

Periodico di Matematica

**PER
L'INSEGNAMENTO SECONDARIO**

**Anno XXXV - Serie IV – volume II (1)
giugno 2020**

A cura di
Ferdinando CASOLARO – Franco EUGENI – Luca NICOTRA

Edizioni



AFSU

MATEMATICA - FISICA - INFORMATICA

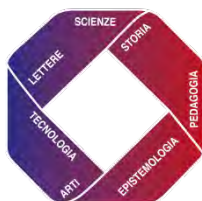
PERIODICO DI MATEMATICA

**PER
L'INSEGNAMENTO SECONDARIO**

**Fondato da Davide Besso,
continuato da Aurelio Lugli e Giulio Lazzeri
e attualmente a cura di**

Ferdinando Casolaro - Franco Eugeni - Luca Nicotra

**Anno XXXV - Serie IV - Volume II (1)
Giugno 2020**



ACCADEMIA DI FILOSOFIA DELLA SCIENZE UMANE

Comitato Direttivo

Franco Eugeni
Ferdinando Casolaro
Giovanni Catalani
Antonio Lungo
Antonio Maturo
Luca Nicotra
Renata Santarossa
Alberto Trotta

Comitato Scientifico

Giuseppe Anichini (Firenze)
Gian Italo Bischi (Urbino)
Giordano Bruno (Roma)
Buonocore Aniello (Napoli)
Ferdinando Casolaro, (Napoli)
Giovanni Catalani (Ascoli Piceno)
Mauro Cerasoli (L'Aquila)
Giuseppe Conti (Firenze)
Fernando Di Gennaro (Teramo)
Franco Eugeni (Roseto d.li Abruzzi)
Giangiacomo Gerla (Napoli)
Stefano Innamorati (L'Aquila)
Antonio Lungo (Napoli)
Raffaele Mascella (Teramo)
Antonio Maturo (Chieti)
Fabrizio Maturo (Caserta)
Mario Mandrone (Napoli)
Pietro Nastasi (Palermo)
Luca Nicotra (Roma)
Canio Noce (Salerno)
Aniello Russo-Spena (L'Aquila)
Renata Santarossa (Napoli)
Ezio Sciarra (Chieti)
Salvatore Sessa (Napoli)
Massimo Squillante (Benevento)
Luca Tallini (Teramo)
Alberto Trotta (Salerno)
Ugo Vaccaro (Salerno)

Copertina e progetto grafico

Luca Nicotra

Direzione e redazione

Direttore responsabile:

Luca Nicotra

Direttori di redazione:

Franco Eugeni
Via Lucania 1 l.
64026 Roseto degli Abruzzi (TE)
cell. 338 9644305
eugenif3@gmail.com.
Ferdinando Casolaro
Via Camaldolilli n. 1B
80128 Napoli- cell. 347 1960693
ferdinando.casolaro@unina.it
Luca Nicotra
Via Michele Lessona 5
00134 Roma- cell. 340 5065616
luca.nicotra1949@gmail.com.

Rivista di proprietà di:

Accademia di Filosofia delle
Scienze Umane - Via Defense, 2
64026 Roseto degli Abruzzi (PE)

Copyright © 2019 Edizioni AFSU -
Teramo - ISSN Online: 2612-6745
® Registrazione n.695/2019 del 19
luglio 2019 Tribunale di Teramo

Tutti i diritti riservati

Gli scritti apparsi sulla Rivista
possono essere pubblicati altrove
purché se ne dichiari la fonte.

Segreteria di redazione:

Giovanni Catalani (Ascoli Piceno)
catalani.giovanni@libero.it
Alberto Trotta (Salerno)
albertotrotta@virgilio.it

Il Periodico di Matematica, che rinasce dopo 100 anni, si propone, oggi, come allora, di orientare i propri obiettivi di ricerca alla didattica dell'astronomia, della fisica, della matematica, aggiungendo a queste discipline il moderno campo dell'informatica. La metodologia proposta sarà quella storico-fondazionale-divulgativa, con forte interesse nelle direzioni di studi elementari da un punto di vista superiore. I saggi pubblicati, vagliati dai Referee del Comitato scientifico, saranno valutati tenendo conto dei seguenti criteri:

- originalità nella stesura del lavoro e dell'apparato critico;
- significatività didattica del tema proposto;
- correttezza scientifica e rigore metodologico;
- proprietà di linguaggio e fluidità del testo;
- approfondito apparato di riferimenti bibliografici.

I *referee* restano anonimi per un anno. Le comunicazioni, i report, i pareri e tutti i dati dei *referee* sono trattati e gestiti dal Comitato Direttivo, preposto alla redazione.

Per essere inseriti nella mailing list di coloro che, via mail, riceveranno il *Periodico di Matematica*, occorre scrivere, inviando un mini-curriculum di poche righe, al prof. Giovanni Catalani giovannicatalani@gmail.com

I profili biografici dei membri del Comitato Direttivo sono disponibili nel sito www.afsu.it

PEZZULLI

I pezzulli, seguendo una antica idea di Roberto Giannarelli attuata sin dai primi numeri di «Archimede» (1949) e di «La scienza per i Giovani» (1952), poi ripresa da Bruno de Finetti per il «Periodico di Matematiche», sono piccole pillole di saperi e riflessioni, atti a riempire spazi vuoti nel testo di una rivista (ad esempio la pagina pari, o metà della stessa, di fine lavoro se vuota).

AVVERTENZE PER I COLLABORATORI

Gli articoli devono essere redatti nella forma *camera ready*, con MS Word utilizzando il *template* scaricabile dal sito dell'AFSU:

https://www.afsu.it/wp-content/uploads/2020/03/Template_Periodico-di-Matematica-18-02-2020.doc

rispettando le norme editoriali pubblicate nello stesso sito:

<https://www.afsu.it/wp-content/uploads/2020/03/Principali-Norme-Editoriali-per-la-scrittura-degli-articoli-18-02-2020.pdf>

Le figure utilizzate devono essere in alta risoluzione (300 dpi).

INDICE

Articoli

Franco Eugeni	7
<i>La geometria piana in sistemi di riferimento non ortogonali e non monometrici</i>	
Luca Nicotra	25
<i>Definizione per classi della temperatura</i>	
Paolo Allievi, Alberto Trotta	53
<i>Un punto di vista euristico relativo alla evoluzione del sistema solare</i>	
Francesco Speranza	83
<i>Il progetto culturale di Federico Enriques</i>	
Franco Eugeni e altri	109
<i>Giuseppe Manuppella</i>	
Luca Nicotra	133
<i>È morto Giulio Giorcello, matematico e filosofo della scienza</i>	
Ezio Sciarra	143
<i>Ricordo di Giulio Giorcello</i>	
Franco Eugeni	151
<i>Giulio Giorcello, ricordo personale</i>	

<i>Profili biografici degli autori</i>	157
<i>Norme per gli autori</i>	159

La geometria piana in sistemi di riferimento non ortogonali e non monometrici

Franco Eugeni*

*Presidente dell'A.F.S.U.; eugenif3@gmail.com

Sunto: *Molta poca attenzione è stata data allo studio dei sistemi di coordinate cartesiane che siano non ortogonali, e non monometrici (dimetrici). Lo scopo di questa nota è approfondire questi aspetti, e senza andare oltre la dimensione due del piano, scoprire come si presentino in modo naturale gli "pseudo prodotti scalari" nel caso dimetrico, che danno luogo a perpendicolarità ordinate e a strutture metriche particolari, che si simmetrizzano nel caso monometrico. È interessante anche scoprire, che l'ortogonalità della geometria piana, dà luogo, nel piano ampliato, ad una speciale polarità che opera sulla retta impropria del piano. Concludendo siamo convinti di dare un contributo di carattere epistemologico per comprendere la necessità della scelta dei sistemi di coordinate cartesiane in primo luogo monometrici e in seconda istanza ortogonali.*

Parole Chiave: *Forme quadratiche – componenti controvarianti e covarianti – Prodotti pseudo scalari – formule metriche.*

Abstract: *The aims of this paper is to pay attention to the study of Cartesian coordinate systems that are not orthogonal and not necessarily monometric. The purpose of this note is to investigate these aspects, and remaining on dimension two of the plane, to discover how both "pseudo scalar products" and particular metric structures naturally appear. It is also interesting to discover that the simple orthogonality of the plane geometry gives rise to a polarity which operates on the "line at infinity" of the plane. Finally we believe to give an*

epistemological contribution about the choice of the monometric and orthogonal Cartesian coordinate systems.

Keywords: *Square shapes - contravariant and covariant components - Pseudo-scalar products - metric formulas.*

1 - La geometria piana affine

Per la geometria piana è indispensabile adattare il simbolismo più generale per sistemi di coordinate cartesiane dimetrici e non ortogonali a quello che è l'usuale simbolismo usato in geometria analitica, che fin dall'inizio richiede una unica unità di misura e l'ortogonalità degli assi, almeno, non appena si passi dalla "visione affine" a quella "metrica". Per questo trattiamo in anteprima il caso di un sistema di riferimento dimetrico e obliquo.

Sia θ l'angolo formato dai due assi e sia O l'origine degli assi. Se (x,y) sono le proiezioni, parallele agli assi, del vettore OP, poniamo:

$$x := \frac{OP_x}{u_x}, \quad y := \frac{OP_y}{u_y}$$

dove u_x, u_y sono le unità di misura scelte sugli assi x ed y.

Fissata una unità di misura unica, sia u, poniamo:

$$h = \frac{u_x}{u}, \quad k = \frac{u_y}{u}$$

da cui risulta:

$$hx := \frac{OP_x}{u_x} \frac{u_x}{u}, \quad ky := \frac{OP_y}{u_y} \frac{u_y}{u}.$$

Chiamiamo **punti** le coppie ordinate di numeri reali del tipo:

$$P = (x,y), P' = (x',y'), \dots$$

e **vettori** le classi di equivalenza definite dai segmenti orientati $OP, OP', \dots$, rispetto alla *relazione di equipollenza*, asserente che due segmenti orientati sono equipollenti se hanno la medesima direzione, il medesimo verso, la medesima lunghezza (nel senso assoluto dei segmenti non orientati). L'insieme di tali classi di equivalenza sarà denotato con $\mathbf{V}$, e i singoli elementi, cioè i vettori, saranno indicati dai simboli:

$$\mathbf{u} = \overrightarrow{OP}, \mathbf{v} = \overrightarrow{OP'}, \mathbf{w} = \overrightarrow{OP''}, \dots$$

I due punti $I(1,0)$ e $J(0,1)$ individuano due vettori speciali, di direzione e verso pari agli assi del riferimento, dati da:

$$\mathbf{i} = \overrightarrow{OI}, \mathbf{j} = \overrightarrow{OJ}.$$

che si dicono costituire una base, in quanto per ogni vettore si ha:

$$\mathbf{u} = \overrightarrow{OP} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j}.$$

Il più generale legame tra **punti** e **vettori** nasce, appunto, dall'aver fissato una *base*. Se $P(x,y)$ e $P'(x',y')$, sono due punti,

il vettore $\mathbf{u}$ individuato dal segmento orientato PP' , che apparterrà ad una classe definita da un opportuno segmento OQ , equipollente a PP' , è definito mediante la:

$$\mathbf{u} = \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{PP'} := (x' - x) \mathbf{i} + (y' - y) \mathbf{j}$$

e in modo formale

$$\mathbf{u} = P' - P = Q - O, \quad \text{o anche,} \quad P' = P + \mathbf{u}.$$

La corrispondenza che, fissato $\mathbf{u} = u_1 \mathbf{i} + u_2 \mathbf{j}$, ad ogni punto $P(x, y)$ associa il punto $P'(x', y')$ di coordinate:

$$x' = x + u_1 \quad y' = y + u_2$$

si chiama *traslazione di vettore* $\mathbf{u}$.

Passando ora al formulario relativo alla geometria analitica del piano osserviamo che, le nozioni affini, rimangono inalterate, indipendentemente dal riferimento. Così, ad esempio, data una retta (r) di equazione:

$$(r) \quad a x + b y + c = 0$$

un vettore parallelo alla retta, come di immediata verifica, è il vettore di componenti $\mathbf{r} = (-b, a)$.

Rimangono fisse le condizioni di parallelismo di due rette, che si traducono nelle proporzionalità tra due vettori, che siano paralleli alle due rette date. Così le incidenze si studiano al solito modo, in particolare la formula della retta per due punti, le nozioni di fascio di rette proprio ed improprio e l'intero corpo, solitamente detto della *geometria affine* del piano. Per queste nozioni si può consultare un qualsiasi libro di geometria analitica universitario, ma anche di Scuola Media Superiore. Un punto che vogliamo chiarire è il seguente¹.

¹ Punto questo che è spesso ignorato, specie nei cosiddetti corsi brevi e non solo.

È ben noto che nella trattazione usuale della geometria analitica del piano, la prima proprietà che si prova, è la cosiddetta *condizione di allineamento* di tre punti: dati infatti tre punti:

$$P = (x, y), P' = (x', y'), P'' = (x'', y'')$$

con P variabile e $P' \neq P''$. La condizione suddetta può essere provata in diversi modi, dall'uso della similitudine dei triangoli, al parallelismo dei vettori definiti dai segmenti orientati $PP', P'P''$, che portano alla condizione:

$$\begin{vmatrix} x - x' & y - y' \\ x'' - x' & y'' - y' \end{vmatrix} = 0$$

che può scriversi nella forma più elegante:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x' & y' & 1 \\ x'' & y'' & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Sviluppando, rispetto alla prima riga, si ottiene appunto una equazione del tipo:

$$a x + b y + c = 0,$$

con $(a, b) \neq (0, 0)$, poiché essendo $a = y'' - y'$, $b = x' - x''$, risulta:

$$(a, b) = (0, 0) \Leftrightarrow P' = P''.$$

Diremo *effettiva* ogni equazione di 1° grado in due variabili con coefficienti delle incognite non entrambi nulli.

Dunque: *terne di punti allineati soddisfano una equazione di 1° grado in due variabili, effettiva.*

Ma se quanto detto sopra è banale ed appare in tutti i testi, è anche importante provare il viceversa² di quanto detto e cioè che:

ogni equazione di 1° grado in due variabili del tipo $ax + by + c = 0$, che sia effettiva, ha come soluzioni insiemi di punti a tre a tre allineati.

Infatti se i punti $P = (x,y)$, $P' = (x',y')$, $P'' = (x'',y'')$ sono soluzioni della equazione data si ha:

$$\begin{aligned} ax + by + c &= 0 \\ ax' + by' + c &= 0 \\ ax'' + by'' + c &= 0 \end{aligned}$$

affinchè il sistema omogeneo, nelle incognite a, b, c , abbia soluzioni non nulle (per essere $(a,b) \neq (0,0)$), occorre che sia:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x' & y' & 1 \\ x'' & y'' & 1 \end{vmatrix} = 0$$

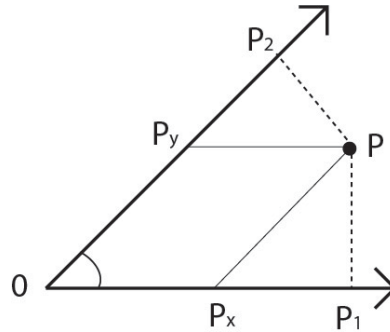
Ovvero le soluzioni del sistema, sono insiemi di punti a tre a tre allineati, ovvero punti di una retta. Concludendo:

In un riferimento cartesiano qualsiasi, ogni retta è rappresentata da una equazione lineare in due variabili effettiva, che è soddisfatta da tutti e soli i punti della retta, e viceversa ogni equazione lineare, in due variabili effettiva, rappresenta una retta come luogo dei punti le cui coordinate la soddisfino.

² Tale osservazione appare raramente, specie nei testi scolastici.

2- La geometria piana metrica.

Supponiamo di avere un sistema di riferimento cartesiano che sia dimetrico ed obliquo.



