni che F. ENRIQUES indagò in una sua nota degli Annali di Matematica e che CHISINI sfruttò poi radicalmente, portando alla letteratura matematica un contributo che ancora oggi non è stato sorpassato. Orbene la sua intuizione, come abbiamo detto, gli disse che l'unico caso che aveva realmente importanza era quello dato dal passaggio da una dimensione (complessa) a due. Egli quindi si rifiutò sempre di « generalizzare » le questioni che trattava, passando dai piani multipli agli spazi multipli. Anzi, dopo di avere raggiunto un risultato fondamentale, cioè la dimostrazione della identità birazionale di due piani multipli aventi la stessa curva di diramazione (ulteriore conquista che differenziava radicalmente il caso della retta multipla da quello del piano multiplo), Egli raggiunse anche la certezza della validità della sua intuizione.

4. Abbiamo fin qui esaminato la grande opera di CHISINI, quella dedicata alla ricerca che si concreta in successioni di lavori. Ma l'indole del suo ingegno vivacissimo gli permise quelle che un filologo chiamò elegantemente le « extravaganze », in ognuna delle quali si trova l'impronta della sua intuizione. Ricordo particolarmente la dimostrazione del Teorema delle lacune di WEIERSTRASS. la

dimostrazione « peripatetica » del teorema fondamentale dell'algebra, le note riguardanti il remo e le medie, la « teoria peripatetica » delle coniche, la teoria degli isoperimetri. In quest'ultima egli introdusse il concetto di « dilatazione parallela » che gli permise di giungere in modo rigoroso e geometrico alle conclusioni classiche; ed a proposito delle medie dice DE FINETTI che Egli certo fu indotto ad esporre il concetto di media dal fatto di dover ascoltare, durante gli esami di abilitazione, una quantità enorme di discorsi vuoti e privi di senso, riprodotti come definizioni, prese dai testi allora in uso. Questo fastidio lo portò a dare del concetto di media una precisazione che è rimasta classica ed è oggi universalmente adottata dagli statistici e dai cultori di calcolo delle probabilità.

Il discorso che riguarda le medie ci ha indotti in modo naturale a parlare di un'altra attività di CHISINI: quella dell'aiuto alla scuola secondaria; attività che egli esplicò nella stesura di vari testi (nei quali si manifesta la sua originalità di concezione e il suo modo inimitabile di esposizione) e l'assiduo lavoro, con la presidenza di commissioni di esame e di concorso, con la presidenza nazionale della « MATHESIS », con la collaborazione prima e con la direzione poi del « Periodico di Matematiche ». Vorrei dire, senza paura di ripetere una espressione che è usata troppe volte, che se ci fu una vita spesa nella scuola e per la scuola quella fu la vita di OSCAR CHISINI.

Durante la presidenza agli esami di maturità Egli sedeva spesso al tavolo dei professori di lettere, e metteva in imbarazzo gli altri avanzando interpretazioni di passi latini (quasi sempre più giuste ed ovvie non solo di quelle dei candidati ma spesso anche di quelle degli stessi testi scolastici) e con lunghe citazioni della Divina Commedia, che sapeva praticamente tutta a memoria. Ricordo quale fosse il suo modo scrupoloso di giudicare nelle commissioni di concorso, e la cura con cui Egli cercava di aiutare gli allievi che uscivano dalla nostra Università nella loro carriera.

Il suo modo di insegnare era quello di chi fa la strada insieme, affrontando le difficoltà per primo, senza dare precetti. Del resto questo suo atteggiamento gli era ispirato dal concetto che egli aveva della matematica, concetto che è bene espresso nella prefazione al suo libro « Lezioni di Geometria analitica e proiettiva ».

« Lo studio della matematica ha un duplice scopo: fornire alcune « nozioni, necessarie od utili per ulteriori sviluppi scientifici e tecnici. « e abituare la mente alla impostazione ed alla analisi matematica « dei problemi. Questo abito mentale logico, mentre trova la massima

« applicazione ed il più rigoroso controllo nel campo delle matematiche pure ed applicate, è del tutto necessario per ogni forma di attività scientifica, ed il clinico, ad esempio, non ne ha meno bisogno dell'ingegnere ».

