

L'insegnamento dei numeri naturali nella scuola secondaria di I grado

D'Errico Marco*

*IC Puccini4cd; marco.derrico1@posta.istruzione.it

Sunto: Vengono descritte esperienze e strategie didattiche relative all'insegnamento dei numeri naturali nella scuola secondaria di primo grado. In particolare farò riferimento a lezioni affrontate con le classi prime ed a come questo nucleo tematico faccia da ponte verso altri argomenti trattati nel triennio. La scelta dell'argomento parte proprio dal fatto che esso costituisce un nucleo tematico fondante della matematica del primo ciclo (ma non solo). Inoltre attraverso lo studio dei numeri naturali può essere dato allo studente un approccio alla matematica che sia motivante ed interessante.

Parole Chiave: numeri naturali, didattica, operazioni.

1 - Introduzione

Questo articolo è frutto della mia esperienza relativa all'insegnamento dei numeri naturali nella scuola secondaria di I grado (*Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione - 2012*). Nel corso della trattazione farò anche riferimento ad alcune esperienze di insegnamento nella scuola primaria durante progetti PON. Nella scuola secondaria di primo grado, le competenze matematiche vanno costruite muovendosi in contesti motivanti, per fornire agli allievi esperienze cognitive significative, mantenendo una relazione costante anche con le altre discipline che lo studente si trova ad affrontare.

Uno dei nodi cruciali nel processo di apprendimento in matematica è proprio costituito dal concetto di numero e, potremmo dire che le esperienze significative relative a questo nucleo tematico sono, di volta in volta legate all'introduzione dei vari insiemi numerici. Le competenze che si costruiscono

negli alunni rispetto a questo nucleo tematico sono legate ai diversi significati di numero che essi incontrano nelle loro esperienze extrascolastiche e scolastiche. In definitiva i numeri naturali sono stati creati dalla mente umana per contare gli oggetti di vari insiemi pur non avendo i numeri stessi nessun riferimento concreto alle singole caratteristiche degli oggetti contati.

Comprendere questa astrazione è compito di studi più evoluti. Per un bambino i numeri sono collegati ad oggetti concreti ed al linguaggio che dà i nomi e simboli ai singoli numeri. Una delle prime esperienze che gli studenti fanno a scuola rispetto ai numeri, inoltre, è quello di utilizzarli nelle operazioni aritmetiche e nel risolvere situazioni problematiche. Rispetto a questo punto è importante però che l'alunno comprenda il significato delle operazioni e la valenza che le stesse hanno nella risoluzione di problemi (Castelnuovo, 2017; D'Amore, 1999). Modificare i metodi di insegnamento facendo in modo che i bambini siano partecipi attraverso l'uso di materiali concreti, favorendo la discussione matematica in classe tra pari e con l'insegnante, consente agli alunni di comprendere le procedure e quindi di

modificare la percezione che si ha della matematica (Gasca, 2016).

L'approccio che viene illustrato in questo articolo è quello di far fare agli alunni inizialmente esperienze, per passare poi ad occasioni di riflessione e di studio su numeri e operazioni (ricercare regolarità, individuare numeri che soddisfino a condizioni date, metodi di scrittura e di rappresentazione, anche attraverso le diverse tappe di sviluppo nella storia dell'umanità).

2. A cosa servono i numeri naturali

Cos'è un numero naturale? Rispondere a questa domanda non è affatto semplice per uno studente di prima media (e talvolta non lo è nemmeno per un adulto di cultura media). Per lo studente può essere un concetto noto ed intuitivo e probabilmente in questo stadio della sua crescita culturale ciò è sufficiente. Ed è quello che solitamente dico agli studenti durante le prime lezioni del primo anno. D'altronde non si conoscono documenti che ci possano testimoniare dove e quando sia nata l'idea di numero naturale e come si sia sviluppato il modo di nominare e rappresentare i numeri. E' tuttavia ragionevole supporre che