Sia θ l'angolo formato dai due assi. Se (x, y) sono le proiezioni parallele agli assi del vettore OP , risulta, per definizione:

$$x := \frac{OP_x}{u_x}, \quad y := \frac{OP_y}{u_y}$$

dove u_x, u_y sono le unità di misura scelte sugli assi x e y . Fissata una unità di misura unica, sia u , poniamo:

$$h = \frac{u_x}{u}, \quad k = \frac{u_y}{u}$$

da cui risulta:

$$h x := \frac{OP_x}{u}, \quad k y := \frac{OP_y}{u}.$$

Possiamo allora assumere la coppia (x, y) , come coppia delle *componenti controvarianti* del punto P . Inoltre se con (x^*, y^*) si indica la coppia di misure, rispetto ad u , dei segmenti OP_1, OP_2 , delle proiezioni ortogonali di OP sugli assi obliqui, tale

coppia è presa come coppia delle *componenti covarianti* di OP, si ha:

$$OP_1 = OP_x + P_x P_1 = OP_x + P_x P \cos \theta$$

$$OP_2 = OP_y + P_y P_2 = OP_y + P_y P \cos \theta$$

da cui, misurando i segmenti rispetto ad u, si ha:

$$x^* = hx + ky \cos \theta, \quad y^* = hx \cos \theta + ky.$$

Consideriamo ora la matrice seguente:

$$G = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h & k \cos \theta \\ h \cos \theta & k \end{vmatrix}$$

che ha i minori principali positivi, essendo:

$$h > 0, k > 0, \quad \det G = hk \sin^2 \theta > 0, \quad \text{per } 0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}.$$

Ne segue che alla matrice G è possibile associare una forma quadratica, definita positiva, che assumiamo come quadrato del modulo del modulo del vettore OP, che è quindi dato da:

$$|OP|^2 = (hx)^2 + (ky)^2 + (h+k)xy \cos \theta.$$

Da notare che quando il sistema è monometrico, ovvero se è $h = k = 1$, la matrice è simmetrica e si ha:

$$|OP|^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

formula questa, che esprime il ben noto Teorema di Carnot (o del coseno) della trigonometria piana, essendo $\left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$ l'angolo dei due lati $OP_x, P_x P$.

Ancora quando il riferimento, oltre che essere monometrico, è anche ortogonale, la forma suddetta si riduce alla relazione pitagorica classica:

$$|OP|^2 = x^2 + y^2.$$

Dati ora i due punti $P(x,y)$ e $P'(x',y')$ e i vettori:

$$\mathbf{u} = \overrightarrow{OP}, \quad \mathbf{v} = \overrightarrow{OP'}$$

si può definire uno “*pseudo prodotto scalare*”, associato alla matrice G ponendo:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} := h x x' + k \cos \theta x y' + h \cos \theta x' y + k y y'$$

ovvero:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} := (x^*) x' + (y^*) y'.$$

Si osservi che quando $\theta = \frac{\pi}{2}$, ed $h = k = 1$, ricadiamo nelle usuali relazioni:

$$x = x^*, y = y^*, \quad \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = x x' + y y'.$$

Tale “*pseudo prodotto scalare*” soddisfa, $\forall \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}, \forall \lambda \in \mathbf{R}$, alle seguenti classiche proprietà:

$\lambda (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) = (\lambda \mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u} \cdot (\lambda \mathbf{v})$	(associativa mista)
$(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{w}$	(distributiva a sinistra)
$\mathbf{w} \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = \mathbf{w} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{w} \cdot \mathbf{v}$	(distributiva a destra)
$\mathbf{u} > 0, \quad “= 0”, \Leftrightarrow \mathbf{u} = 0”$	(annullamento).

tutte di immediata verifica, mentre soddisfa alla ulteriore proprietà:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{u} \quad (\text{commutativa}).$$

se e solo se $h = k$. Quindi, se, e solo se, *il riferimento è monometrico*, nel qual caso la matrice G è simmetrica, lo *pseudo-prodotto scalare è un effettivo prodotto scalare*.

Passando ora al formulario relativo alla geometria analitica del piano, osserviamo subito che, le *nozioni affini* rimangono le medesime, indipendentemente dal riferimento. Così data ad esempio data una retta di equazione:

$$(r) \quad ax + by + c = 0$$

sia $\mathbf{r} = (-b, a)$, un vettore parallelo alla retta. Sono inalterate le condizioni di parallelismo di due rette, che si traducono nella proporzionalità delle componenti di due vettori, paralleli alle due rette date.

Così le incidenze si studiano al solito modo, in particolare è inalterata la formula della retta per due punti, così come si è indicato nella prima parte di questo paragrafo, le nozioni di fascio proprio o improprio di rette e così l'intero corpo solitamente detto della **geometria affine del piano**.

Diversa invece è la **problematica della geometria metrica**, il cui corpo delle formule è totalmente dipendente dall'essere il riferimento monometrico o no, ed in seconda istanza ortogonale o no. Siano $P(x, y)$, $P'(x', y')$ due assegnati punti. La distanza, al quadrato, dei due punti è pari al quadrato del modulo del vettore definito dal segmento orientato PP' :

$$|PP'|^2 = d(PP')^2 = h(x' - x)^2 + (h+k)(x' - x)(y' - y) \cos \theta + k(y' - y)^2$$

Date due rette (r), (r') parallele a $\mathbf{r} = (b, -a)$ ed $\mathbf{r}' = (b', -a')$, rispettivamente, la condizione di perpendicolarità orientata³ di (r) ad (r') è data da:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}' = h b b' - k b a' \cos \theta - h b' a \cos \theta + k a a' = 0$$

che, applicata alle forme esplicite delle equazioni delle due rette : $y = m x$, $y = m' x$, con $\mathbf{r} = (1, m)$ ed $\mathbf{r}' = (1, m')$ è ⁴:

$$m' = - \frac{h(1+m \cos \theta)}{k(m+\cos \theta)}$$

formule che, per $h=k (=1)$, forniscono la perpendicolarità non ordinata. Inoltre:

$$\text{per } \theta = \frac{\pi}{2}, \quad h=k=1, \text{ forniscono la: } m m' = -1,$$

ovvero la ben nota formula di perpendicolarità nei riferimenti *cartesiani ortogonali monometrici*.

Segue che, una retta (n) per $P_0 (x_0, y_0)$, che sia perpendicolare da P_0 alla retta (r) di equazione: $ax + by + c = 0$, con $\mathbf{r} = (b, -a)$, ha equazione del tipo:

$$y - y_0 = m' (x - x_0)$$

con:

$$m' = h [-(a/b) \cos \theta + 1] / k [-(a/b) + \cos \theta]$$

³ Si noti che in situazione di un riferimento generale occorre parlare di perpendicolarità ordinata, cioè (r) perpendicolare ad (r'), se $\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}' = 0$ ed (r') perpendicolare ad (r), se $\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r} = 0$, essendo, come si vede subito, le due condizioni diverse. Si noti che se $h=k (=1)$ la differenza tra le due perpendicolarità ordinate sparisce.

⁴ Da notare che la formula per la perpendicolarità orientata da (r') ad (r) si ottiene scambiando h con k, nelle parti ove appare il coseno..

da cui, l'equazione di (n) data da:

$$(n) \quad h(b - a \cos \theta)(x - x_0) + k(b \cos \theta - a)(y - y_0) = 0$$

dalla quale, il vettore $\mathbf{n}(\alpha, \beta)$ parallelo ad (n) e perpendicolare ad (r) ha componenti:

$$\alpha = k(a - b \cos \theta), \quad \beta = h(b - a \cos \theta).$$

Ne segue che la retta (r), si può scrivere in funzione di un parametro t:

$$x - x_0 = \alpha t, \quad y - y_0 = \beta t.$$

Il punto N $(x_0 + \alpha t_0, y_0 + \beta t_0)$, piede della perpendicolare da P_0 ad (r) è dato dal valore t_0 soluzione dell'equazione:

$$a(x_0 + \alpha t) + b(y_0 + \beta t) + c = 0$$

da cui:

$$t_0 = - (ax_0 + by_0 + c) / (a\alpha + b\beta).$$

Segue:

$$\begin{aligned} |NP_0|^2 &= d(N, P_0)^2 = d(P_0, r)^2 = \\ &= h(\alpha t_0)^2 + (h+k)\alpha\beta \cos \theta (t_0)^2 + k(\beta t_0)^2 = |\mathbf{n}|^2 (t_0)^2. \end{aligned}$$

Raramente nei testi universitari si trova la formula della distanza orientata da $P_0(x_0, y_0)$ alla retta (r) $ax + by + c = 0$, in riferimenti così generali. La formula, nel caso che il riferimento sia non ortogonale e dimetrico è complessa, riguarda una delle due perpendicolarità ordinate, nel nostro caso da P_0 ad (r), ed è la seguente:

$$d(P_0, r)^2 = |\mathbf{n}|^2 \frac{(ax_0 + by_0 + c)^2}{(a\alpha + b\beta)^2}$$

dalla quale estraendo la radice segue:

$$d(P_0, r) = |\mathbf{n}| \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{|a\alpha + b\beta|}$$

Se ferma rimanendo la *non ortogonalità degli assi*, supponiamo $h = k = 1$, si ha una notevole semplificazione, poiché risulta:

$$d(P_0, r) = \frac{|\sin\theta (ax_0 + by_0 + c)|}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta}}$$

che non presenta più l'ambiguità dell'ortogonalità orientata ed è anche tale che, per $\theta = \pi/2$, si riduce alla formula classica. In modo del tutto analogo, con calcoli, sui quali sorvoleremo, si prova che, nel caso monometrico, date due rette:

$$(r) \quad ax + by + c = 0 \quad \text{ed} \quad (r') \quad a'x + b'y + c' = 0$$

il coseno dell'angolo delle due rette, in un sistema non ortogonale, è dato dall'espressione:

$$\cos rr' = \frac{aa' + bb' - (ab' + a'b) \cos \theta}{\pm(\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta})(\sqrt{a'^2 + b'^2 - 2a'b'\cos\theta})}$$

Giova osservare che in alcuni testi si determinano i cambiamenti di riferimento tra un sistema di coordinate cartesiane ortogonali ed uno obliquo, e si utilizzano per trasformare le formule usuali nel riferimento obliquo.

3.- Il piano affine ampliato A^2

Chiameremo spazio affine ampliato A^2 l'insieme delle terne ordinate (x_0, x_1, x_2) di numeri reali non tutti nulli e definiti a meno di un fattore. Il legame tra A^2 ed R^2 , nasce dall'identificazione dei punti di A^2 , con $x_0 \neq 0$, chiamati **punti propri** di A^2 , con i punti $P(x,y)$ di R^2 , mediante le relazioni :

$$x = x_1/x_0 \quad , \quad y = x_2/x_0 .$$

I punti di A^2 , con $x_0 = 0$, cioè del tipo $(0, r, s)$, li chiameremo **punti impropri**, ciascuno geometricamente rappresentato dalla direzione della retta (o di una sua qualsiasi parallela) di R^2 , di equazioni:

$$x = r t \quad , \quad y = s t$$

L'insieme di tutti i punti impropri del piano, è caratterizzato dall'equazione:

$$x_0 = 0$$

che prende il nome di **equazione della retta impropria**.

Si chiama, altresì, **retta propria** di A^2 , una retta (r) di R^2 , alla quale si sia aggiunto un punto improprio, esattamente quello che definisce la direzione della stessa (r) . La definizione si giustifica anche per il fatto che, l'equazione di una retta (r) , scritta in forma omogenea, ha un significato ben più generale, in quanto, l'equazione omogenea:

$$a x_1 + b x_2 + c x_0 = 0$$

è soddisfatta sia dagli ordinari punti propri $(1, x', y')$ con $ax' + by' + c \equiv 0$, sia dal punto improprio $(0, b, -a)$ definente la direzione/punto improprio della stessa retta. Inoltre, nella forma omogenea, si può includere anche il caso $a = b = 0$, (che era il caso escluso nelle rette proprie di $\mathbf{R}^2$, che fornisce, appunto, l'equazione della retta impropria.

In $\mathbf{A}^2$ chiamiamo **conica C**, il luogo dei punti di $\mathbf{A}^2$ che soddisfano un'equazione di 2° grado del tipo:

$$a_{11}(x_1)^2 + a_{22}(x_2)^2 + a_{00}(x_0)^2 + (a_{10} + a_{01})x_1x_0 + \\ + (a_{20} + a_{02})x_2x_0 + (a_{12} + a_{21})x_1x_2 = 0$$

Tale conica definisce sul piano improprio, il luogo di punti:

$$a_{11}(x_1)^2 + a_{22}(x_2)^2 + (a_{12} + a_{21})x_1x_2 = 0$$

$$x_0 = 0 \quad .$$

Se i coefficienti dell'equazione della conica sono quelli di una matrice $\mathbf{G} = |g_{ij}|$, cioè di una matrice definita positiva, atta a definire uno *pseudo prodotto scalare*, allora l'equazione all'infinito associata:

$$g_{11}(x_1)^2 + g_{22}(x_2)^2 + (g_{12} + g_{21})x_1x_2 = 0$$

$$x_0 = 0$$

prende il nome di **assoluto** dello spazio A^2 . In tal caso, come è ovvio, l'equazione considerata non ha, alcuna soluzione reale⁵. Ricordiamo che *assegnata* una **conica** in A^2

$$f(X) = f(x_0, x_1, x_2) = 0$$

ed un punto

$$Y = (y_0, y_1, y_2)$$

si chiama **retta polare** di Y, rispetto a C, la retta di equazione:

$$f\left(\begin{smallmatrix} X \\ Y \end{smallmatrix}\right) = f_0 y_0 + f_1 y_1 + f_2 y_2 = 0$$

dove è

$$f_i = a_{0i} x_0 + a_{1i} x_1 + a_{2i} x_2 = \frac{1}{2} \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

ove f_i è l'equazione lineare formata con la i-ma riga della matrice $A = |a_{ij}|$ con $i, j = 0, 1, 2$. Si ha:

$$f\left(\begin{smallmatrix} X \\ Y \end{smallmatrix}\right) = f\left(\begin{smallmatrix} Y \\ X \end{smallmatrix}\right) \quad , \quad f\left(\begin{smallmatrix} X \\ X \end{smallmatrix}\right) = f(X)$$

La prima di queste equazioni esprime la cosiddetta *legge di reciprocità della polarità*, asserente che: *"Se un punto Y descrive la retta polare p(X) del punto X, allora le rette polari p(Y) di Y, descrivono un fascio con centro in X"*.

Date, in R^2 due rette (proprie) di equazioni:

⁵ Se si pensa a considerare punti anche le terne (x_0, x_1, x_2) di numeri complessi, ovvero di operare la cosiddetta "*complessificazione*" del piano ampliato, allora l'equazione in questione rappresenta una coppia di punti a coordinate complesse, uno dei quali, a meno di un fattore, ha per coordinate, le complesse coniugate dell'altro.

$$(r) \quad ax + by + c = 0 \quad , \quad (r') \quad a'x + b'y + c' = 0$$

e i vettori $\mathbf{r} = (-b, a)$, $\mathbf{r}' = (-b', a')$, che definiscono anche i due punti impropri delle due rette, precisamente $R_\infty(0, -b, a)$, ed $R'_\infty(0, -b', a')$, ricordiamo che la condizione di perpendicolarità di (r) ad (r') , provata in precedenza, è:

$$r \cdot r' = h b b' - k b a' \cos \theta - h b' a \cos \theta + k a a' = 0.$$

Supponiamo ora di fissare la forma quadratica di base nella forma seguente:

$$f(X) = (h x_1)^2 + (k x_2)^2 + (h+k) x_1 x_2 \cos \theta$$

La polare di $R'_\infty(0, -b', a')$ è data da:

$$b' \frac{\partial f}{\partial x_1} - a' \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0.$$

Tale polare contiene il punto $R_\infty(0, -b, a)$, se e solo se si ha:

$$b' [2hb - (h+k)a \cos \theta] - a' [(h+k)b \cos \theta - 2a] = 0$$

La relazione soprascritta, coincide con la condizione di perpendicolarità, di (r) ed (r') , se e solo se risulta $h = k = 1$. Abbiamo in ultima analisi provato che:

Teorema. *In un qualsiasi riferimento cartesiano di tipo generale sono condizioni equivalenti:*

- a. *due rette sono perpendicolari se e solo, i rispettivi punti impropri sono coniugati nella polarità rispetto all'assoluto.*
- b. *Il riferimento è monometrico (ortogonale o no).*

4- Conclusioni

La conclusione che si trae da questa breve nota è la giustificazione più ampia, dell'affermazione, che si trova in un qualsiasi testo di geometria analitica, in relazione alla scelta del riferimento.