5. Questo suo modo di concepire la scienza in generale ed in particolare la Matematica, egli portava anche nella vita di tutti i giorni; il che insieme con certe sue doti di originalità e con i caratteri del suo animo sensibile faceva talvolta della sua compagnia una fonte inesauribile di ammirazione e spesso di stupore. Ovviamente la aneddotica potrebbe non avere fine, perchè la consuetudine di lavoro di molti anni, vicino ad una personalità così originale e ricca, offrirebbe lo spunto ad infinità di osservazioni, che si frantumerebbero senza diretto scopo. Pertanto mi limiterò ad accennare a qualche episodio che ci serva ad inquadrare la sua figura intellettuale e morale.

Vorrei dire anzitutto che la caratteristica più interessante ed educativa della sua figura morale è la sua dedizione alla verità. Ho già detto della sua tendenza alla critica ed alla autocritica; ricorderò la sua insoddisfazione di ogni argomentazione che gli desse anche il minimo dubbio sulla validità; la acutezza con cui scopriva i punti deboli delle argomentazioni altrui, la sanzione radicale contro ogni discorso che fosse inconcludente od inutile; la nettezza con cui voleva che affrontassimo i problemi, la decisione con cui stroncava ogni tentativo di evaderli. Mi faceva particolarmente impressione la insistenza con la quale voleva che noi leggessimo le sue note prima che le pubblicasse e la insistenza con la quale voleva le nostre osservazioni, dichiarando che se non avevamo nulla da dire era segno che non le avevamo lette bene.

Questa aderenza alla verità e odio per la menzogna arrivava in lui a certe ingenuità che ce lo facevano più caro, anche se ci facevano stupire. Ricordo che, durante la guerra, alla lettura del bollettino quotidiano del Comando supremo, si arrabattava per mettere d'accordo la verità degli enunciati con la effettiva verità dei fatti, facendo acrobazie di filologia e di logica sulle parole e sulle frasi per dare loro un senso che quadrasse con la situazione. Rimase quasi male quando uno di noi gli disse che egli così facendo sprecava una enorme massa di ingegno e di fatica, perchè non teneva conto della esistenza della bugia e della volontà dei nostri governanti di allora di servirsi di questo mezzo. Non ne aveva supposto la esistenza.

La sua vivacità di ingegno lo portava a strutturare tutto il suo mondo e la sua vita in forza di canoni di razionalità che talvolta poteva venire presa per pedanteria, talaltra per sfogo di inutile originalità; talvolta si limitava ad essere incomprendione della stupidità altrui. Ricordo, durante la guerra, quale fosse la sua critica a quelle che il governo di allora chiamava « provvidenze » per il razionamento e per la condotta della guerra stessa; trovava che tali provvedimenti fossero il comportamento nel più stupido possibile dei modi. Infatti la sua incapacità di concepire la ambizione di potere fine a se stessa, la sua tendenza ad isolarsi e quindi a vivere nel suo mondo fantastico, gli rendeva assolutamente inconcepibile la circostanza che ci fosse chi voleva il potere, e voleva conservarlo.

La sua innata mitezza e la sua ritrosia gli facevano da schermo per evitare gli onori ed i posti di comando; ricordo con quanta compiacenza accolse una volta la mia uscita, durante una discussione: gli dissi che a lui si adattava quanto MANZONI scrive di Don Ferrante: « ... Uomo di studio, non gli piaceva nè di comandare nè d'ubbidire ... ». Questo era effettivamente spesso il suo atteggiamento, perchè comandare non voleva, essendo intrinsecamente timido ed estremamente rispettoso di ogni opinione; non gli piaceva ubbidire, perchè era troppo pronto a vedere quanto di debole ci fosse in ogni motivazione, che spesso veniva avanzata come perentoria. Non che si rifiutasse di ubbidire, ma occorreva che nessuno pensasse di convincerlo, con argomenti che per lui erano troppo spesso insufficienti, perchè ne vedeva subito la intrinseca debolezza o addirittura la stupidità. Spesso soleva anche dirci, parlando di tante cose, che « ... occorre lasciar comandare chi ne ha voglia »: inutile dire che lui non era tra questi.