la creazione del concetto di numero sia stata una delle prime manifestazioni dell'intelligenza dell'uomo, determinata, ovunque ci fosse un insediamento sociale per quanto primitivo, dall'esigenza di memorizzare ed esprimere l'intuizione della quantità (AA. VV., *Matematica* 2001). «I numeri sono stati creati dalla mente umana per contare gli oggetti dei vari insiemi e non hanno, in effetti, alcun riferimento alle caratteristiche fisiche degli oggetti contati. La matematica nacque per vari aspetti della vita quotidiana dell'uomo, quella via da sempre legata strettamente a necessità di sopravvivenza e socializzazione, ai tempi eroici per la pastorizia e per l'agricoltura» (Eugeni, 1969). Possiamo iniziare a sottolineare però che i numeri sono presenti nelle diverse culture e che rappresentano pertanto (come la musica) un linguaggio universale (Frank, 2018). Come tali sono legati quindi alla vita quotidiana degli uomini. Possono evocare emozioni quando sono legati ad esempio a notizie date dai giornali, possono orientare le masse, possono aiutarci a fare previsioni (ad esempio a prevedere quando si uscirà dal confinamento generato dal covid-19). Tuttavia i numeri esistono al di là del contesto a cui fanno riferimento ed in cui sono usati.

Ma possiamo tentare di rispondere insieme agli studenti ad altre due domande: chi sono e quanti sono i numeri naturali?; a cosa servono i numeri naturali?. Quando pongo la prima domanda agli alunni di prima gli sguardi diventano un tantino perplessi. Non tanto per la parola numeri ma per quella che viene subito dopo. Basta cambiare la domanda in: quali sono i numeri? Subito segue un coro: 1, 2, 3, 4....

Se chiedo quanti sono spesso la risposta che mi è capitato di ascoltare è 10 (risposta che mette in evidenza la confusione tra cifre e numeri e le loro relazioni rispetto alla rappresentazione dei numeri nelle diverse basi).

Quello che mi limito a fare in queste prime lezioni dunque è quello di portare gli alunni a capire che i numeri naturali sono 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 e così via. Questo per abituarli a capire cosa è un numero naturale e di conseguenza capire cosa non lo è.

Quindi, facendo un piccolo viaggio nel tempo, affronto quali sono state le rappresentazioni dei numeri nel corso della storia dell'umanità: le prime come asticelle, la numerazione romana e le sue caratteristiche fino all'introduzione del sistema posizionale decimale, proveniente dall'Asia e la relativa distinzione tra cifra (un simbolo, dunque una nozione di tipo

linguistico) e numero (un concetto, dunque una nozione di tipo matematico).

La nostra rappresentazione si dice posizionale perché uno stesso simbolo acquista diversi significati a seconda della posizione che occupa nella scrittura del numero: ad esempio il simbolo (cifra) 5 ha il significato di cinque unità nella scrittura 35 e di cinque centinaia nella scrittura 3544. Le cifre, nel sistema a base 10, sono appunto dieci: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (come le dita delle mani). Se le prendiamo singolarmente, quelle da 1 fino a 9 rappresentano i primi 9 numeri. Per i numeri da 10 in poi occorrono più cifre accostate fra loro. Lo zero nella storia è arrivato molto più tardi delle altre cifre dopo essere stato osteggiato anche per motivi religioso-filosofici, ed è arrivato appunto come cifra e non come numero (Seife, 2000).

Per capire quanti sono questi numeri facciamo il gioco chi dice il numero più grande vince. Gli alunni si accorgono ben presto che basta aggiungere 1 al numero appena detto e che quindi al gioco si può non finire mai di giocare (questo consente di accennare già in prima a scritture algebriche del tipo $n + 1$). Ovvero che i numeri naturali non posso mai finire di contarli perché se esistesse un numero n più

grande di tutti, a questo basterebbe aggiungere 1 per creare quello che chiamiamo il successivo e così via. A questo punto però introduco e discuto con la classe sul fatto che se consideriamo un orologio, all'interno di esso l'aritmetica si fa con soli 12 numeri. Il fatto stesso di usare segni e linguaggio parlato per indicare numeri diversi conduce ad partire una parentesi sul modo diverso di indicare e chiamare i numeri nel corso della storia dell'umanità.