Abbiamo ampiamente mostrato che se il riferimento non è cartesiano ortogonale monometrico, le formule metriche, e solo le metriche, si complicano notevolmente, così da scoraggiarne fortemente l'uso.

Inoltre appare molto più complesso il porsi in situazioni di riferimenti dimetrici, per i quali tutto è veramente più difficile, dalla forma quadratica di base che dà luogo ad una matrice non simmetrica, e ad un prodotto pseudo- scalare che non è commutativo. Quindi a priori dovremmo perfino parlare di una perpendicolarità ordinata, come si è ampiamente specificato nella nota 5.

Dunque supposto il riferimento monometrico tutto si semplifica, anche l'ortogonalità, rispetto al dimetrico. Tuttavia se l'angolo dei due assi è retto, l'utilizzo delle formule metriche di geometria analitica è decisamente più facile.

Bibliografia

Comesatti A. (1962). *Lezioni di Geometria*, Padova, CEDAM.

Eugeni F., Gionfriddo M. (1994). *Appunti del Corso di Algebra e Geometria*, Pescara, Edizioni CUSL. Cfr. [www.afsu.it/Matematica /Geometria](http://www.afsu.it/Matematica/Geometria).

Villa M. (1965). *Lezioni di Geometria*, Padova, CEDAM.

Definizione per classi della temperatura

Luca Nicotra*

* Ingegnere. Presidente dell'Associazione "Arte e Scienza", Direttore responsabile di: «Periodico di Matematica», «Bollettino dell'Accademia di Filosofia delle Scienze Umane», «ArteScienza»;
luca.nicotra1949@gmail.com.

1 – Tipi di definizione

Prima di accennare ai diversi tipi di definizione, occorrerebbe "definire" il termine "definizione", ma ciò è impossibile perché genererebbe un circolo vizioso, in quanto la proposizione "definizione della definizione" contiene già lo stesso concetto (definizione) che intende definire.

Tutto ciò rientra in una considerazione generale finora mai smentita: non tutto si può definire, così come non tutto si può dimostrare. Da qui l'accettazione necessaria di "conoscenze primitive" poste alla base (o inizio) di ogni argomentazione logica, di cui sono pertanto da considerare come "presupposti o premesse", distinguibili in enti o concetti primitivi e proposizioni o proprietà primitive. Tali presupposti possono essere di due tipi: generali e specifici. Sono presupposti "generali" quelli che possono essere utilizzati per qualunque argomentazione o scienza, mentre sono presupposti "specifici" quelli che sono utilizzabili soltanto per una

specifica scienza, per esempio gli enti primitivi punto, retta, piano e gli assiomi della geometria euclidea.

I presupposti generali sono, in un certo senso, anche presupposti dei presupposti specifici, in quanto servono per introdurli e spiegarli, derivano dall'esperienza, dalla lingua, dal linguaggio comune e precedono qualunque ragionamento logico, risultando in tal modo pre-logici.

Il concetto di definizione è un presupposto generale, pre-logico e come tale indefinibile. Tuttavia, se ne può rendere l'idea (senza alcuna pretesa definitoria) che si è formata spontaneamente nell'immaginario collettivo, ricorrendo al linguaggio comune: definire significa "spiegare cos'è una certa cosa per mezzo di altre cose già note o presupposte tali". Il termine "cosa" qui utilizzato ha una connotazione molto generica, concreta o astratta.

A questo punto è lecito chiedersi se esistono diversi tipi di definizione e quali sono.

Le classificazioni possibili dei tipi di definizione variano molto a seconda del criterio adottato e del punto di vista con il quale si affronta la questione, legato al campo di indagine (filosofia, linguistica, matematica, fisica, ecc.). A volte uno stesso tipo di definizione può essere etichettato anche con altri attributi a seconda del criterio di classificazione. È il caso delle definizioni per condizioni e per uso (o contesto), che sono anche definizioni implicite, mentre quelle nominali e per classi sono anche definizioni esplicite.

Una panoramica molto articolata, e abbastanza neutrale rispetto alle varie settorializzazioni, si trova nel lungo articolo in tre parti *La definizione nel contesto linguistico e scientifico* di

Giulio Platone (1969, 1970). Sono qui proposte alcune possibili classificazioni:

1. esplicite
2. implicite
3. nominali o logiche o proprie
4. reali o di cosa o lessicali
5. per condizione (postulati)
6. per uso o contesto
7. per astrazione
8. per classi
9. per induzione o ricorsive
10. operative (strumentali o mentali)
11. per operatori
12. per estensione
13. per relazione

Altri tipi, a volte utilizzate come “definizioni”, sono in realtà pseudo-definizioni prive di valore logico: teoretiche, persuasive, emotive, precisanti, per sinonimi, denotative.

Nell’ambito delle scienze fisiche e matematiche quelle utilizzate sono i tipi 3,5,7,8,9,10,11,12,13.

Nella matematica, secondo la critica moderna, sono preferibili le definizioni esplicite per classi, basate sul passaggio al quoziente, che sostituiscono le più vecchie definizioni implicite per astrazione. Nella fisica, invece, sono utilizzate esclusivamente le definizioni operative¹ e per

¹ Il termine “definizione operativa” fu introdotto ufficialmente nel 1927 dal premio Nobel per la fisica P. W. Bridgman nella sua opera *The logic of Modern Physics*. Ma già nel 1905 la Teoria della Relatività Ristretta aveva

relazione, queste ultime, ovviamente, soltanto per le grandezze fisiche derivate.

In questo articolo, considerata la natura particolare della temperatura, grandezza fisica sotto certi aspetti anomala rispetto ai requisiti tipici delle grandezze fisiche, si propone per essa una definizione per classi da completare con una definizione operativa, peraltro già nota. In tal guisa la temperatura acquista una sua caratterizzazione matematica che la accomuna a un'altra grandezza fisica fondamentale, la lunghezza, anch'essa definibile per classi prima ancora che operativamente.

2 - La temperatura: grandezza fisica *sui generis*

Fra le grandezze fisiche la temperatura è forse quella che più di ogni altra ci riguarda quotidianamente in vari aspetti della nostra vita: gioca un ruolo essenziale nella cottura dei cibi, dalla temperatura dell'aria dipende in gran parte il nostro stato di benessere fisico e la temperatura corporea è un indicatore primario del nostro stato di salute.

Nella vita del nostro pianeta e dell'universo è ancora la temperatura la protagonista: il riscaldamento globale della Terra è una minaccia per lo scioglimento dei ghiacciai della zona artica, che avrebbe conseguenze disastrose a livello planetario, e ancora la temperatura ha scandito le diverse fasi dell'evoluzione dell'universo dopo il Big Bang: dai 100000 miliardi di miliardi di miliardi di gradi Kelvin (10^{32} K)

definito lo spazio e il tempo per mezzo delle operazioni per misurare lunghezze e intervalli di tempo.

dell'istante iniziale di massima energia e densità del cosmo, quando ancora esisteva un'unica forza fondamentale, alla temperatura di 10000 miliardi di gradi Kelvin (10^{13} K) che consentì la completa differenziazione delle quattro forze fondamentali (gravità, interazione nucleare forte e debole, forza elettromagnetica), nonché la comparsa del protone e quindi della materia.

La temperatura è la grandezza fisica che caratterizza e regola i fenomeni termodinamici, nei quali sono in gioco la produzione e il trasferimento del calore, con la sua degradazione come energia misurata dall'entropia. Il calore è l'unica grandezza fisica che consente di distinguere il passato dal futuro: tutti i fenomeni in cui compare il calore² sono processi irreversibili e come tali danno un verso al tempo, mentre tutti i fenomeni in cui non compare il calore, e quindi la temperatura, sono teoricamente reversibili:

... le leggi del mondo meccanico di Newton, le equazioni dell'elettricità e del magnetismo di Maxwell, quelle della gravità relativistica di Einstein, quelle della meccanica quantistica di Heisenberg, Schrodinger e Dirac, quelle delle particelle elementari dei fisici del XX secolo... nessuna di queste equazioni distingue il passato dal futuro. Se una sequenza di eventi è permessa da queste equazioni, lo è anche la stessa sequenza ribaltata all'indietro nel tempo. Nelle equazioni elementari del mondo, la freccia del tempo appare solo quando c'è il calore (Rovelli, 2017, p.30).

Tutti i fenomeni "reali" sono accompagnati dalla comparsa di una certa quantità di calore Q a una temperatura T , dalla

² A rigore anche altri fenomeni che condividono con il calore alcuni aspetti caratteristici (per es. i potenziali ritardati in elettrodinamica).

quale dipende il suo “grado di invecchiamento”, ovvero la sua degradazione misurata dall'entropia $E = Q/T$: a parità di calore, minore è la temperatura, maggiore è l'entropia del fenomeno ovvero maggiore è la degradazione del calore come forma di energia:

Consideriamo un litro d'acqua a 100°C e 10 litri d'acqua a 10°C . Essi rappresentano la stessa quantità di calore, cioè la stessa quantità di energia termica. Però, il valore di questa energia è diverso nei due casi: la quantità di calore di un litro d'acqua a 100°C vale più di quella equivalente di dieci litri d'acqua a 10°C. Ciò è dovuto alla tendenza del calore a comunicarsi ad altri corpi, a estendersi nello spazio e ad uniformarsi nella temperatura, perdendo così, ogni capacità di trasformazione (Nicotra, 1962, pp. 2-3).

Insomma, non v'è fenomeno “reale”, dal più semplice al più complesso, che non ci faccia imbattere in questa grandezza della fisica.

Il fatto strano è che pur essendo a tutti nota, attraverso l'esperienza, tuttavia la maggior parte di noi non saprebbe definirla, quasi come accade per un'altra grandezza fisica fondamentale: il tempo.

Come è noto, una grandezza fisica è tale se per essa si possono stabilire inequivocabilmente una unità di misura e un criterio di uguaglianza e somma (e differenza) in modo da poter definire una procedura di misura.

La temperatura, pur essendo accettata come grandezza fisica, in realtà non possiede completamente tali requisiti (Caldirola, 1956, p.55, nota1; Perucca, 1937, p. 538; Bordoni, 1970, pp.173,174). Infatti, non è possibile definire una unità di misura della temperatura bensì soltanto una unità di misura dell'intervallo di temperatura, analogamente a quanto accade

per il tempo. Inoltre non gode della proprietà additiva. Mentre, per esempio, fissata l'unità di lunghezza è possibile "costruire" qualunque altra lunghezza allineando un sufficiente numero di volte la lunghezza unitaria e i suoi sottomultipli, ciò invece non accade con la temperatura: non è possibile, con lo stesso metodo additivo, realizzare per esempio una temperatura tripla dell'unità di temperatura perché, se si mettessero a contatto tre corpi con temperatura unitaria, per il principio dell'equilibrio termico (o principio zero della termodinamica) il corpo risultante dalla loro unione avrebbe ancora temperatura unitaria. Per tali ragioni non è possibile stabilire un numero discreto di multipli e sottomultipli della temperatura che ne consentano una misura relativa come per le altre grandezze, bensì è necessario fissare "ogni suo multiplo e sottomultiplo" stabilendo arbitrariamente una scala numerica delle temperature e uno zero, ovvero un punto di riferimento reso necessario del fatto che si possono considerare soltanto intervalli di temperatura. Queste sue caratteristiche, che ne fanno una grandezza fisica atipica, sono dovute al fatto che non è possibile accedere direttamente alla temperatura per misurarla, bensì occorre considerare i suoi effetti su qualche altra grandezza fisica, come accade nei comuni termometri a mercurio, che danno una misura della temperatura attraverso la dilatazione subita dal mercurio in un tubicino di vetro.³

³ La proprietà che varia al variare della temperatura e le cui variazioni consentono di ottenere una misura della temperatura è detta *proprietà termometrica* e caratterizza i diversi tipi di termometri (*corpi termometrici*): in quelli a gas a volume costante è la pressione, in quelli a gas a pressione costante è il volume, nei bolometri è la resistenza elettrica, nelle coppie

Più che una vera grandezza fisica, dunque, la temperatura deve essere considerata un indice dello stato termico di un corpo, cioè di quel suo particolare stato che noi percepiamo con le sensazioni di caldo e freddo: «Si chiama temperatura una grandezza fisica che misura quanto un corpo è caldo o freddo», dice Enrico Fermi (1944, p. 141). Ma è chiaro che definizioni come questa sono in realtà pseudo-definizioni, utili soltanto per focalizzare il significato fisico intuitivo della temperatura, come quest'altra: «... la temperatura d'un corpo è quello stato suo particolare pel quale, essendo esso posto a contatto degli altri corpi, può cedere loro calore o riceverne» (Castelfranchi, 1943, p. 421).

3 - Le grandezze fondamentali della fisica

Le *grandezze fondamentali* della fisica (lunghezza, massa, tempo, temperatura) ricoprono un ruolo analogo a quello degli enti primitivi nella geometria: sono infatti le grandezze dalle quali sono derivate tutte le altre grandezze fisiche, così come dal punto, dalla retta e dal piano sono derivate tutte le figure della geometria euclidea. In tal modo basta fissare (con un certo arbitrio) le unità di misura delle sole grandezze fondamentali tramite dei campioni fisici e derivare le unità di misura di tutte le altre *grandezze* (dette *derivate*) analiticamente per mezzo delle relazioni che le legano a quelle fondamentali. Come gli enti primitivi della geometria,

termoelettriche è la forza elettromotrice, nei termometri a colonna liquida è l'altezza della colonna conseguente alla dilatazione termica, nei pirometri è l'irraggiamento, ecc.

esse sono quindi indefinite ma soltanto dal punto di vista fisico, mentre possono essere definite al di fuori della fisica. Un esempio è la lunghezza, che come grandezza fisica fondamentale non implica la definizione di altre grandezze fisiche, ma matematicamente è invece definibile come classe di equivalenza rispetto alla relazione di congruenza fra segmenti dello spazio euclideo. Insomma il concetto di lunghezza in fisica è ereditato dalla geometria e viene soltanto completato dal punto di vista fisico "materializzandolo" (perdendo quindi il carattere puramente ideale che ha in geometria) fissando un campione fisico della sua unità di misura.

Anche per la temperatura è possibile darne una definizione matematica che non coinvolga altre grandezze fisiche. Tuttavia, a differenza della lunghezza, la definizione matematica della temperatura deve necessariamente trarre spunto da considerazioni sperimentali, le quali però implicano soltanto concetti meccanici, cosicché è scongiurato il rischio di una *petitio principii* che si verificherebbe se presupponesse il concetto stesso di temperatura. Inoltre tale definizione è indipendente da tutte le possibili procedure di misurazione della temperatura, che conducono a molteplici scale termometriche, ciascuna dipendente dal corpo termometrico, dalla proprietà termometrica e dalla relazione funzionale, necessariamente arbitraria, fra questa e la temperatura. Pertanto, la definizione matematica di temperatura non può definire da sola la temperatura come grandezza fisica perché non è una definizione strumentale

come richiesto dalla fisica,⁴ ma fornisce una definizione di *temperatura generica* valida qualunque sia poi il suo completamento dal punto di vista operativo, che può condurre a due tipi di temperature: le *temperature empiriche* e la *temperatura termodinamica*. Essa ha dunque un valore concettuale, esente da tutte le limitazioni che caratterizzano le varie definizioni operative della temperatura. Nel seguito indicheremo con θ la temperatura generica definita matematicamente.

Vediamo assieme come ciò sia possibile, attraverso un viaggio ideale dalla fisica alla matematica con ritorno alla fisica.

4 - Tre concetti preliminari per una definizione della temperatura

Un *sistema termodinamico* è una qualsiasi porzione di materia di dimensioni finite e pertanto tale da potersi pensare costituita da un numero rilevante di particelle il cui comportamento statistico determina il suo stato macroscopico.