Naturalmente il suo amore del paradosso, la sua originalità, il suo gusto dei « capovolgimenti » lo portavano spesso ad assumere degli atteggiamenti che mal venivano compresi dagli altri, atteggiamenti che egli assumeva in nome della ricerca forse di una razionalità nascosta nelle cose anche senza che gli interessati si avvedessero della sua esistenza; mi è stato raccontato a proposito di certi conflitti — sui quali non vale la pena ora di spendere parole — che esistevano tra certi colleghi, che egli voleva conciliare non con la intromissione di buoni uffici (come chiunque avrebbe fatto con la esortazione ai due di incontrarsi — per così dire — a mezza strada) ma con la dimostrazione del fatto che i due contendenti si trovavano inconsciamente d'accordo e volevano la medesima cosa. Atteggia-

mento che — a quanto mi si racconta — non era apprezzato di fatto da nessuno dei due, ma che dimostra quale fosse la sua concezione della struttura mentale umana: una adesione anche non voluta alla verità ed alla razionalità.

La sua ritrosia e la sua modestia erano per lui anche una difesa del suo animo sensibilissimo, che lo portava a cercare di nascondere la propria commozione con un pudore a volte risentito; ma quando si riusciva a penetrare sotto quelle difese gelose, si vedevano spesso i suoi occhi velarsi di lacrime di commozione. A questo proposito non posso non riportare qui un ricordo personale: in occasione della morte del suo maestro amatissimo ENRIQUES, egli non volle mai parlare in pubblico di lui. Non ce ne disse mai la ragione, ma noi sapevamo che non sarebbe riuscito a parlare, perchè le lacrime lo avrebbero subito sopraffatto. Quasi non voleva neppure scriverne: soltanto una notevole insistenza da parte mia potè permettermi di convincerlo a scrivere una commemorazione del maestro sul « Periodico di Matematiche »: dovetti in certo modo costringerlo, mettendomi alla macchina ed accettando di scrivere ciò che egli dettava. Molte volte durante la dettatura si arrestò con la voce strozzata dalle lacrime; quando giunse verso la fine, citando il passo dantesco, che descrive Dante il quale si volge e scopre che Virgilio se n'è andato

.
Ma Virgilio n'avea lasciati scemi
di sè. Virgilio dolcissimo padre,
Virgilio a cui per mia salute diemi ...
.

scoppiò in un pianto irrefrenabile.

6. È legge di natura che i giovani seppelliscano i propri padri; ma questa legge non rende la cosa più tollerabile, nè vale a frenare le lacrime che noi versiamo nel consegnare alla storia coloro che ci hanno guidati, ci hanno amati, e che noi a nostra volta abbiamo seguiti ed amati. Altro non possiamo fare, perchè al suo monumento ha provveduto lui stesso, come bene ha detto la prof. Masotti nella commemorazione del Maestro fatta all'Istituto Lombardo, ricordando anche il motto che appare nello stemma della famiglia: « PALMAS IN MANU EORUM »; palme di vittorie e di trionfi guerreschi forse una volta; per lui di vittoria sul tempo e sull'ignoranza, e l'oblio.