Ma passiamo alla seconda domanda: a cosa servono i numeri naturali?. Le risposte date durante la lezione fatta quest'anno in due prime sono: a contare, a misurare, a fare le addizioni ma anche le divisioni ma queste io le odio, a calcolare, a vedere quanto sono alto, a fare i problemi. Di solito le risposte propendono verso un uso scolastico dei numeri piuttosto che ad esperienze reali (punteggi alla playstation, maneggiare soldi etc.).

Se parliamo di numeri naturali, è importante far capire ai ragazzi che gli usi principali che facciamo di questi oggetti matematici sono riconducibili a tre scopi principali:

contare oggetti:

date le risposte ricevute dai ragazzi è utile chiarire che questo non è equivalente a

misurare quantità; per fare ciò infatti non bastano i soli numeri naturali. Gli propongo di misurare infatti con un righello i bordi di un foglio A4 per fare accorgere loro che le misure non corrispondono a numeri naturali. La funzione cardinale dei numeri naturali è molto importante e ci porta al legame con le operazioni e le loro proprietà.

Ordinare:

Le classifiche di campionato di serie A di solito aiutano molto a rendere il senso di questa funzione. I numeri naturali sono messi in un ordine fisso, e questo consente, abbinando diversi numeri a diversi oggetti, di attribuire anche a questi oggetti un ordine. Questa funzione dei numeri naturali si chiama ordinale.

Etichettare:

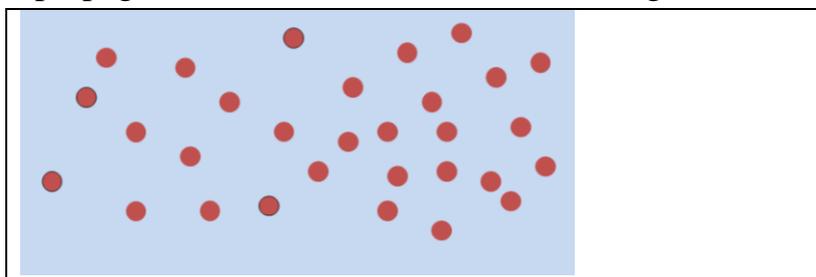
per attribuire numeri di telefono, codici a barre, carte di credito etc.

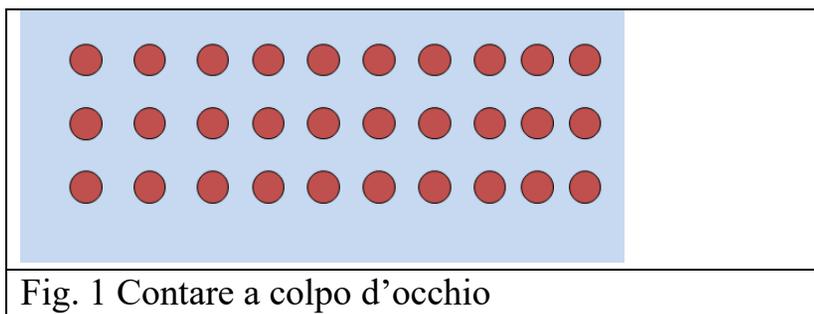
Come esercizio propongo quindi di cercare esempi sull'uso dei numeri naturali per contare, per ordinare o per mettere etichette.

Sul punto riguardante il contare è utile fare una riflessione insieme ai ragazzi su cosa possiamo contare. Di solito le cose che vediamo e che tocchiamo nella loro interezza sono quelle più semplici da contare. Possono esserci casi in cui contare risulta difficile o pressoché impossibile

quanto inutile (la sabbia di una spiaggia, le stelle del cielo, i chicchi di riso in un barattolo). In alcuni di questi casi si può usare un'abilità che deve essere educata nei bambini sin dalla scuola primaria ovvero quella di stimare ovvero fornire un valore approssimativo ed allo stesso tempo attendibile della quantità difficile da contare in modo diretto (ad esempio gli atomi presenti nell'universo così come spiegato nel testo divulgativo di Paenza, 2005).