Lo *stato termodinamico* di un sistema, in un certo istante, viene identificato con l'insieme dei valori assunti in quell'istante dalle n variabili di stato, le quali sono grandezze che descrivono il comportamento globale del sistema in modo che la loro conoscenza permetta di realizzarne una replica fedele. Sono variabili di stato la pressione, il volume, il campo

⁴ «...le varie grandezze fisiche [...] sono sufficientemente definite e hanno esistenza reale in quanto si è d'accordo sul modo di misurarle» (Perucca, 1937, p.5).

elettrico, la polarizzazione dielettrica, il campo magnetico, l'intensità di magnetizzazione, la temperatura, ecc. Tuttavia, di volta in volta vengono considerate soltanto quelle grandezze di stato che caratterizzano il gruppo di fenomeni studiato (per es. quelli termo-meccanici). Inoltre esistono relazioni funzionali fra di esse (*equazioni di stato*) per cui non tutte le grandezze di stato sono indipendenti. Per esempio, nel caso dei gas perfetti, le variabili di stato sono tre: pressione P , volume V e temperatura T , ma due soltanto di esse sono indipendenti, in quanto esse sono legate dall'equazione di stato $PV = nRT$ (vedi nota 15).

Uno *stato termodinamico* è di *equilibrio* se i valori delle variabili di stato che lo definiscono non mutano fintanto che non cambiano le condizioni esterne al sistema.

5 – Stati in equilibrio termico

Premessi i concetti di *sistema termodinamico*, *stato termodinamico* e *stato termodinamico di equilibrio*, definiamo cosa si intende per *stati in equilibrio termico*. Si considerino due sistemi A e B isolati dall'esterno tramite una parete adiabatica, che non permetta scambi di energia sotto nessuna forma (e quindi anche di calore), e separati fra loro da una parete diatermica, che invece consenta gli scambi di calore.⁵ L'esperienza mostra che se gli stati fisici iniziali di A e B sono

⁵ Si dà per noto il concetto di calore, che non implica quello di temperatura, essendo il calore una forma di trasmissione dell'energia al pari del lavoro. Una parete (adiabatica o diatermica) impedisce i flussi di massa.

differenti, essi mutano in due nuovi stati di equilibrio caratterizzati da due nuove ennuple di variabili $(X_a, Y_a, \dots; X_b, Y_b, \dots)$ in generale differenti fra loro ma non indipendenti.⁶ I due nuovi stati di A e B si dicono in equilibrio termico e definiscono entrambi lo stato di equilibrio termico del sistema complesso $A \cup B$ attraverso la relazione che lega fra loro le grandezze di stato dei due sistemi A, B :

$$(1) \quad F(X_a, Y_a, \dots, X_b, Y_b, \dots) = 0.$$

Da tali considerazioni di natura sperimentale segue che ogni sistema è in equilibrio termico con se stesso (proprietà riflessiva dell'equilibrio termico) e che se il sistema A è in equilibrio termico con il sistema B , anche B è in equilibrio termico con A (proprietà riflessiva dell'equilibrio termico).

Inoltre, considerati due sistemi A e B isolati dall'esterno e fra loro tramite pareti adiabatiche, si aggiunga ad essi un terzo sistema C separato dai primi due tramite una parete diatermica (figura 1). Atteso un opportuno intervallo di tempo, i sistemi A e B risulteranno in equilibrio termico con C . Sostituendo allora la parete adiabatica che isola A da B con una diatermica, si constata che pure A e B sono in equilibrio termico, in quanto gli stati di A e di B rimangono invariati. È

⁶ Pertanto, poiché nella misura della temperatura di un corpo il contatto termico fa evolvere verso una nuova configurazione di equilibrio gli stati termici sia del corpo in misura sia del termometro, è necessario che la presenza del termometro alteri il meno possibile lo stato termico iniziale del corpo. Ciò normalmente richiede che il termometro abbia massa molto piccola rispetto a quella del corpo in misura.

questo il *principio zero della termodinamica*⁷ o *principio dell'equilibrio termico*, il quale consente di asserire che la relazione di equilibrio termico Et gode anche della proprietà transitiva ed è quindi una relazione di equivalenza.⁸

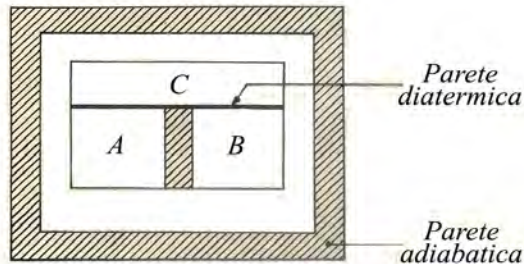


Fig. 1- A illustrazione del principio dell'equilibrio termico.

In pratica, per riconoscere se due o più stati sono in equilibrio termico, non si effettua l'esperimento precedentemente illustrato, che risulterebbe scomodo e di difficile attuazione, ma si ricorre a un termoscopio. Questo è uno strumento che non dà la misura della temperatura ma semplicemente consente di confrontare due stati termici

⁷ L'opportunità di porre alla base della Termodinamica tale principio fu evidenziata fin dal 1871 dal grande fisico e matematico scozzese James Clark Maxwell e negli anni 1931, 1935 anche dagli astrofisici indiani M.N. Saha e B.N. Srivartava. Tuttavia, fu soltanto Ralph H. Fowler negli anni Trenta del Novecento a formularlo esplicitamente e a dargli il nome di *Principio zero della Termodinamica* in quanto logicamente precede i tre principi della Termodinamica, già formulati.

⁸ Una relazione di equivalenza gode delle proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva.

stabilendo se sono in equilibrio o no, in base alle variazioni subite dalla proprietà termometrica considerata. Se per esempio la proprietà termometrica è l'altezza di una colonna di liquido, per affermare che gli stati termici di due sistemi sono in equilibrio basta porre a contatto termico successivamente il termoscopio con i due sistemi e verificare che l'altezza della colonna liquida risulti uguale nei due casi.

6 - Definizione matematica della temperatura

Essendo la relazione di equilibrio termico Et una relazione di equivalenza, applicandola all'insieme S di tutti i possibili stati di equilibrio termico (di uno stesso sistema o di sistemi diversi),⁹ risulta definita una partizione¹⁰ Θ di S in classi di equivalenza θ_i ($i \in I, I = \{1, 2, \dots, n\}$).¹¹ ciascuna delle quali è

⁹ L' "o" in tal caso ha il significato alternativo (e non esclusivo) proprio della somma logica (per es. l'unione fra sistemi).

¹⁰ Dato un insieme A , una partizione di A è una famiglia $F = \{A_i \mid A_i \subset A, i \in I, I = \{1, 2, \dots, n\}\}$ di sottoinsiemi A_i di A tale che: 1) ogni elemento di A appartiene almeno a un sottoinsieme di A : $\forall i A_i \neq \emptyset$; 2) due sottoinsiemi diversi qualunque di A sono disgiunti: $A_i \cap A_h = \emptyset$ ($i \neq h, (i, h) \in I$); 3) l'unione di tutti i sottoinsiemi A_i di A è l'insieme A : $A = \bigcup_{i \in I} A_i$.

¹¹ Applicando a un insieme A una relazione di equivalenza R si ottiene una particolare partizione Q di A caratterizzata dall'appartenenza di ogni elemento di A a uno e uno soltanto dei suoi sottoinsiemi. L'insieme Q di tali classi, pensate come elementi, è detto *insieme quoziente di A rispetto ad R* e si denota con A/R . Nel passaggio di A all'insieme quoziente si passa dagli elementi $a \in A$, ai nuovi elementi $[a] = \{x \mid xRa\}$, che sono le partizioni definite da R . Quindi $Q = \{[a], a \in A\}$. L'operazione che consente di passare da A ad A/R è detta *passaggio al quoziente*.

costituita da stati in equilibrio termico, pervenendo all'insieme quoziente $\Theta = S/E_t$: ogni classe θ_i , $i \in I$, di equivalenza di tale insieme è “una temperatura”, mentre l'insieme quoziente Θ è l'insieme di tutte le temperature e quindi definisce il “concetto generale di temperatura”. Ne segue che tutti gli stati che sono in equilibrio termico appartengono a una medesima classe θ_i di Θ e quindi hanno la medesima temperatura e viceversa se due stati hanno la stessa temperatura appartengono alla stessa classe θ_i di Θ e quindi sono in equilibrio termico. Il principio di contrazione, o passaggio al quoziente, consente dunque di formulare la seguente definizione: *una temperatura è una classe di equivalenza rispetto alla relazione di equilibrio termico fra gli stati termodinamici di uno stesso sistema o di sistemi diversi.*

Può generare un certo scetticismo e sembrare paradossale la sostituzione, accettata dalla matematica, di una proprietà comune a più elementi con la classe di tali elementi. Così accade nella definizione testé data di temperatura: ogni stato di una stessa classe dell'insieme quoziente Θ ha in comune con tutti gli altri stati della stessa classe la proprietà di essere in equilibrio termico con essi. Bertrand Russell ha accuratamente analizzato la questione, concludendo:

Ogni volta che la matematica deriva una proprietà comune da una relazione riflessiva, simmetrica e transitiva, tutti gli scopi matematici della proprietà supposta vengono pienamente raggiunti sostituendo ad essa la classe dei termini che hanno la relazione data con un dato termine (Russell, 1971, p. 197).

Taluni autori forniscono, invece, una definizione implicita per astrazione della temperatura, utilizzando ancora una volta la relazione di equilibrio termico: la temperatura θ viene definita come quella proprietà attinente a un sistema tale che i suoi valori assunti in corrispondenza di due stati A e B sono uguali se e solo se A e B sono in equilibrio termico:

$$\theta(A) = \theta(B) \Leftrightarrow A \text{ e } B \text{ in equilibrio termico.}$$

La temperatura così definita coincide sostanzialmente con una definizione implicita per astrazione ottenuta con lo stesso passaggio al quoziente testè definito $\Theta = S/E_t$: una temperatura è definita come predicato degli elementi di una stessa classe di equivalenza di Θ , ovvero è definita attraverso l'appartenenza alla stessa classe di equivalenza determinata da E_t . È il concetto-classe di Bertrand Russell:

In secondo luogo, quando ricordiamo che un concetto-classe non è esso stesso un insieme, ma una proprietà con la quale è possibile definire un insieme, noi vediamo che, se definiamo il numero come il concetto-classe, non la classe, un numero si definisce effettivamente come una proprietà comune di una serie di classi simili e di nient'altro (Russell, 1971, p. 196).

Le definizioni implicite però, come è noto, non precisano la natura dell'ente che definiscono e, secondo alcuni autori, quelle implicite per astrazione che fanno uso di una relazione di equivalenza R non ne assicurano nemmeno l'unicità, in quanto R caratterizza non soltanto la proprietà o funzione $\varphi(x)$ che si vuol definire ma anche ogni altra funzione di

questa $f[\varphi(x)]$.¹² Quest'ultima critica è stata posta da molti eminenti matematici e logici e soprattutto da Bertrand Russell e Alfred North Whitehead, sostenitori della sostituzione delle definizioni implicite per astrazione con definizioni esplicite per classi.¹³

¹² Per esempio, la relazione di equivalenza $\varphi(a,b) = \varphi(a',b') \Leftrightarrow ab'=a'b$ ($bb'\neq 0$) che dovrebbe definire il concetto di frazione per astrazione non lo definisce in quanto la medesima relazione vale per la radice n-esima di un numero frazionario $\sqrt[n]{a/b}$. Così anche la relazione di congruenza fra segmenti che dovrebbe caratterizzare la lunghezza del segmento caratterizza anche l'area del quadrato e il volume dello stesso segmento. Tuttavia, come osserva Giulio Platone, essendo noto l'insieme G al quale viene applicata la relazione di equivalenza R è chiaro che R (e quindi la proprietà o predicato che R esprime) si debba intendere valida soltanto per gli elementi dell'insieme G (Platone, 1969, p. 175).

¹³ Per esempio, a proposito della definizione per astrazione di numero cardinale, così si esprime Bertrand Russell (1971, p. 194): «Questa definizione per astrazione, e generalmente il processo impiegato in tali definizioni, soffre di un difetto formale assolutamente fatale: non dimostra che è solo un oggetto a soddisfare alla definizione. Pertanto invece di ottenere una proprietà comune di classi simili, che è il numero delle classi in questione, noi otteniamo una classe di tali proprietà, senza possibilità alcuna di sapere quanti termini questa classe contiene. Per rendere ancora più chiaro questo punto, esaminiamo che cosa significa, nel caso presente, una proprietà comune. Ciò che si intende dire è che ogni classe ha con una certa entità, il suo numero, una relazione che non ha con alcun'altra, ma che tutte le classi simili (e non altre entità) hanno con lo stesso numero. Esiste cioè una relazione molti-uno che ogni classe ha con il proprio numero e con nient'altro. Quindi, nella misura in cui si ammette la definizione per astrazione, qualsiasi serie di entità, con ognuna delle quali qualche classe ha una certa relazione molti-uno, e con una e solo una delle quali una classe data ha questa relazione, e che sono tali che tutte le classi simili ad una classe data hanno questa relazione con l'unica e medesima entità della serie, ci si presenta come la serie dei numeri, ed ogni entità di

La definizione per classi da noi data precedentemente, invece, ottenuta anch'essa con lo stesso passaggio al quoziente $\Theta = S/E_t$, definisce in maniera esplicita la temperatura, identificando una temperatura con una classe di equivalenza di Θ . Una temperatura così definita non è un concetto astratto, un concetto-classe, ma è una classe di stati termodinamici in equilibrio termico: è una classe-concetto,¹⁴ al pari di quelle che definiscono in forma moderna i concetti di vettore, direzione, lunghezza, ampiezza, estensione ecc. (Villa, 1963, p. 22).

Il passaggio al quoziente, mediante il quale si è fornita la precedente definizione esplicita per classi della temperatura, istituisce tra l'insieme S di tutti i possibili stati termodinamici di un sistema (o di sistemi diversi) e l'insieme Θ delle classi di stati in equilibrio termico una mappa univoca di S in Θ :

$$(2) \quad f: S \rightarrow \Theta \quad \text{ovvero} \quad \theta = \theta(s)$$

la quale associa ad ogni stato termodinamico $s \in S$ una e una sola classe $\theta \in \Theta$ di stati in equilibrio termico con s , ovvero una e una sola temperatura.

questa serie è il numero di una certa classe. Se allora esistono molte di queste serie di entità - ed è facile dimostrare che ne esiste un numero infinito - ogni classe avrà molti numeri, e la definizione avrà totalmente fallito il suo compito di definire il numero di una classe. Questo ragionamento è del tutto generale, e mostra come la definizione per astrazione non è mai un processo logicamente valido».

¹⁴ Di questa denominazione, duale di concetto-classe di Russell, sono debitore al prof. Franco Eugeni durante una chiacchierata telefonica.

Si ricorda che una applicazione $f : M \rightarrow R$ è *suriettiva* se ogni elemento di R è il corrispondente di almeno un elemento di M , ovvero se il codominio $f(M)$ si identifica con l'insieme R : $f(M)=R$; è *iniettiva* se ad ogni coppia di elementi diversi di M corrispondono elementi diversi di R :

$$\forall m_1, m_2 \mid m_1 \neq m_2 \Rightarrow f(m_1) \neq f(m_2).$$

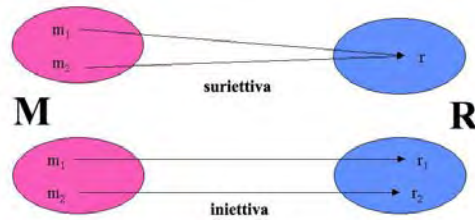


Fig.2 - Diagrammi di Venn: mappe suriettive e iniettive.