Qualche anno fa la Università di Pavia mi fece l'onore di chiamarmi ad insegnare Geometria su una cattedra gemella di quella coperta da un amico indimenticabile, egli pure scomparso; VITTORIO EMANUELE GALAFASSI. Andavo tutte le mattine in istituto, passando sotto i portici del monumentale edificio universitario; percorrendo i portici, non potevo fare a meno di leggere le iscrizioni sulle lapidi ivi murate. Due iscrizioni in particolare attiravano la mia attenzione, per la loro apparente e paradossale contraddizione: l'una dice:

« HOC HOSPES POTES AESTIMARE SAXU
HUMANI NIHIL ESSE NON CADUCUM »
« Da questo sasso tu poi vedere, o passante,
che non vi è nulla che sia umano che non sia
(anche) caduco ».

Pochi passi dopo incontravo una iscrizione in greco che dice:

ΚΑΡΙΟΣ ΟΥΚ ΑΠΟΛΛΥΤΑΙ ΑΝΔΡΟΣ ΔΙΚΑΙΟΥ

« Il frutto dell'uomo giusto non si corrompe, non va in perdizione ».

Spesso mi sono scoperto a meditare sulla contraddizione di queste due lapidi, finchè non mi accadde di trovare il modo di conciliarle, modo che ritengo essere l'unico possibile: è vero che tutto ciò che è umano non può non essere per ciò stesso anche caduco: ma dunque il frutto dell'uomo giusto non è caduco, perchè non può dirsi del tutto umano. Esso è un frutto divino, è frutto di ciò che di divino è in ciascuno di noi, che non soffre della corruzione alla quale è sottoposta ogni cosa umana.

Questo noi vogliamo pensare del nostro Maestro che abbiamo amato come nostra guida, nostro aiuto e nostro esempio; quella giustizia che è aderenza alla propria vocazione, dedizione alla scienza ed alla umanità non è cosa totalmente umana; e quella non si corrompe: vive nei secoli come segno del divino che è in ognuno di noi e che noi sappiamo sopravvivere alle vicende umane ed alla corruzione della carne.

C. F. MANARA

BIBLIOGRAFIA DI OSCAR CHISINI

1. - *Sulla teoria elementare degli isoperimetri.* (Questioni riguardanti le Matematiche elementari, 1914).
2. - *Sul teorema di SCHWARZ KLEIN concernente le trasformazioni birazionali*

- di una curva in se stessa.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1914).
3. - *Sulla risolubilità per radicali delle equazioni contenenti linearmente un parametro.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1915).
 4. - *Sulla indeterminazione della curva Hessiana.* (Giornale di Matematiche di Battaglini, 1915).
 5. - *Sulle superfici di RIEMANN multiple, prive di punti di diramazione.* (Rendiconti della Accademia dei Lincei, 1915).
 6. - *Le corrispondenze (2.2) tra curve algebriche.* (Annali di Matematica, 1915).
 7. - *Sui fasci di cubiche a modulo costante.* (Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 1916).
 8. - *Sulla riducibilità della equazione tangenziale di una superficie dotata di curva doppia.* (Rendiconti della Accademia dei Lincei, 1917).
 9. - *Osservazione sui punti singolari delle curve multiple di una superficie algebrica.* (Rendiconti della Accademia dei Lincei, 1917).
 10. - *Telemetro logaritmico « CHISINI ».* (Istruzioni sui telemetri a larga base, 1918).
 11. - *Sulla forma delle quartiche gobbe di prima specie e delle curve ellittiche normali.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1920).
 12. - *Sulla singolarità di una superficie in un punto generico di una curva multipla.* (Rendiconto delle Sessioni della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, 1920).
 13. - *La risoluzione delle singolarità di una superficie mediante trasformazioni birazionali dello spazio.* (Memorie della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, 1920).
 14. - *Sugli incroci delle curve di diramazione per una funzione algebrica di due variabili.* (Rendiconti della Accademia dei Lincei, 1920).
 15. - *Sui contatti delle curve di diramazione per una funzione algebrica di due variabili.* (Rendiconti della Accademia dei Lincei, 1920).
 16. - *Sulla rappresentazione analitica di una falda di una superficie.* (Rendiconti della Accademia dei Lincei, 1920).
 17. - *Sulla costruzione di un triangolo date le tre bisettrici.* (Periodico di Matematiche, 1921).
 18. - *Sui problemi di massimo e di minimo.* (Periodico di Matematiche, 1921).
 19. - *Il teorema di ABEL e il principio di corrispondenza nel loro aspetto topologico.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1921).
 20. - *Le singolarità di un ramo superlineare di curva piana definite mediante un prodotto di sostituzioni.* (Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze Lettere ed Arti, 1921).
 21. - *Sul teorema di NOETHER relativo alla decomponibilità di una trasformazione cremoniana in un prodotto di trasformazioni quadratiche.* (Atti della Società dei Naturalisti e Matematici di Modena, 1921).
 22. - *La determinazione di quota mediante le proiezioni bicentrali.* (Memorie della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, 1921).