Con i bambini della scuola primaria ho provato a fare questo esercizio usando proprio i chicchi di riso dati a ciascuno in quantità che potessero essere contate dopo aver stimato il risultato. Preventivamente avevo fatto vedere loro due immagini alla lim entrambe contenenti 30 palline. Nel primo caso le palline erano sparpagliate, nel secondo caso ordinate (fig. 1).





Le hanno contate velocemente nel primo caso dando più che una stima un risultato preciso. Nel secondo caso invece chi ha stimato a colpo d'occhio ha dato un valore molto più elevato del numero effettivo motivando la risposta così: mi sembravano molte di più. Il gruppo di ragazzini che poi ha dato buoni risultati anche nella stima dei chicchi di riso ha detto che ha provato a contare velocemente le palline raggruppando quelle vicine a tre a tre.

È utile far notare ai ragazzi ciò che hanno già messo in pratica senza saperlo: per contare è utile mettere in ordine le cose da contare o suddividerle in gruppi, contare i gruppi. Queste strategie comprendono molte nozioni e proprietà matematiche tra cui spicca l'uso dell'addizione e della moltiplicazione e le loro proprietà su cui tornerò più avanti.

A questo punto procedo con un'esperienza-problema. Ammettiamo che il padrone di un

cinema non conosca i numeri e pertanto non sappia quante persone sono in attesa di entrare nella sala e quanti posti contiene la sala stessa. Il padrone del cinema interpretato da un alunno è alla porta ed il resto della classe attende fuori l'aula. Potrà il padrone far entrare il numero esatto di spettatori rispetto alle poltrone disponibili senza saper contare? La risposta non sempre è immediata. Ma dopo qualche minuto di esitazione il padrone della sala o qualcuno tra gli spettatori suggerisce di abbinare ogni spettatore ad una sedia fino ad esaurimento delle poltrone. In questo caso l'insegnante deve intervenire opportunamente iniziando ad instradare l'alunno nella relazione tra linguaggio, rappresentazione e significato in matematica. (Chiellini A., Giannarelli R., 1962).

3. I numeri naturali e le operazioni

Il passaggio successivo che mi propongo di esaminare è legare i numeri naturali con le operazioni. In questo specifico momento è importantissimo tenere in considerazione il significato di queste ultime relativamente ai numeri naturali ma anticipare che questi

significati possono cambiare quando si introdurranno altri tipi di numeri.

Sommare due numeri naturali corrisponde all'azione di mettere insieme oggetti distinti (concreti, astratti etc.). Si osservi che apprendere a calcolare le somme coincide in parte con imparare a contare correttamente ossia stabilire una corrispondenza biunivoca tra i vocaboli numerali cardinali e gli oggetti da contare (Gasca, 2016). Per alunni di scuola secondaria di I grado le proprietà possono essere riconosciute valide a partire dall'esperienza. La proprietà commutativa (fig. 2) si può far comprendere facendo esempi, ma anche con disegni oppure a parole o anche usando il linguaggio algebrico ($a + b = b + a$; $a + b = c$ e $b + a = c$) e considerando i contesti in cui non è valida (ad esempio nella sottrazione tra due numeri).