La (2) è una mappa suriettiva poiché ogni elemento di Θ è il corrispondente di almeno un elemento di S , ma non iniettiva e quindi non biunivoca, in quanto ogni elemento di Θ è il corrispondente di infiniti elementi di S , ovvero a ogni temperatura corrispondono infiniti stati termodinamici diversi in equilibrio termico. Per esempio, per la legge di Boyle, in un gas perfetto¹⁵ mantenuto a temperatura costante il volume e la pressione variano secondo la relazione $P_1V_1=P_2V_2=...=P_nV_n$. Dunque, a una medesima temperatura

¹⁵ Un gas si dice perfetto o ideale se le sue variabili di stato P (pressione), V (volume) e T (temperatura) soddisfano l'equazione $PV = nRT$, essendo la costante $R = C_p - C_v$ (C_p , C_v sono i calori specifici molari a pressione e a volume costante) ed n il numero di moli. I gas ideali sono approssimati in pratica dai gas reali a grandi rarefazioni.

corrispondono infiniti stati diversi in equilibrio termico: $(P_1, V_1); (P_2, V_2); \dots; (P_n, V_n) [n \rightarrow \infty]$.

7 – Completamento fisico della definizione della temperatura

Per definire la temperatura come grandezza fisica, però, occorre stabilire operativamente come misurarla, ovvero come assegnare un valore numerico di temperatura a ogni classe di infiniti stati in equilibrio termico. Non tratteremo e discuteremo qui i vari procedimenti di misura della temperatura perché ciò esulerebbe dalle finalità di questo articolo entrando in un ambito prettamente fisico. Ci limiteremo soltanto a evidenziare le linee guida del ragionamento che dalla definizione matematica di temperatura generica può condurre a una definizione fisica operativa, trascurando quindi tutti i dettagli più tecnici, a beneficio dell'attenzione verso i più profondi legami fra matematica e fisica.

Se in luogo dello stato termodinamico s si pone la ennupla delle variabili X_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) che lo definiscono, la (2) si può scrivere anche:

$$(3) \quad \theta = \theta(X_i)$$

In uno spazio euclideo n -dimensionale E^n il luogo dei punti di coordinate X_i è una superficie che rappresenta geometricamente gli infiniti stati di un sistema termodinamico.

Nel caso particolare dei fluidi, in cui le variabili di stato sono pressione P , volume V e temperatura T , si ha una superficie dell'ordinario spazio euclideo E^3 . Se consideriamo un piano di equazione $T = T_1$ (con T_1 costante) esso intersecherà tale superficie in una curva detta *isoterma* poiché rappresenta geometricamente gli infiniti stati del sistema aventi tutti quella temperatura. Variando lo stato termico (e quindi la temperatura) di un corpo si ottiene per esso una serie di isoterme; le isoterme dei diversi corpi corrispondenti a una data temperatura θ_1 rappresentano quindi geometricamente gli infiniti stati in equilibrio termico aventi la temperatura θ_1 ovvero costituiscono l'immagine geometrica della temperatura θ_1 . È da notare che la costruzione di ogni isoterma non richiede la conoscenza della sua temperatura, ma soltanto la misura di variabili di stato diverse dalla temperatura (nel caso dei gas perfetti la pressione e il volume) in distinti stati termici in equilibrio, validati come tali da un termoscopio qualunque. Ovviamente, così facendo, si può dire soltanto che ogni isoterma di un corpo (o la serie delle isoterme corrispondenti di più corpi) è relativa a una certa temperatura di cui per il momento rimane indeterminato il valore numerico. Questo potrà essere noto soltanto fissando una procedura di misura della temperatura, che consiste nello stabilire una scala numerica scegliendo un particolare corpo di riferimento, che costituisce il *termometro campione primario*, e un criterio per assegnare un valore numerico diverso a ogni sua isoterma.¹⁶ La misura della temperatura di

¹⁶ Con il termometro campione primario si misurano le temperature di

un corpo, concettualmente, sarà l'indicazione di tale termometro campione ad equilibrio termico raggiunto con il corpo in misura, in quanto i loro stati termici risultando in equilibrio termico hanno per definizione la stessa temperatura.

Per ottenere ciò è necessario far diventare iniettiva la funzione $\theta = \theta(X_i)$, in modo che ogni temperatura θ sia la corrispondente di un solo stato termico definito dalla *n*-nupla X_i , per modo che accanto alla mappa (2) si possa considerare la mappa inversa $f^{-1} : \Theta \rightarrow S$, stabilendo così una corrispondenza biunivoca $S \leftrightarrow \Theta$ fra gli stati termici e le temperature.

Dal punto di vista fisico ciò si realizza se sono verificate due condizioni. La prima è che nella trasformazione termodinamica che porta il termometro campione all'equilibrio termico con il corpo in misura vari soltanto una delle variabili di stato (corrispondente alla *proprietà termometrica*) mantenendo costanti le rimanenti. La seconda è che ogni isoterma individui un solo valore della proprietà termometrica. Tali considerazioni risultano evidenti nel caso in cui il corpo termometrico sia a tre variabili di stato X, Y, T (per es. un fluido), per il quale le isoterme (nel piano X, Y) devono essere curve crescenti o decrescenti: la retta $Y = Y_1$ parallela all'asse delle X interseca allora ciascuna isoterma in un solo punto, evidenziando una corrispondenza biunivoca

un certo numero di stati scelti con accordi internazionali per il loro elevato grado di stabilità e riproducibilità (punti fissi della termometria), che sono utilizzati per la taratura di altri termometri campione secondari di più comodo utilizzo, i quali a loro volta sono utilizzati per la taratura dei termometri di lavoro, di utilizzo comune.

fra la proprietà termometrica X e le isoterme e quindi le temperature (figura 3).

Nel caso dei gas perfetti, per es., le isoterme nel piano P,V (*piano di Clapeyron*) sono iperboli equilateri (figura 4). Alla

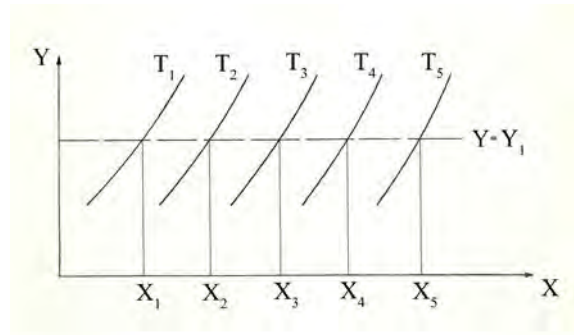


Fig. 3 – Isotherme nel piano X, Y .

pressione P_1 costante le isoterme $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ risultano in corrispondenza biunivoca con i valori $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$ della proprietà termometrica volume.

La (3) diviene allora una mappa biunivoca (*funzione termometrica*) che associa a ogni valore della proprietà termometrica una e una sola temperatura e viceversa:

$$(3)' \quad \theta = \theta(X)$$

e fornisce la curva di graduazione del termometro campione, consentendo di ricavare le misure della temperatura dai valori della proprietà termometrica X . Tale relazione, ovviamente, può essere fissata soltanto arbitrariamente. Per convenzione si sceglie una funzione termometrica lineare $\theta(X) = a X$ (con a costante).

Fissato uno stato di riferimento e indicati con X_0 e con $\theta(X_0)$ i corrispondenti valori della proprietà termometrica e della temperatura, si ottiene $a = \theta(X_0) / X_0$ e quindi:

$$(4) \quad \theta(X) = \frac{\theta(X_0)}{X_0} X$$

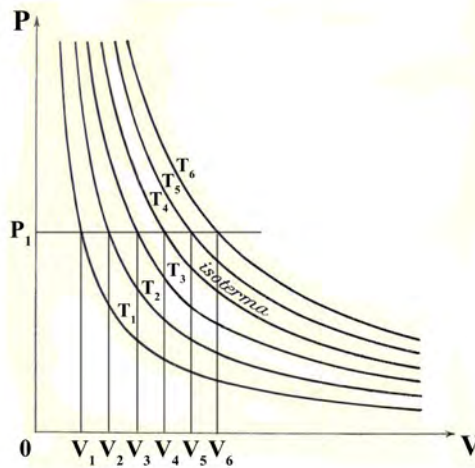


Fig. 4 – Isoterme nel piano di Clapeyron (P,V).

Dal 1954 si assume come stato di riferimento il punto triplo dell'acqua pura alla pressione di 1 atm e si assegna alla corrispondente temperatura il valore $\theta(X_0)=273,16$.¹⁷ Con tali assunzioni, la (4) diventa:

¹⁷ Assunzione confermata nel 1990 con la scala internazionale delle temperature ITS90 (International Temperature Scale -1990). Il punto triplo dell'acqua è lo stato in cui coesistono le tre fasi liquida, solida e aeriforme dell'acqua (in gradi Celsius la temperatura è 0,01 °C).

$$(4)' \quad \theta(X) = 273,16 \frac{X}{X_0}$$

essendo X_0 e X i valori assunti dalla proprietà termometrica rispettivamente in corrispondenza del punto triplo dell'acqua e una volta raggiunto l'equilibrio termico fra il termometro campione e il corpo in misura.

Il termometro campione primario, per convenzione internazionale, è costituito da un termometro a gas nel quale il volume del gas è mantenuto costante e la proprietà termometrica è la pressione P . Pertanto la (4)' si scrive:

$$(5) \quad \theta(P) = 273,16 \frac{P}{P_0}$$

essendo P_0 e P la pressione del gas in corrispondenza del punto triplo dell'acqua e quella del gas nel termometro in equilibrio termico con il corpo in misura. La (5) applicata a gas reali differenti fornisce altrettante scale termometriche empiriche, non consentendo in tal modo di definire un'unica scala termometrica cui fare riferimento a livello internazionale.

L'esperienza, però, dimostra che anche utilizzando gas reali diversi ma sempre più rarefatti, e quindi con valori di P_0 sempre più piccoli (tendenti a zero), le temperature misurate con i rispettivi termometri tendono tutte allo stesso valore limite. In figura 5, dove sono riportate, in funzione di P_0 , le temperature di condensazione dello zolfo ottenute con termometri a pressione utilizzando quattro gas diversi (ossigeno, aria, azoto, idrogeno), si vede chiaramente che mentre per valori di P_0 lontani dallo zero le misure possono divergere anche di qualche grado Kelvin, al tendere a zero di

P_0 tutti i termometri tendono a indicare la stessa temperatura di 717,75 K. Poiché più rarefatto è un gas reale più esso approssima il modello del gas perfetto, possiamo allora concludere che la:

$$(5)' \quad \theta(P) = \lim_{P_0 \rightarrow 0} 273,16 \frac{P}{P_0}$$

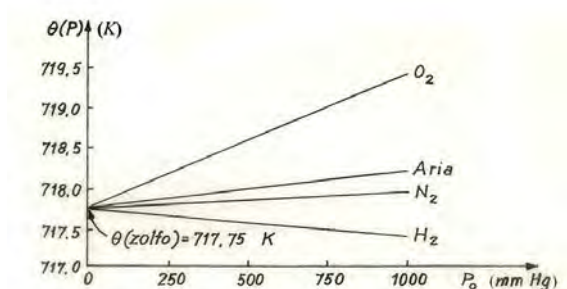


Fig. 5 - Temperature di condensazione dello zolfo in funzione della pressione P_0 nel punto triplo dell'acqua, ottenute con termometri a pressione utilizzando quattro gas diversi: ossigeno, aria, azoto, idrogeno.

può definire formalmente un'unica scala termometrica di riferimento detta *scala termometrica normale*, tramite un termometro campione che impieghi un gas perfetto, mantenuto a volume costante, e di cui si lasci variare la pressione. Per convenzione si impiega l'idrogeno sufficientemente rarefatto da poterlo considerare un gas ideale. Tale scala termometrica, tuttavia, rimane legata alle proprietà dei gas perfetti, cioè di un particolare tipo di corpi termometrici. Onde sottrarsi a tali limitazioni, lord Kelvin definì una *scala termodinamica delle temperature*, basata sul secondo principio della termodinamica e pertanto

indipendente dal particolare corpo termometrico utilizzato.¹⁸ Tale scala, per le assunzioni fatte, coincide numericamente con la scala assoluta delle temperature. I particolari delle considerazioni che conducono a tale definizione esulano dall'obiettivo di questo articolo e pertanto vengono omessi.

In conclusione, risulta che la definizione per classi della temperatura, a parte il necessario completamento delle operazioni strumentali che consentono di definire la scala termometrica, è in un certo senso essa stessa una definizione operativa, anche se le operazioni sono di natura mentale e non strumentale. Infatti, il passaggio al quoziente che la caratterizza è un'operazione (non strumentale) nel senso moderno del termine, in quanto associa ad ogni elemento di S uno e un solo elemento dell'insieme partizione S/R (operazione unaria non interna su S) secondo una legge ben determinata di natura sperimentale: la relazione di equilibrio termico.

¹⁸ Lord William Thomson (1824 -1907) fu un fisico e ingegnere britannico nominato barone, con il titolo di lord Kelvin, per i suoi alti meriti scientifici.

Bibliografia

Villa Mario (cur.) (1963). *Per un insegnamento moderno della matematica*. Bologna, Patron.

Bordoni Ugo (1970). *Fondamenti di Fisica Tecnica*, vol. 1, Bologna, Zanichelli.

Caldirola Piero (1956). *Elementi di Fisica*, vol.II, Milano, Ghisetti&Corvi.

Castelfranchi Gaetano (1943). *Fisica sperimentale e applicata*, vol. I, Milano, Hoepli.

Fermi Enrico (1944). *Fisica*, vol. I, Bologna, Zanichelli.

Nicotra Salvatore (1962). Il significato dei principi della termodinamica, in «*La Scienza e i Giovani*», Anno XI, n. 1 Febbraio 1962.

Perucca Eligio (1937). *Fisica generale e sperimentale*, vol. I, Torino, UTET.

Platone Giulio (1969). La definizione nel contesto linguistico e scientifico (I parte), in «*Archimede*» Anno XXI n. 3, pp. 113-128; (II parte), in «*Archimede*» Anno XXI n. 4-5, pp. 172-183.

Platone Giulio (1970). La definizione nel contesto linguistico e scientifico (III parte), in «*Archimede*» Anno XXII n. 3-4, pp. 121-138.

Russell Bertrand (1971). *I principi della matematica*, Roma, Newton Compton.

Un punto di vista euristico relativo alla evoluzione del sistema solare

Paolo Allievi*, Alberto Trotta+

***Già responsabile Elettro/Automazione SOGIN S.p.A.;**

**+ Professore di Matematica e Fisica presso IISS "S. Caterina da Siena-
Amendola" Salerno; albertotrotta@virgilio.it**

Sunto: *Lo scopo di questo articolo è quello di analizzare le conseguenze dell'ipotesi assunta di perdita di massa, nel tempo, dei corpi celesti sui loro parametri caratteristici orbitali e rotazionali.*

Parole Chiave: *gravità, variazione massa corpi celesti, energia gravitazionale universale*

Abstract: *The purpose of this article is to analyze the consequences related to the hypothesis assumed of the loss of mass time of celestial bodies on their relational characteristic parameters.*

Keywords: *gravity, celestial body mass variation, universal gravitational energy*

1 - Premessa

Nell'articolo "Un punto di vista euristico relativo alla formazione dei terremoti", pubblicato nei n.5-6/2000 de "Il Perito Industriale", si è giunto ad una possibile causa del

fenomeno tellurico attraverso l'analisi di un modello euristico della teoria della gravitazione.

L'ipotesi di base di tale modello euristico della gravitazione è quella di ritenere che ogni corpo dotato di massa emetta naturalmente e continuamente, con una costante di tempo τ , energia gravitazionale (distinta dalle onde gravitazionali che sono emesse solo da grandi masse fortemente accelerate) e pertanto, per la nota identità einsteiniana $E=Mc^2$, il corpo perda massa nel tempo e rimanga con una massa $M(t)$ data dalla seguente relazione:

$$M = M_0 e^{-t/\tau} \quad (0.1)$$

dove è:

M_0 il valore della massa per $t = 0$;

$$\tau = \frac{cR^2}{4mG} = 2 \text{ miliardi di anni} \quad (0.2)$$

essendo:

$c = 299.792,458 \text{ km/s}$ la velocità della luce nel vuoto, misurata nel 1983;

$R = 10^{-14} \text{ m}$ il raggio di un nucleone;

$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ la massa di un nucleone;

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ la costante gravitazionale.

In Appendice 3 è riportato il calcolo per giungere alle relazioni (0.1) e (0.2), vedi rispettivamente le relazioni (A3.11) e (A3.7).