23. - *Le superfici ellittiche il cui determinante è un numero composto.* (Rendiconti dell'Accademia dei Lincei, 1921).
24. - *Una rapida visione geometrica del teorema fondamentale dell'algebra.* (Periodico di Matematiche, 1922).
25. - *Le proprietà di massimo dei poligoni e dei poliedri circoscrivibili del cerchio e della sfera.* (Periodico di Matematiche, 1922).
26. - *Una teoria peripatetica delle coniche.* (Periodico di Matematiche, 1923).
27. - *Intorno al cerchio e alla cassinoide dal punto di vista proiettivo: generalizzazioni.* (Rendiconto delle Sessioni della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, 1923).
28. - *La geometria sopra una curva dotata dal computo dei moduli.* (Rendiconti della Accademia dei Lincei, 1923).
29. - *Un semplice dispositivo risolutore per l'equazione trinomia.* (Periodico di Matematiche, 1924).
30. - *Il general principio topologico di corrispondenza.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1924).
31. - *Intorno alla dimostrazione di un teorema di NOETHER.* (Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, 1924).
32. - *La rappresentazione analitica di un ramo reale di curva algebrica.* (Annali di Matematica, 1924).
33. - *La dimostrazione geometrica di un teorema di minimo.* (Periodico di Matematiche, 1925).
34. - *Uno strano errore diffuso nei testi elementari di fisica.* (Periodico di Matematiche, 1925).
35. - *Aree, lunghezze e volumi nella geometria elementare.* (Questioni riguardanti le Matematiche Elementari, 1925).
36. - *Ancora intorno al funzionamento del remo.* (Periodico di Matematiche, 1926).
37. - *L'integrale ellittico di prima specie dal punto di vista geometrico.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1926).
38. - *Alcune considerazioni sul segno delle distanze in geometria analitica.* (Periodico di Matematiche, 1927).
39. - *Intorno al principio di continuità.* (Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 1920).
40. - *Sul concetto di media.* (Periodico di Matematiche, 1929).
41. - *Topologia.* (Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 1929).
42. - *Analysis situs.* (Enciclopedia Italiana, 1929).
43. - *Osservazioni didattiche sul teorema di PITAGORA.* (Periodico di Matematiche, 1930).
44. - *Numeros indice et medias.* (Schola et vita, 1930).
45. - *Sulle trasformazioni di prima specie dei gruppi di punti.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1930).