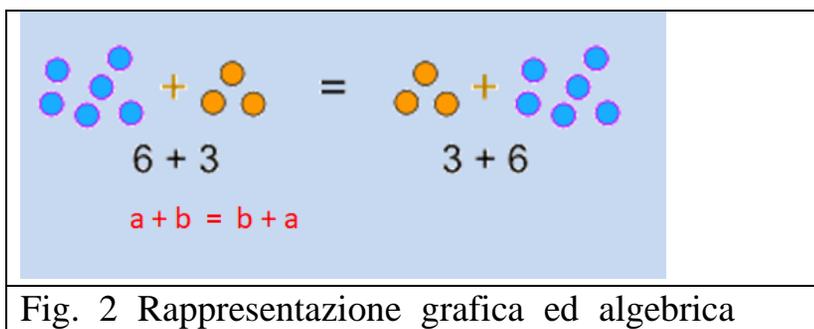


Fig. 2 Rappresentazione grafica ed algebrica

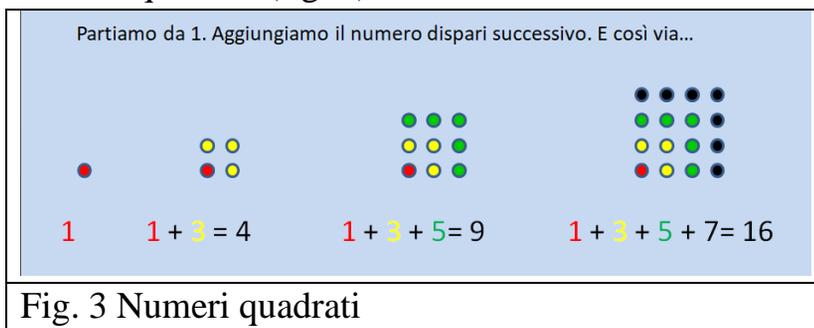
della proprietà commutativa dell'addizione.

La proprietà associativa invece va intesa come possibile commutazione dell'ordine in cui eseguire due addizioni ed anche qui va mostrato quando non è possibile applicarla. In sostanza bisogna far comprendere che l'uso combinato e ripetuto delle due proprietà consente la libertà di operare con gli addendi, spostandoli e aggregandoli come ci sembra più opportuno a seconda della situazione che stiamo considerando o del calcolo che ci troviamo ad eseguire.

Con i numeri naturali la sottrazione corrisponde all'azione del togliere, ma anche il significato di operazione inversa dell'addizione. Un esempio per comprendere la proprietà invariante è l'invariare (appunto) degli anni tra due persone col passare del tempo. Un ragazzo di 10 anni ed uno di 15 anni hanno 5 anni di differenza. Fra 7 anni il primo avrà 17 anni ed il secondo 22 ma la differenza di età sarà sempre di 5 anni. E se torniamo indietro nel tempo di 3 anni, il primo si ritrova ad avere 7 anni ed il secondo 12 anni mantenendo sempre una differenza di età di 5 anni. In sostanza per un alunno del primo anno della scuola secondaria di I grado è importante che

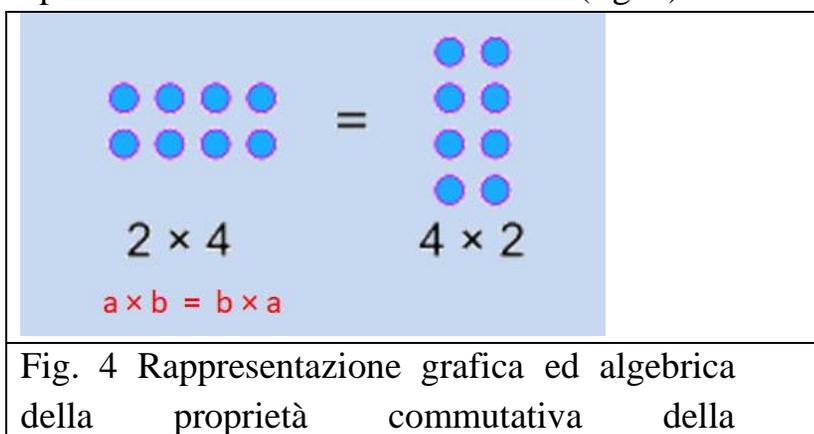
sappia riconoscere la proprietà e sappia attribuirle il nome appropriato per poterne parlare.

È opportuno a questo punto iniziare a fare esercizi che consentano di riconoscere regolarità (ci sono delle cose che restano invariate malgrado altre cambino). Questo tipo di esercizi potrà essere molto utile riprenderli più volte ad esempio quando si introdurrà in terza il linguaggio algebrico per consentire agli alunni di dimostrare ciò che l'esperienza diretta gli ha mostrato negli anni precedenti. Un esempio di esercizio può essere quello di fare la somma di tre numeri consecutivi e cercare regolarità nei risultati ottenuti ripetendo l'esercizio più volte con terne diverse. Altro esempio è sommare i dieci numeri consecutivi o i primi n numeri dispari. Questo aiuta ad introdurre alcuni modelli concreti di numeri (Israel e Gasca, 2012): i numeri triangolari ed i numeri quadrati (fig. 3).