La prima e più importante conseguenza dell'ipotesi assunta, cioè che ogni corpo perda massa nel tempo, è che la velocità della luce diminuisce nel tempo (circa 3 m/sec ogni 10 anni) fino a tendere a zero nel lontanissimo futuro.

Infatti dalla relazione (0.2) dovendo essere τ costante per definizione sarà anche costante il rapporto $\frac{c R^2}{m}$ ma diminuendo nel tempo m per ipotesi ed aumentando nel tempo R per considerazioni analoghe a quelle illustrate in Appendice 4 allora per la costanza di tale rapporto dovrà necessariamente diminuire nel tempo la velocità della luce c .

Altre conseguenze dell'ipotesi assunta, cioè che ogni corpo perda massa nel tempo, sul sistema solare sono sviluppate nel seguito.

2 – Variazione nel tempo delle grandezze orbitali dei pianeti del sistema solare

Ci riferiamo ad un Pianeta P , di massa m , che ruota con velocità v_{riv} intorno al Sole, di massa M , descrivendo, in prima approssimazione, un cerchio di raggio r .

Per quanto supposto nella premessa, cioè che sia m che M diminuiscono nel tempo, avremo che le grandezze orbitali varieranno nel tempo.

Pertanto per calcolare l'andamento nel tempo del raggio orbitale $r(t)$, della velocità orbitale $v_{riv}(t)$, dell'accelerazione orbitale $a_{riv}(t)$ e del periodo di rivoluzione $T_{riv}(t)$ del Pianeta P al variare della massa solare $M = M_0 \cdot e^{-t/\tau}$ (variazione dovuta all'energia elettromagnetica e gravitazionale irradiata)

e della massa del Pianeta $m = m_0 \cdot e^{-t/\tau}$ (variazione dovuta all'energia gravitazionale irradiata) procediamo come illustrato in Appendice 1.

I risultati raggiunti sono i seguenti [vedi in Appendice 1 le relazioni (A1.9bis), (A1.10bis), (A1.11bis) e (A1.12bis)]:

$$r = r_0 \cdot e^{3t/\tau} \quad (1.1)$$

$$v_{riv} = v_{riv,0} \cdot e^{-2t/\tau} \quad (1.2)$$

$$a_{riv} = a_{riv,0} \cdot e^{-7t/\tau} \quad (1.3)$$

$$T_{riv} = T_{riv,0} \cdot e^{5t/\tau} \quad (1.4)$$

dove r_0 , $v_{riv,0}$, $a_{riv,0}$ e $T_{riv,0}$ sono i valori per $t=0$ (oggi).

Si può subito notare, analizzando le (1.1) e (1.4), che i Pianeti si allontanano sempre più dal Sole, descrivendo nel tempo orbite di raggio e periodo sempre più grandi.

In Tabella 1 sono riportati i valori delle grandezze orbitali della Terra in funzione del tempo, variabile da oggi ($t=0$) a 4500 milioni di anni fà (valori negativi) e da oggi ($t=0$) a 2000 milioni di anni futuri (valori positivi), calcolati utilizzando le relazioni (1.1), (1.2), (1.3), (1.4) e ponendo $r_0 = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$, $v_{riv,0} = 30 \text{ km/sec}$, $a_{riv,0} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m/sec}^2$ e $T_{riv,0} = 365 \text{ giorni}$.

In Tabella 1 vengono riportati anche i valori che il Raggio del Sole R_{Sole} assume nel tempo, calcolati con la relazione (vedi in Appendice 5 la relazione A5.9):

$$R_{Sole} = R_{Sole,0} \cdot e^{\frac{1}{2} \frac{t}{\tau}} \quad (1.5)$$

dove $R_{Sole,0} = 0,7 \cdot 10^6 \text{ km}$ è il valore per $t=0$ (oggi), ed i valori dell'accelerazione di gravità sulla Terra $a_{gravità}$, calcolati con la relazione (2.4) del prossimo paragrafo 2.

Analizzando i valori riportati in Tabella 1 si può notare quanto segue.

Circa 4,5 miliardi di anni fa, i valori di r (distanza Terra-Sole) e di R_{Sole} (raggio del Sole) erano pressoché uguali a 200.000 km (vedi anche figura 4); questa identità avvalorerebbe la teoria che sostiene che la Terra si sia staccata dal Sole in quel periodo.

Circa 3,2 miliardi di anni fa, l'accelerazione orbitale a_{riv} e quella di gravità sulla Terra $a_{gravità}$ erano pressoché uguali a 398 m/sec^2 (vedi anche fig.1) ed eventuali masse staccatesi dalla Terra per cause esterne (meteoriti) potevano trovarsi in posizione di equilibrio dinamico tra l'attrazione esercitata dalla Terra e quella esercitata dal Sole.

Pertanto in questa particolare situazione potrebbe essere nata la Luna.

Tale ipotesi può essere ulteriormente suffragata dall'analisi della Tabella 3 dove sono riportati i valori delle grandezze orbitali della Luna in funzione del tempo, da oggi ($t=0$) a 4.500 milioni di anni fa (valori negativi) e da oggi ($t=0$) a 2.000 milioni di anni futuri (valori positivi), calcolati utilizzando la relazione (1.1), le relazioni $m_{Luna} = m_{Luna,0} \cdot e^{-t/\tau}$,

$$R_{Luna} = R_{Luna,0} \cdot e^{t/\tau} \quad , \quad R_{Terra} = R_{Terra,0} \cdot e^{\frac{2 \cdot t}{3 \cdot \tau}} \quad \text{e} \quad \text{ponendo}$$

$$m_{Luna,0} = 6 \cdot 10^{22} \text{ kg} \quad , \quad r_0 = 380.000 \text{ km} \quad , \quad R_{Terra,0} = 6.378 \text{ km} \quad \text{e}$$

$$R_{Luna,0} = 1.735 \text{ km} \quad .$$

Infatti analizzando la Tabella 3 e la figura 3, si può notare che circa 3.200 milioni di anni fa la distanza Terra-Luna era di circa 3.100 km, di poco superiore alla somma (indicata con R_{tl}) del raggio terrestre (2.195 km) e del raggio lunare (350 km).

Circa 1 miliardo di anni fa, essendo la Terra a circa 1/5 dell'attuale distanza dal Sole, il flusso elettromagnetico solare sulla superficie terrestre era di conseguenza 25 volte più grande di quello attuale ed anche la gravità terrestre era circa 3 volte quella attuale pertanto la vita era possibile solo in acqua in quanto essa offriva uno schermaggio alle radiazioni e diminuiva (per la spinta idraulica di Archimede) il peso del corpo vivente.

Inoltre per la Terra abbiamo che in 1 anno la variazione del Periodo di rivoluzione è, differenziando la (1.4) e ricordando che $T_{riv,0} = 365 \text{giorni} = 31536000 \text{sec}$,:

$$\Delta T_{riv} = T_{riv,0} \frac{5 \cdot \Delta t}{\tau} = 31536000 \text{ sec} \cdot \frac{5 \cdot 1 \text{ anno}}{2 \cdot 10^9 \text{ anni}} = 0,08 \text{ sec} \quad (1.6)$$

Infine circa 100 milioni di anni fa, essendo la Terra a circa 130 milioni di km dal Sole e ricevendo un flusso luminoso specifico di circa $1,3 (= (\frac{150}{130})^2)$ volte maggiore di quello attuale, la temperatura media sulla Terra era di circa 20 °C più alta di quella di oggi.

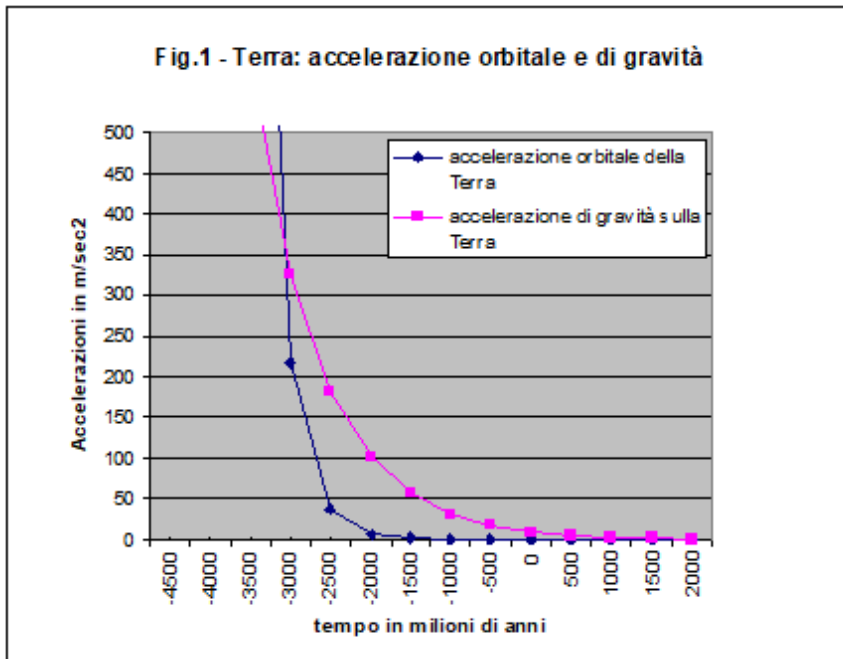
In formule:

$$T_{emp,-100} = T_{emp,oggi} \cdot \left(\left(\frac{150}{130} \right)^2 \right)^{1/4} = 293^\circ K \cdot \left(\frac{150}{130} \right)^{1/2} = 293^\circ K \cdot 1,07 = 313^\circ K \quad (1.7)$$

Espressione derivata dalla seguente equazione di equilibrio termodinamico della Terra tra il flusso luminoso ricevuto dal Sole e quello riemesso verso lo spazio circostante:

$$P_{Sole} \frac{\pi R_T^2}{4\pi r_{ST}^2} = \sigma T^4 4\pi R_T^2 \Rightarrow T \propto r_{ST}^{-1/2} \quad (1.8)$$

Tabella1							
Valori delle grandezze orbitali della Terra in funzione del tempo t							
$\tau =$		2000	10 ⁶ anni				
t 10 ⁶ anni	m 10 ²⁴ kg	r 10 ⁶ km	R_{Sole} 10 ⁶ km	$vriv$ km/sec	$ariv$ m/sec ²	$agravit\grave{a}$ m/sec ²	$Triv$ giorni
-4500	56,9	0,2	0,2	2700,5	41523	1875	0,00
-4000	44,3	0,4	0,3	1637,9	7216	1046	0,02
-3500	34,5	0,8	0,3	993,5	1254	584	0,06
-3172	29,3	1,3	0,3	715,7	398	398	0,13
-3000	26,9	1,7	0,3	602,6	218	326	0,20
-2500	20,9	3,5	0,4	365,5	38	182	0,70
-2000	16,3	7,5	0,4	221,7	7	101	2,5
-1500	12,7	15,8	0,5	134,5	1,1	57	9
-1000	9,9	33,5	0,5	81,5	0,2	32	30
-500	7,7	70,9	0,6	49,5	0,03	18	105
-200	6,6	111,1	0,7	36,6	0,01	12	221
-100	6,3	129,1	0,7	33	0,01	11	284
0	6	150	0,7	30	0,01	9,8	365
100	5,7	174,3	0,7	27,1	0,00	9	469
200	5,4	202,5	0,7	24,6	0,00	8	602
500	4,7	317,6	0,8	18,2	0,00	5	1274
1000	3,6	672,3	0,9	11,0	0,00	3	4447
2000	2,2	3012,8	1,2	4,1	0,00	1	54171



3 - Variazione nel tempo delle grandezze rotazionali dei pianeti del sistema solare

Ci riferiamo a un pianeta P , di massa m e raggio R , che ruota con velocità periferica v_{rot} intorno al proprio asse passante per il baricentro.

Per quanto supposto nella premessa, cioè che m diminuisce nel tempo, e per quanto dimostrato in Appendice A4, cioè che R aumenta nel tempo, avremo che le grandezze rotazionali del Pianeta P varieranno nel tempo.

Pertanto per calcolare l'andamento nel tempo della velocità angolare $\omega_{rot}(t) = 2\pi / T_{rot}(t)$, della velocità rotazionale $v_{rot}(t)$, dell'accelerazione rotazionale $a_{rot}(t)$ e del periodo di

rotazione $T_{rot}(t)$ del Pianeta P al variare della sua massa $m = m_0 \cdot e^{-t/\tau}$ e del suo Raggio $R = R_0 \cdot e^{\frac{2 \cdot t}{3 \cdot \tau}}$ (vedi Appendice A4), procediamo come illustrato in Appendice 2.

I risultati raggiunti sono i seguenti (vedi in Appendice 2 le relazioni (A.2.5), (A2.6), (A2.7) e (A2.8)):

$$T_{rot} = T_{rot,0} \cdot e^{\frac{t}{3 \cdot \tau}} \quad (2.1)$$

$$v_{rot} = v_{rot,0} \cdot e^{\frac{t}{3 \cdot \tau}} \quad (2.2)$$

$$a_{rot} = a_{rot,0} = \text{costante} \quad (2.3)$$

$$a_{gravità} = G \frac{m}{R^2} = G \frac{m_0 \cdot e^{-t/\tau}}{R_0^2 \cdot e^{\frac{4t}{3\tau}}} = a_{gravità,0} \cdot e^{\frac{7 \cdot t}{3 \cdot \tau}} \quad (2.4)$$

dove $T_{rot,0}$, $v_{rot,0}$, $a_{rot,0}$, $a_{gravità,0}$, m_0 , R_0 sono i valori per $t=0$ (oggi) e $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ è la costante gravitazionale.

Si può subito notare, analizzando la (2.1), che il periodo di rotazione dei Pianeti aumenta nel tempo e quindi i Pianeti rallentano.

In Tabella 2 sono riportati i valori delle grandezze rotazionali della Terra in funzione del tempo da oggi ($t=0$) a 4.500 milioni di anni fa (valori negativi) e da oggi ($t=0$) a 2.000 milioni di anni futuri (valori positivi), calcolati utilizzando le relazioni (2.1), (2.2), (2.3) e (2.4) e ponendo:

$$T_{rot,0} = 1 \text{ giorno}, \quad v_{rot,0} = 0,46 \text{ km/sec},$$

$$a_{rot,0} = 0,03 \text{ m/sec}^2 \text{ e } a_{gravità,0} = 9,8 \text{ m/sec}^2.$$

Come si può notare confrontando le Tabelle 1 e 2 e vedendo anche la figura 2, circa 2,5 miliardi di anni fa, i periodi di rivoluzione e di rotazione terrestre erano pressoché uguali a 0,7 giorni e ciò comportava che la Terra, esponendo sempre la stessa faccia al Sole ad una piccola distanza di 3,5 milioni di km, avesse temperature altissime sull'emisfero illuminato e bassissime sull'emisfero buio.

Inoltre per la Terra abbiamo che in 1 anno la variazione del Periodo di rotazione è, differenziando la (2.1) e ricordando che $T_{rot,0} = 1 \text{ giorno} = 86400 \text{ sec}$,:

$$\Delta T_{rot} = T_{rot,0} \frac{\Delta t}{3\tau} = 86400 \text{ sec} \cdot \frac{1 \text{ anno}}{3 \cdot 2 \cdot 10^9 \text{ anni}} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ sec} \quad (2.5)$$

ovvero 1,5 millisecondi al secolo!