46. - *Gli integrali abeliani di prima specie dal punto di vista geometrico.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1930).
47. - *Sulle trasformazioni cremoniane.* (Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 1931).
48. - *Continuità* (in collaborazione con F. ENRIQUES). (Enciclopedia Italiana, 1931).
49. - *La non equidecomponibilità di poliedri equivalenti.* (Periodico di Matematiche, 1932).
50. - *La dimostrazione cinematica di un teorema di minimo.* (Periodico di Matematiche, 1932).
51. - *Ut docentia de mathematica habe toto suo virtute educativo.* (Schola et vita, 1932).
52. - *Nomografia.* (Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 1932).
53. - *Sul problema di inversione.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1932).
54. - *Una suggestiva rappresentazione reale per le curve algebriche piane.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1933).
55. - *Isoperimetri.* (Enciclopedia Italiana, 1933).
56. - *Le coniche focali di DUPIN dal punto di vista della geometria algebrica.* (Periodico di Matematiche, 1934).
57. - *Su un tema di matematica.* (Periodico di Matematiche, 1934).
58. - *Le funzioni ellittiche viste da un geometra.* (Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 1934).
59. - *Un teorema di esistenza dei piani multipli.* (Rendiconti dell'Accademia dei Lincei, 1934).
60. - *Sul principio di PLÜCKER CLEBSCH* (in collaborazione con F. ENRIQUES). (Periodico di Matematiche, 1935).
61. - *Il gruppo delle congruenze del piano nella geometria proiettiva.* (Periodico di Matematiche, 1935).
62. - *Una riga per raggiungere i punti inaccessibili.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1935).
63. - *Immagini visive delle curve algebriche.* (Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 1936).
64. - *La rappresentazione torica di una curva algebrica nell'intorno di un punto singolare.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1936).
65. - *Sulle curve di diramazione dei piani multipli.* (Rendiconti della Accademia dei Lincei, 1936).
66. - *Sulla molteplicità di intersezione di due curve algebriche in un loro punto comune.* (Scritti offerti a Luigi Berzolari, 1936).
67. - *Singularità.* (Enciclopedia Italiana, 1936).
68. - *Una teoria elementare delle coniche.* (Periodico di Matematiche, 1937).

69. - *Forme canoniche per il fascio caratteristico rappresentativo di una curva algebrica piana.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1937).
70. - *Gruppi finiti di proiettività.* (Periodico di Matematiche, 1938).
71. - *Geometria elementare e matematiche superiori.* (Enciclopedia delle Matematiche elementari, 1938).
72. - *Breve dimostrazione di un teorema su la Hessiana.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1938).
73. - *Un più generale teorema d'esistenza dei piani multipli.* (Rendiconti della Accademia dei Lincei, 1938).
74. - *Una questione didattica sulle frazioni.* (Periodico di Matematiche, 1939).
75. - *Qualità, numeri indici e grandezze.* (Periodico di Matematiche, 1939).
76. - *Altre curve di diramazione dei piani n-pi.* (Rendiconti della Accademia dei Lincei, 1939).
77. - *Sul calcolo del volume del tetraedro.* (Periodico di Matematiche, 1940).
78. - *Discorso sull'uguaglianza.* (Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 1940).
79. - *Sulla rappresentazione analitica di una funzione algebrica di due variabili nell'intorno di un punto cuspidale della curva di diramazione.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1940).
80. - *La costruzione di STEINER della tangente ad una lemniscata.* (Periodico di Matematiche, 1941).
81. - *I punti singolari di una curva algebrica definiti mediante un prodotto di sostituzioni.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1941).
82. - *Sui teoremi d'esistenza delle funzioni algebriche di una o di due variabili.* (Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 1942).
83. - *Sull'identità birazionale di due funzioni algebriche di due variabili dotate di una medesima curva di diramazione.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1944).
84. - *Sulla caratterizzazione delle curve di diramazione dei piani tripli.* (Annali di Matematica, 1946) (*).
85. - *Accanto a Federigo Enriques.* (Periodico di Matematiche, 1947).
86. - *Sull'identità birazionale di due funzioni algebriche di più variabili dotate di una medesima varietà di diramazione.* (Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1947).
87. - *Sulla caratterizzazione delle curve di diramazione dei piani tripli.* (Annali di Matematica, 1947) (*).
88. - *Genealogia dei teoremi.* (Periodico di Matematiche, 1948).
89. - *Geometria numerativa.* (Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 1948).

..

(*) In collaborazione con C. F. MANARA.