La moltiplicazione consiste nel prendere un certo numero di cose un certo numero di volte, (cose alla volta \times volte = cose). Quindi uno dei fattori esercita il ruolo di volte. Da quante file è composta l'aula in cui siamo adesso? Ed in ogni fila quanti posti ci sono? Allora il numero di posti è quello di ogni fila moltiplicato per le file.

Ad esempio: nell'aula ci sono 5 file da 4 posti ciascuna, il numero dei posti è uguale a 4 (posti alla volta) \times 5 volte = 20 posti. Ma se entro in un'aula con 4 file da 5 posti ciascuno il numero di posti è uguale a 5 \times 4 = 20. Sicuramente quello che è cambiata è la disposizione dei banchi (i posti alla volta e il numero di volte per cui bisogna moltiplicarlo). Pur essendo il risultato finale lo stesso, il significato delle due operazioni è sostanzialmente diverso (fig. 4).



moltiplicazione.

Questo esempio ci introduce la proprietà commutativa per cui valgono le stesse considerazioni fatte quando l'abbiamo introdotta per l'addizione. Vale la stessa cosa per la proprietà associativa.

Ma la moltiplicazione gode anche della proprietà distributiva rispetto all'addizione ed alla sottrazione (fig. 5) che ci consente di trasformare prodotti in somme (o differenze). Questa proprietà è molto comoda nel calcolo scritto e mentale quando si superano i numeri ad una sola cifra. Ma si vedrà che ha anche un'importanza quando si dovrà giustificare agli studenti la regola della moltiplicazione dei segni.

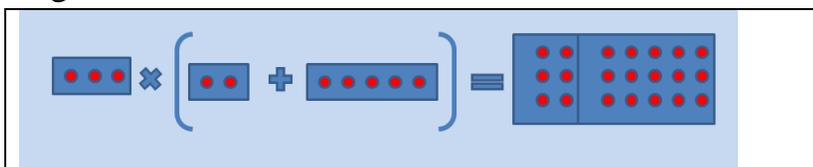


Fig. 5 Rappresentazione grafica della proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.

La divisione è un modo diverso di vedere la moltiplicazione. Bisogna sottolineare però l'importanza del dividere in parti uguali. Anche

la divisione, nel dominio dei numeri naturali, non sempre si può svolgere. Su questo fatto riguardante la divisione e la sottrazione si basa il significato dell'introduzione di altri tipi di numeri quando i numeri naturali diventano insufficienti a rispondere ad esigenze interne alla matematica.

A questo proposito propongo solitamente il problema del trasporto dei bambini:

In una scuola ci sono 630 bambini. Per portarli in gita si noleggiavano dei pullman da 50 posti. Quanti pullman occorrono?

Le discussioni in merito sono sempre accese e portano a notevoli spunti di riflessione. C'è chi esegue e consegna il risultato di un calcolo corretto ma chiaramente lontano dal contesto reale. Quando si accorgono che non si possono tagliare i bambini qualcuno mi ha anche risposto: allora la gita non si può fare. A sottolineare quanto si consideri il calcolo uno strumento tanto infallibile e potente da non essere più considerato a servizio della risoluzione del problema ma il problema stesso. Riporto testualmente alcune delle risposte date da alcuni alunni:

A: Ho fatto 630 diviso 50 e mi trovo 12 col resto di 30, allora prendiamo 12 autobus e salgono 600 bambini e poi restano 30 bambini

che prendono un altro autobus e quindi resta un autobus solo con 30 bambini. Quindi alla fine prenderei 13 pullman;

L: Prof. io ho fatto 630 per 50 e mi è venuto 31500 . Gli chiedo: quindi devi prendere 31500 pullman, giusto? Risposta: eh si prof.;

C: Prof. io fatto la stessa cosa di A. Gli chiedo:ovvero? Risponde:ho fatto 630 diviso 50 . Riprendo:e quanto ti viene? Risponde: $12,30$ Gli chiedo:quindi quanti pullman devi prendere? Risposta: 12 .