Tabella 2								
Valori delle grandezze rotazionali (su se stessa) della Terra in funzione del Tempo t								
$\tau =$ 2000 10^6 anni								
t	m	R	ω_{rot}	v_{rot}	a_{rot}	$a_{gravità}$	T_{rot}	T_{rot}
10^6 anni	10^{24} kg	km	10^{-5} rad/sec	km/sec	m/sec ²	m/sec ²	giorni	ore
-4500	56,9	1423	15,37	0,22	0,03	1875	0,5	11
-4000	44,3	1681	14,14	0,24	0,03	1046	0,5	12
-3700	38,2	1858	13,45	0,25	0,03	737	0,5	13
-3500	34,5	1986	13,01	0,26	0,03	584	0,6	13
-3000	26,9	2346	11,97	0,28	0,03	326	0,6	15
-2000	16,3	3275	10,13	0,33	0,03	101	0,7	17
-1000	9,9	4570	8,58	0,39	0,03	32	0,8	20
-500	7,7	5399	7,89	0,43	0,03	18	0,9	22

-200	6,6	5967	7,51	0,45	0,03	12	1,0	23
-100	6,3	6169	7,38	0,46	0,03	11	1,0	24
0	6	6378	7,26	0,46	0,03	9,8	1,0	24
100	5,7	6594	7,14	0,47	0,03	9	1,0	24
200	5,4	6818	7,02	0,48	0,03	8	1,0	25
500	4,7	7535	6,68	0,50	0,03	5	1,1	26
1000	3,6	8901	6,15	0,55	0,03	3	1,2	28
2000	2,2	12423	5,20	0,65	0,03	1	1,4	33

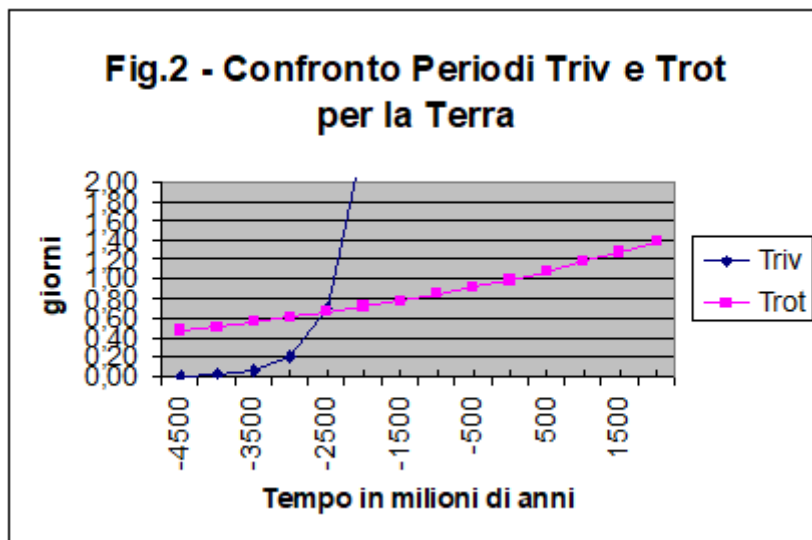


Tabella 3					
Valori delle grandezze orbitali (intorno alla Terra) della Luna in funzione del Tempo t					
$\tau =$		2000	10^6 anni		
t 10^6 anni	$MLuna$ 10^{22} kg	r 10^3 km	$Rterra$ km	$RLuna$ km	Rtl 10^3 km
-4500	-	-	1423	-	1,4
-4000	-	-	1681	-	1,7
-3500	-	-	1986	-	2,0
-3200	29,7	3,1	2195	350	2,5
-3000	26,9	4,2	2346	387	2,7
-2000	16,3	18,9	3275	638	3,9
-1000	9,9	84,8	4570	1052	5,6
-500	7,7	179,5	5399	1351	6,8
-200	6,6	281,5	5967	1570	7,5
-100	6,3	327,1	6169	1650	7,8
0	6	380	6378	1735	8,1
100	5,7	441,5	6594	1824	8,4
200	5,4	512,9	6818	1917	8,7
500	4,7	804,5	7535	2228	9,8
1000	3,6	1703,0	8901	2861	11,8
2000	2,2	7632,5	12423	4716	17,1

Fig.3 - Confronto tra distanza Terra-Luna (r) e somma raggio Terra e raggio Luna (R_{tl})

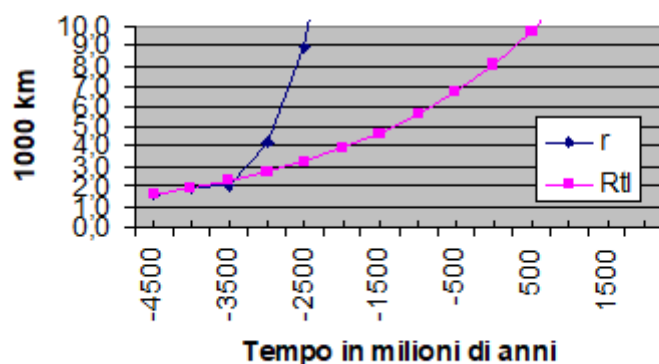
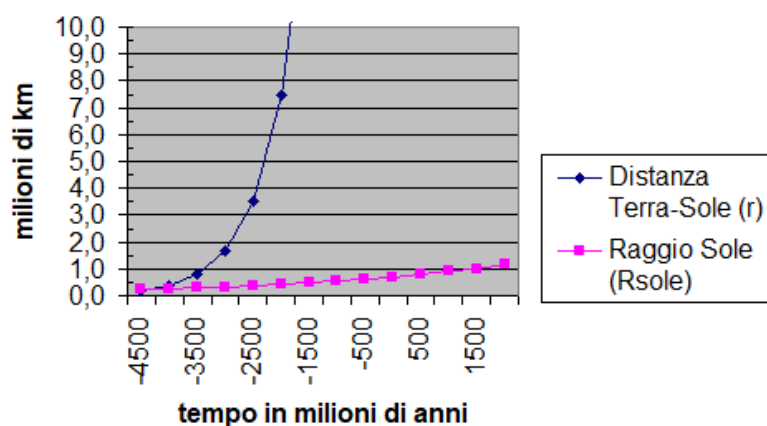


Fig.4 - Confronto tra la distanza Terra-Sole ed il raggio del Sole



Bibliografia

Allievi P., Allievi F. (2018). Cataclysms & Reconstruction, Science & Technology,- Roma, Aracne.

Allievi P. (2011). La luce rallenta, teoria corpuscolare della gravitazione - CompoMat

Allievi P.(2013). Cataclismi e Ricostruzione , Scienza e Tecnica, CompoMat

Approvato su parere favorevole di Danilo Pelusi .

Appendice A1- Calcolo dell'andamento temporale delle grandezze orbitali dei pianeti del sistema solare

Il moto di un Pianeta P , di massa m , che ruota con velocità v_{riv} intorno al Sole, di massa M , descrivendo, in prima approssimazione, un cerchio di raggio r (vedi fig.A1.1), è regolato dalle seguenti leggi della dinamica:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}_{riv} \quad (A1.1)$$

$$\vec{M}_S = \frac{d\vec{b}_S}{dt} \quad (A1.2)$$

dove:

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad (A1.3)$$

è la forza di attrazione gravitazionale che il Sole esercita sul Pianeta ed è diretta verso il centro del Sole,

$$a_{riv} = \frac{v_{riv}^2}{r} \quad (A1.4)$$

è l'accelerazione centripeta a cui è soggetto il pianeta P ,

$$\vec{M}_S = 0 \quad (A1.5)$$

è il momento della forza gravitazionale rispetto al centro del Sole,

$$b_S = m \cdot v_{riv} \cdot r \quad (A1.6)$$

è il momento della quantità di moto mv_{riv} del Pianeta rispetto al centro del Sole.

Sostituendo le (A1.3) e (A1.4) nella (A1.1) otteniamo:

$$\frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_{riv}^2}{r} \quad (A1.7)$$

o anche semplificando:

$$GM = v_{riv}^2 r \quad (A1.7bis)$$

mentre con la condizione (A1.5), la (A1.2) esprime che la derivata rispetto al tempo di $\vec{b}_S$ è nulla per cui deve essere:

$$\vec{b}_S = \cos \tan te = \vec{b}_{S0} (\text{valore iniziale}).$$

Pertanto quest'ultima relazione diviene, avendo presente la (A1.6):

$$b_S = mv_{riv}r = b_{S0} = m_0 v_{riv,0} r_0 = \cos t \quad (A1.8)$$

Sapendo che la velocità di rivoluzione v_{riv} è uguale al rapporto tra lo spazio $2\pi r$, percorso durante il periodo T_{riv} di rivoluzione del Pianeta intorno al Sole, e T_{riv} stesso cioè

$$v_{riv} = \frac{2\pi r}{T_{riv}} \text{ e sostituendo tale valore nella (A1.7bis), giungiamo}$$

alla seguente 3^a legge di Keplero (“il quadrato del periodo di rivoluzione T_{riv} attorno al Sole è proporzionale alla terza potenza di r ”):

$$\frac{GM}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T_{riv}^2} = \text{costante} \quad (\text{A1.7ter})$$

La relazione (A1.8) invece esprime la 2^a Legge di Keplero (“il raggio vettore r descrive aree dA uguali in intervalli di tempo dt uguali”, cioè il rapporto tra dA e dt è costante):

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\frac{(v_{riv} \cdot dt) \cdot r}{2}}{dt} = \frac{v_{riv} \cdot dt \cdot r}{2 \cdot dt} = \frac{v_{riv} \cdot r}{2} = \cos \tan te \quad (\text{A1.8bis})$$

Utilizzando le (A1.7 bis) e (A1.8), che esprimono in modo più esplicito le leggi della dinamica, è possibile ricavare facilmente r e v_{riv} :

$$r = \frac{b_{So}^2}{G \cdot M \cdot m^2} \quad (\text{A1.9})$$

$$v_{riv} = \frac{G \cdot M \cdot m}{b_{So}} \quad (\text{A1.10})$$

Con tali valori possiamo esplicitare l'accelerazione centripeta data dalla (A1.4):

$$a_{riv} = \frac{v_{riv}^2}{r} = \left(\frac{G M m}{b_{So}} \right)^2 \cdot \frac{1}{\frac{b_{So}^2}{G M m^2}} = \frac{G^3 M^3 m^4}{b_{So}^4} \quad (\text{A1.11})$$

e il Periodo T_{riv} di rivoluzione del Pianeta intorno al Sole:

$$T_{riv} = \frac{2 \pi r}{v_{riv}} = 2\pi \cdot \frac{b_{So}^2}{G M m^2} \cdot \frac{1}{\frac{G M m}{b_{So}}} = \frac{2 \pi b_{So}^3}{G^2 M^2 m^3} \quad (\text{A1.12})$$

Dato che per ipotesi la massa solare M e quella del Pianeta m variano nel tempo rispettivamente con le seguenti leggi $M = M_0 \cdot e^{-t/\tau}$ e $m = m_0 \cdot e^{-t/\tau}$, ponendo tali valori nelle relazioni (A1.9), (A1.10), (A1.11) e (A1.12) abbiamo le seguenti nuove espressioni:

$$r = \frac{b_{S0}^2}{G \cdot M_0 \cdot m_0^2} \cdot e^{3t/\tau} = r_0 \cdot e^{3t/\tau} \quad (\text{A1.9 bis})$$

$$v_{riv} = \frac{G \cdot M_0 \cdot m_0}{b_{S0}} \cdot e^{-2t/\tau} = v_{riv,0} \cdot e^{-2t/\tau} \quad (\text{A1.10 bis})$$

$$a_{riv} = \frac{G^3 M_0^3 m_0^4}{b_{S0}^4} \cdot e^{-7t/\tau} = a_{riv,0} \cdot e^{-7t/\tau} \quad (\text{A1.11 bis})$$

$$T_{riv} = \frac{2\pi b_{S0}^3}{G^2 M_0^2 m_0^3} \cdot e^{5t/\tau} = T_{riv,0} \cdot e^{5t/\tau} \quad (\text{A1.12 bis})$$

dove:

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$, $M_0 = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, e, con riferimento al Pianeta Terra, $m_0 = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $r_0 = \frac{b_{S0}^2}{G \cdot M_0 \cdot m_0^2} = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$,

$$v_{riv,0} = \frac{G \cdot M_0 \cdot m_0}{b_{S0}} = 30 \frac{\text{km}}{\text{sec}}, \quad a_{riv,0} = \frac{G^3 M_0^3 m_0^4}{b_{S0}^4} = 6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$\text{e } T_{riv,0} = \frac{2\pi b_{S0}^3}{G^2 M_0^2 m_0^3} = 365 \text{ giorni sono i valori per } t=0 \text{ (oggi).}$$

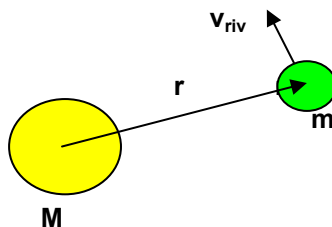


Fig.A1.1

Appendice A2- Calcolo dell'andamento temporale delle grandezze rotazionali dei pianeti del sistema solare

Il moto rotazionale di un Pianeta P , di massa m e raggio R , che ruota con Periodo T_{rot} , velocità angolare $\omega_{rot} = \frac{2\pi}{T_{rot}}$ e quindi con velocità periferica $v_{rot} = \omega_{rot} \cdot R$ intorno al proprio asse passante per il baricentro (vedi fig. A2.1), è regolato dalla seguente legge della dinamica:

$$\vec{M}_G = \frac{d\vec{b}_G}{dt} \quad (A2.1)$$

dove:

$$\vec{M}_G = 0 \quad (A2.2)$$

è il momento delle forze gravitazionali rispetto al baricentro del Pianeta,

$$b_G = \frac{2}{5} \cdot m \cdot \omega_{rot} \cdot R^2 \quad (A2.3)$$

è il momento angolare del Pianeta rispetto al suo asse di rotazione.

Con la condizione (A2.2), la (A2.1) esprime che la derivata rispetto al tempo di $\vec{b}_G$ è nulla per cui deve essere $\vec{b}_G = \text{costante} = \vec{b}_{G,0}(\text{valore iniziale})$.

Pertanto quest'ultima relazione diviene, avendo presente la (A2.3):

$$b_G = \frac{2}{5} \cdot m \cdot \omega_{rot} \cdot R^2 = \text{costante} = b_{G,0} = \frac{2}{5} \cdot m_0 \cdot \omega_{rot,0} \cdot R_0^2 \quad (\text{A2.4})$$

Utilizzando la (A2.4) e ricordando che $m = m_0 \cdot e^{-t/\tau}$ (per ipotesi) ed $R = R_0 \cdot e^{\frac{2t}{3\tau}}$ (per quanto dimostrato in Appendice 4 formula (A4.13')), è possibile ricavare ω_{rot} e quindi T_{rot} , v_{rot} e a_{rot} :

$$\omega_{rot} = \frac{5}{2} \cdot \frac{b_{G,0}}{m R^2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{b_{G,0}}{m_0 \cdot e^{-t/\tau} R_0^2 \cdot e^{\frac{4t}{3\tau}}} = \omega_{rot,0} \cdot e^{\frac{t}{3\tau}} \quad (\text{A2.5})$$

$$T_{rot} = \frac{2\pi}{\omega_{rot}} = \frac{2\pi}{\omega_{rot,0}} \cdot e^{\frac{t}{3\tau}} = T_{rot,0} \cdot e^{\frac{t}{3\tau}} \quad (\text{A2.6})$$

$$v_{rot} = \frac{2\pi R}{T_{rot}} = \frac{2\pi R_0 \cdot e^{2t/3\tau}}{T_{rot,0} \cdot e^{t/3\tau}} = \frac{2\pi R_0}{T_{rot,0}} \cdot e^{\frac{t}{3\tau}} = v_{rot,0} \cdot e^{\frac{t}{3\tau}} \quad (\text{A2.7})$$

$$a_{rot} = \omega_{rot}^2 \cdot R = \omega_{rot,0}^2 \cdot e^{-2t/3\tau} \cdot R_0 \cdot e^{2t/3\tau} = \omega_{rot,0}^2 \cdot R_0 = a_{rot,0} = \text{cost.} \quad (\text{A2.8})$$

dove, con riferimento al pianeta Terra:

$$m_0 = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}, R_0 = 6.378 \text{ km}$$

$$\omega_{rot,0} = \frac{5}{2} \cdot \frac{b_{G,0}}{m_0 R_0^2} = 7,26 \cdot 10^{-5} \text{ rad/sec}, T_{rot,0} = 2\pi / \omega_{rot,0} = 1 \text{ giorno}$$

$$v_{rot} = 2\pi R_0 / T_{rot,0} = 0,46 \text{ km/sec e } a_{rot,0} = \omega_{rot,0}^2 \cdot R_0 = 0,03 \text{ m/sec}^2$$

sono i valori per $t=0$ (oggi).