90. - *Sulla caratterizzazione delle curve di diramazione dei piani tripli.* (Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, 1948) (*).
91. - *A proposito delle prove scritte di concorso.* (Periodico di Matematiche, 1949).
92. - *Dimostrazione delle condizioni caratteristiche perchè una curva sia di diramazione di un piano quadruplo.* (Annali di Matematica, 1949).
93. - *Piani multipli e questioni topologiche connesse.* (Atti IV Congr. UMI, Taormina, 25-31 ott. 1951).
94. - *Sulla costruzione a priori delle trecce algebriche.* (Atti 4° Congr. UMI, vol. II, 1951).
95. - *Singularità delle curve algebriche piane.* (Per. di Matem., XXIX, 1951).
96. - *Il valore sociale della matematica.* (Per. di Matem., XXIX, 1951).
97. - *Il principio di corrispondenza.* (Per. di Matem., XXX, 1952).
98. - *Courbes de diramation des plans multiples et tresses algebriques.* (Colloque de Géom. alg. 9-12, VI, 1952).
99. - *Sulla costruzione a priori delle trecce caratteristiche.* (Ann. di Matem., XXXIII, 1952).
100. - *Un caratteristico procedimento dimostrativo della Geometria algebrica.* (Rend. Sem. Matem. Torino, XII, 1952-53).
101. - *A Memoria di Federigo Enriques.* (Periodico di Matem., XXX, 1952).
102. - *Che cosa è la Geometria.* (Periodico di Matematiche, XXX, 1952).
103. - *Sulla non dimostrabilità del Postulato di Euclide (Trattazione elementare).* (Periodico di Matematiche, XXXI, 1953).
104. - *Sulla non dimostrabilità del Postulato di Euclide.* (Periodico di Matematiche, XXXIII, 1955).
105. - *Il teorema di esistenza delle trecce algebriche.* (Rend. Acc. Lincei, XVII, 1954 e VIII, 1955).
106. - *Aspetti significativi della Geometria algebrica.* (Conf. Sem. Matem. Bari, 1955).
107. - *Sul comportamento effettivo delle polari.* (Rend. Acc. Lincei, XIX, 1956).
108. - *Sul principio di continuità.* (Period. di Matem., XXXIV, 1956).
109. - *Alcuni teoremi sulle medie.* (Scritti mat. in onore di F. Sibirani, 1957).
110. - *La superficie cubica.* (Periodico di Matem., XXXV, 1957).
111. - *Michele de Franchis.* (Rend. Acc. Naz. Lincei, XX, 1957).
112. - *Teoria elementare delle cubiche piane.* (Period. di Matem., 1957).
113. - *Schemi e modelli per le singularità delle curve algebriche piane.* (Conf. Sem. Matem. Bari, 1957).
114. - *Singularità delle curve algebriche piane: schemi rappresentativi e questioni connesse.* (Rend. Sem. Matem., Messina, IV, 1958-59).

(*) In collaborazione con C. F. MANARA.

115. - *Commemorazione del Corrispondente Luigi Brusotti.* (Rend. Acc. Lincei, XXVIII, 1960).
116. - *Dimostrazione della rappresentabilità di una falda di superficie mediante serie procedenti per le potenze fratte di due variabili.* (Rend. Acc. Lincei, XXVIII, 1960).
117. - *Isoperimetri.* (Periodico di Matematiche, XXXVIII, 1960).
118. - *Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche* (in collaborazione con F. ENRIQUES). Vol. I (1915), vol. II (1918), vol. III (1924), vol. IV (1934), Zanichelli, Bologna.
119. - *Lezioni di Geometria analitica e proiettiva.* Zanichelli, Bologna (1931).
120. - *Lezioni di Geometria descrittiva* (in collaborazione con G. MASOTTI BIGGIOGERO). Tamburini, Milano (1946).
121. - *Esercizi e complementi di Geometria descrittiva* (in collaborazione con G. MASOTTI BIGGIOGERO). Tamburini, Milano (1946).
122. - *Esercizi di Geometria analitica e proiettiva.* Zanichelli, Bologna (1949).
123. - *Note e memorie di Geometria. Selezione.* Zanichelli, Bologna (1961).
124. - Vari testi di matematica per le Scuole secondarie.