X: ho fatto 630 diviso 50 e mi viene $12,30$ e quindi in $12,30$ c'è il resto e quindi 30 bambini restano fuori quindi prendo 13 autobus

M: ho fatto semplicemente 630 per 50 e viene 31500 ma non so se è giusto oppure no perché ho sentito le altre risposte. Chiedo: quanti pullman prendi quindi? M: 31500 ... ma non so se ci vanno fuori scuola.

N: (alunna DSA certificata che all'inizio dell'anno mi ha detto di odiare la matematica e che poi mi ha detto che scoprendo che un poco le piace): Ho fatto 50 , 50 , 50 e così via fino ad arrivare a 600 e mi venivano 12 pullman e però ne prendiamo 13 perché restano fuori 30 bambini e così li buttiamo lì dentro.

Riflettiamo alla fine su quanto spazio occuperebbero 31500 autobus. I ragazzi

trovano che la curva di uno stadio può contenere circa 20.000 persone. Così arrivano a capire quanto sia effettivamente difficile reperire 31500 autobus per una gita.

Ma da dove viene la scelta di usare la moltiplicazione? Un alunno risponde che ha fatto così perché bisognava mettere 50 alunni per ogni pullman quindi devo moltiplicare.

La divisione, inoltre, porta al concetto di divisibilità e su questo si basa poi l'introduzione di particolari numeri naturali: i numeri primi.

4.Conclusioni

Concludo questo articolo raccontando l'aneddoto che in parte lo ha ispirato. Anni fa durante un incontro con studenti del primo anno di liceo scientifico, realizzato nell'ambito di un progetto che non aveva a che fare con la matematica ma con la geologia, per motivi che adesso non ricordo bene ad un certo punto dissi: voi sapete che esistono i numeri naturali e poi... ed un ragazzo rispose: quelli artificiali. Dopo un inevitabile sorriso iniziale, approfondendo il discorso, mi resi conto che i ragazzi sapevano operare con i vari insiemi numerici ma non avevano nessuna cognizione

del perché gli stessi fossero stati introdotti e le differenze tra gli stessi. Ogni volta che parlo in classe di un insieme numerico il ricordo a questo episodio è presente perché nella mia piccola esperienza didattica ho notato quanto sia importante sia dal I ciclo parlare dell'esigenza di introdurre nuove categorie di numeri, quanto questo sia stato importante nella storia dell'umanità e come cambino i significati delle operazioni, ad esempio, in base all'insieme numerico considerato.

Ho tentato di riassumere in questo articolo delle considerazioni che si basano sulla mia attività di insegnamento nella scuola secondaria di I grado relativa ai numeri naturali riportando esempi, attività ed i confronti diretti con gli alunni. I punti che mi sembra opportuno evidenziare sono:

Occorre riflettere con gli alunni di prima della scuola secondaria di I grado soprattutto su chi sono, quanti sono ed a cosa servono i numeri naturali;

occorre far comprendere che la scrittura di un numero è legata alla rappresentazione che usiamo (decimale, binaria etc.);

occorre far comprendere il significato delle operazioni che si possono fare con essi ed il fatto che quando si introdurranno nuovi numeri

queste operazioni potrebbero assumere significati diversi.

BIBLIOGRAFIA

AA.VV. (2012). *Indicazioni nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*.

AA.VV. (2001). *Matematica 2001*.

E. Castelnuovo (2017). *Didattica della matematica*, UTET.

Chiellini A.-Giannarelli R. (1962). *L'esame orale di matematica*, Vecchi Editrice- III edizione , Roma.

B. D'Amore (1999). *Elementi di didattica della matematica*, Pitagora Bologna.

Eugeni F. (1969). *Dai numeri naturali ai numeri ipercomplessi*, www.afsu.it/settori/matematica.

A.B. Frank, P. Di Martino, R. Natalini, G. Rosolini (2016). *Didattica della matematica*, Mondadori.

A. M. Gasca (2016). *Numeri e forme*, Zanichelli.

G. Israel e A. M. Gasca (2012). *Pensare in matematica*, Zanichelli.

C. Seife (2000). *Zero*, Bollati Boringhieri.

A. Paenza (2005). *Non si può dividere per zero*, Bollati Boringhieri.