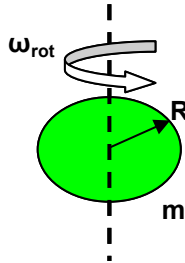


Fig.A2.1

Appendice A3- Calcolo della costante di tempo

Supponiamo di avere un corpo di massa M ed un nucleone di massa m e raggio R a distanza r (vedi fig. A3.1).

Per ipotesi il corpo M emette in un intervallo di tempo dt una quantità di massa dM , a cui corrisponde una quantità di energia $dM \cdot c^2$, in tutte le direzioni.

L'energia che in detto intervallo di tempo colpirà il nucleone è proporzionale al rapporto tra l'area esposta al flusso πR^2 del nucleone e la superficie $4\pi r^2$ della sfera ideale di centro nel baricentro di M e raggio r :

$$dE = dM \cdot c^2 \cdot \frac{\pi R^2}{4\pi r^2} = \frac{c^2 R^2}{4} \cdot \frac{dM}{r^2} \quad (\text{A3.1})$$

La quantità di moto dp associata a tale energia dE è:

$$dp = \frac{dE}{c} \quad (\text{A3.2})$$

dove c è la velocità della luce.

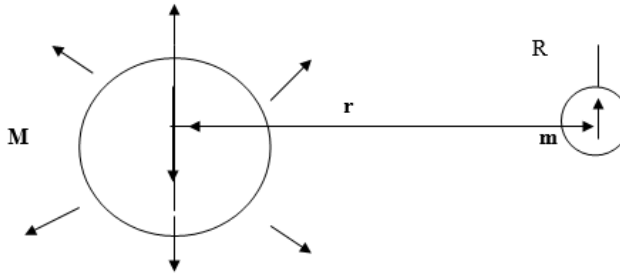


Fig. A3.1

La forza attrattiva che agisce su m , per la legge della dinamica, sarà il rapporto tra la quantità di moto dp e l'intervallo di tempo dt :

$$F_g = \frac{dp}{dt} = \frac{1}{c} \cdot \frac{dE}{dt} = \frac{c R^2}{4} \cdot \frac{dM}{dt} \cdot \frac{1}{r^2} \quad (\text{A3.3})$$

D'altronde la forza attrattiva gravitazionale che agisce sul nucleone è anche, per la nota relazione di Newton:

$$F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad (\text{A3.4})$$

Dall'uguaglianza delle relazioni (A3.3) e (A3.4) abbiamo che deve essere (essendo dM negativo dato che il corpo perde massa):

$$-\frac{c \cdot R^2}{4} \cdot \frac{dM}{dt} = G \cdot M \cdot m \quad (\text{A3.5})$$

e anche:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{4Gm}{c \cdot R^2} \cdot M = -\frac{M}{\tau} \quad (\text{A3.6})$$

essendo:

$$\tau = \frac{c R^2}{4Gm} \quad (\text{A3.7})$$

Integrando l'equazione differenziale (A3.6) abbiamo:

$$\int_{M_0}^M \frac{dM}{M} = -\int_0^t \frac{dt}{\tau} \quad (\text{A3.8})$$

ovvero:

$$\ln \frac{M}{M_0} = -\frac{t}{\tau} \quad (\text{A3.9})$$

ricordando la definizione di logaritmo naturale la (A3.9) assume anche la seguente forma:

$$\frac{M}{M_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{A3.10})$$

infine giungiamo alla seguente relazione per $M(t)$:

$$M(t) = M_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{A3.11})$$

dove M_0 è il valore della massa al tempo $t = 0$.

Appendice A4- Variazione del volume V di un pianeta al variare della sua massa M

I pianeti sono formati da atomi.

La loro stabilità è dovuta a due azioni uguali e contrastanti: la forza di compattazione gravitazionale F_g , che tende a far collassare il corpo celeste, e la forza resistente di natura coulombiana F_C , che gli atomi si scambiano tra loro e che, essendo repulsiva, si oppone al collasso.

Per la stabilità dei Pianeti deve essere dunque:

$$F_g = F_C \quad (\text{A4.0})$$

L'ipotesi di cui alla Premessa (punto 0) comporta che i nuclei degli atomi costituenti il corpo celeste perdano naturalmente e continuamente massa sotto forma di energia gravitazionale che si disperde radialmente al di fuori del corpo verso lo spazio circostante.

In tali condizioni la forza di compattazione gravitazionale F_g , che è proporzionale al quadrato della massa M del corpo celeste ed inversamente al quadrato del suo raggio R cioè:

$$F_g \propto G \frac{M^2}{R^2} \quad (\text{A4.1})$$

dove: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ è la costante gravitazionale, diminuirà nel tempo a causa della diminuzione di $M(t)$.

Indicata con ΔM la perdita di massa che il corpo subisce nell'intervallo di tempo Δt , il decremento della forza di compattazione è:

$$\Delta F_g \propto G \frac{M^2}{R^2} \cdot \left(2 \frac{\Delta M}{M} - 2 \frac{\Delta R}{R} \right) \quad (\text{A4.2})$$

Facendo il rapporto tra la (A4.2) e la (A4.1), otteniamo il decremento relativo della forza di compattazione:

$$\frac{\Delta F_g}{F_g} = 2 \cdot \frac{\Delta M}{M} - 2 \cdot \frac{\Delta R}{R} \quad (\text{A4.3})$$

Se ora consideriamo il Pianeta costituito di N atomi di peso atomico A e numero atomico Z , l'energia potenziale coulombiana $U_{p,c}$ è proporzionale ad N ed al quadrato della carica del nucleo Ze ed inversamente proporzionale alla distanza interatomica $2r$:

$$U_{p,c} = \frac{N}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(Ze)^2}{2r} \quad (\text{A4.4})$$

dove: $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ è la costante dielettrica del vuoto, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ il valore della carica dell'elettrone e r il raggio atomico.

Poiché $N (= M/A)$ è anche uguale al rapporto tra il volume totale ed il volume atomico, cioè:

$$N = \frac{4/3\pi R^3}{4/3\pi r^3} = \frac{R^3}{r^3} \quad (\text{A4.5})$$

possiamo esprimere r in funzione di N e R , cioè:

$$r = \frac{R}{N^{1/3}} \quad (\text{A4.6})$$

Pertanto l'equazione (A4.4) diventa:

$$U_{p,c} = \frac{N}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z^2 e^2}{2 \cdot \frac{R}{N^{1/3}}} = \frac{N^{4/3}}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z^2 e^2}{R} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z^2}{A^{4/3}} \cdot \frac{M^{4/3}}{R} \quad (\text{A4.4'})$$

Come abbiamo già detto, alla forza di compattazione gravitazionale, gli atomi che formano il Pianeta oppongono una forza resistente di natura Coulombiana (elettrica) F_c che

è esprimibile come il gradiente dell'energia potenziale coulombiana $U_{p,c}$, cioè:

$$F_C = -\text{gradiente } (U_{p,c}) = \frac{N^{4/3}}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z^2 e^2}{R^2} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z^2}{A^{4/3}} \cdot \frac{M^{4/3}}{R^2} \quad (\text{A4.7})$$

In realtà la forza resistente di natura Coulombiana F_C , per tener conto delle forze di dipolo, è esprimibile come:

$$F_C \propto \frac{M^{4/3}}{R^n} \quad (\text{A4.7}')$$

dove n è uguale o maggiore di 3.

In conseguenza della suddetta perdita di massa ΔM , diminuendo la forza di compattazione gravitazionale e rimanendo inizialmente inalterata la forza repulsiva coulombiana, gli atomi si allontanano tra di loro finché il decremento ΔF_C non uguagli il ΔF_g .

Il decremento di forza coulombiana ΔF_C è facilmente calcolabile come segue, differenziando la (A4.7'):

$$\Delta F_C \propto \frac{M^{4/3}}{R^n} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{\Delta M}{M} - n \cdot \frac{\Delta R}{R} \right) \quad (\text{A4.8})$$

Facendo il rapporto tra le equazioni (A4.8) e (A4.7'), si ha il decremento relativo della forza coulombiana:

$$\frac{\Delta F_C}{F_C} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\Delta M}{M} - n \cdot \frac{\Delta R}{R} \quad (\text{A4.9})$$

Uguagliando $\frac{\Delta F_g}{F_g}$ e $\frac{\Delta F_C}{F_C}$ cioè le equazioni (A4.3) e (A4.9), abbiamo:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{\Delta M}{M} = (2-n) \cdot \frac{\Delta R}{R} \quad (\text{A4.10})$$

e quindi:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{2}{3 \cdot (2-n)} \cdot \frac{\Delta M}{M} \quad (\text{A4.11})$$

Integrando l'equazione differenziale (A4.11), otteniamo:

$$\ln \frac{R}{R_0} = \frac{2}{3(2-n)} \cdot \ln \frac{M}{M_0} = \ln \left(\frac{M}{M_0} \right)^{\frac{2}{3(2-n)}} \quad (\text{A4.12})$$

dove M_0 ed R_0 sono rispettivamente il valore della massa e del raggio del corpo celeste al tempo $t = 0$,

e finalmente arriviamo alla legge di variazione del raggio R di un Pianeta al variare della sua massa M :

$$\frac{R}{R_0} = \left(\frac{M}{M_0} \right)^{\frac{2}{3(2-n)}} \quad (\text{A4.13})$$

Per la Terra ponendo $n=3$ e $M = M_0 \cdot e^{-t/\tau}$ la (A4.13)

$$\text{diviene: } \frac{R}{R_0} = \left(\frac{M}{M_0} \right)^{-\frac{2}{3}} = e^{\frac{2t}{3\tau}}$$

Con n uguale o maggiore di 3, come possiamo vedere dalle equazioni (A4.13') e (A4.11), ad una diminuzione della massa M di un corpo celeste, cioè ΔM negativo, abbiamo un aumento del raggio R , cioè ΔR positivo.

Essendo $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ed avendo presente la (A4.13'), allora il

Volume V del Pianeta varia con la sua massa M come segue:

$$\frac{V}{V_0} = \left(\frac{R}{R_0} \right)^3 = \left(\frac{M}{M_0} \right)^{-2} = \left(\frac{M_0}{M} \right)^2 \quad (\text{A4.14})$$

essendo V_0 il volume al tempo $t = 0$.

La densità del Pianeta risulta essere, avendo presente la (A4.14):

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{M}{V} \cdot \frac{1}{\frac{M_0}{V_0}} = \frac{M}{M_0} \cdot \frac{V_0}{V} = \frac{M}{M_0} \cdot \left(\frac{M}{M_0} \right)^2 = \left(\frac{M}{M_0} \right)^3 \quad (\text{A4.15})$$

dove $\rho_0 = \frac{M_0}{V_0}$ è la densità al tempo $t = 0$.

Appendice A5- Variazione del raggio R del Sole nel tempo t

Consideriamo il Sole di volume V , raggio R e massa M , come un gas perfetto la cui equazione di stato è:

$$pV = N kT \quad (\text{A5.1})$$

dove p è la pressione, $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K la costante di Boltzmann, T la temperatura, $N=M/m_p$ il numero di particelle e $m_p = 1.66 \cdot 10^{-27}$ kg la massa del protone.

La forza di compattazione gravitazionale è:

$$F \propto G \frac{M^2}{R^2} \quad (\text{A5.2})$$

dove $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻² è la costante gravitazionale.

La pressione media nel Sole è pertanto:

$$p \propto \frac{F}{4\pi R^2} \propto \frac{G}{4\pi} \frac{M^2}{R^4} \quad (\text{A5.3})$$

Considerando il Sole come un sistema con $\Delta Q = Q_{prodotta} - Q_{emessa} = 0$, la sua temperatura T è legata al suo volume V nel seguente modo:

$$T \propto \frac{1}{V^{\gamma+1}} \quad \text{A5.4)}$$

dove, essendo la temperatura molto elevata e conseguentemente tanti i gradi di libertà (traslazionali, rotazionali, vibrazionali, etc.) f delle molecole costituenti il Sole, il rapporto dei calori specifici, a pressione e volume costante, vale:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5+f}{3+f} \rightarrow 1 \quad (\text{ricordiamo che a temperature$$

ambientali γ vale 1,4 per H e 1,66 per He).

Differenziando le equazioni (A5.1), (A5.3) e (A5.4), otteniamo, essendo $N=cost$, le seguenti 3 nuove equazioni:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{dV}{V} + \frac{dT}{T} \quad \text{(A5.1')}$$

$$\frac{dp}{p} = 2 \frac{dM}{M} - 4 \frac{dR}{R} = 2 \frac{dM}{M} - \frac{4}{3} \frac{dV}{V} \quad \text{(A5.3')}$$

$$\frac{dT}{T} = -(k+1) \frac{dV}{V} \quad \text{(A5.4')}$$

da cui possiamo ricavare il legame tra V ed M :

$$-\frac{dV}{V} - (k+1) \frac{dV}{V} = 2 \frac{dM}{M} - \frac{4}{3} \frac{dV}{V} \quad \text{(A5.5)}$$

e quindi, con $\gamma = 1$:

$$\frac{dV}{V} = -\frac{2}{k+2/3} \cdot \frac{dM}{M} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{dM}{M} \quad \text{(A5.6)}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{1}{3} \frac{dV}{V} = -\frac{2}{3k+2} \cdot \frac{dM}{M} = -\frac{2}{5} \cdot \frac{dM}{M} = -\frac{1}{2,5} \cdot \frac{dM}{M} \quad \text{(A5.7)}$$

Integrando l'equazione (A5.7) abbiamo:

$$\frac{R}{R_0} = \left(\frac{M}{M_0} \right)^{-\frac{1}{2,5}} \quad \text{(A5.8)}$$

Ricordando che nel modello euristico della gravitazione si è supposto che ogni corpo perda massa sotto forma di energia gravitazionale e che quindi la sua massa M segua la legge $\frac{M}{M_0} = e^{-t/\tau}$ e perdendo il Sole anche ulteriore massa sotto forma di energia elettromagnetica irradiata, allora la (A5.8) diventa con buona approssimazione:

$$\frac{R}{R_0} = e^{\frac{1}{2,5\tau}t} \cong e^{\frac{1}{2\tau}t} \quad (\text{A5.9})$$

Bibliografia

Bendiscioli G. (2013). *Fenomeni radioattivi. Dai nuclei alle stelle.*, Springer Verlag Collana Unitext, EAN: 9788845054523 ISBN : 8847054524

Povh B., Rith K., Scholz, Zetsche F. (1998). *Particelle e Nuclei. Un'introduzione ai concetti della fisica.* Bollati Boringhieri Torino (Collana: Programma di Matematica Fisica Elettronica) EAN : 9788833955957 ISBN : 8833955958

Segrè E. (1966). *Nuclei e particelle.* Zanichelli, Bologna

Staguhn G. (2002). *Breve storia dell'atomo.* Editori Salai (Collana: Saggi, Trad. Chiappa L., Peroni A.) EAN : 9788884510938 ISBN : 8884510937

Bandini Buti A. (2007). *Teoria e funzionamento dei reattori nucleari. Fissione e Fusione.* Editore, Sandit Libri. EAN : 9788889150757 ISBN : 8889150750

AA.VV. (2017) Quaderni Ordine degli Ingegneri di Roma n.1. (è reperibile presso ordine ingegneri di Roma)

Gadioli E. *La scoperta delle particelle subatomiche dall'elettrone al pione* Editore: Aracne, Canterano (RM)

Boscoli R. (22 febbraio 2019) *Sole, freddo e fusione nucleare*.
Andromeda

Guerra F., Robotti N. (ottobre 2015) *Enrico Fermi e il quaderno ritrovato 20 marzo 1934. La vera storia della radioattività indotta da neutroni*. SIF Edizioni Scientifiche

Gramegna F., Van Duppen P., Vitturi A. (2017). *International School of Physics "Enrico Fermi", Course 201, "Nuclear Physics with Stable and Radioactive Ion Beams"*, SIF Edizioni Scientifiche.

Richard Stephenson (1963). *Introduzione all'ingegneria nucleare*, Feltrinelli, Milano.

Zanobetti D. (2010) *Energia nucleare. Un dossier completo*. La feltrinelli.it

Il progetto culturale di Federigo Enriques

Francesco Speranza*

*Milano 1932 - Parma 1998. Fu professore ordinario di Geometria e poi di Matematiche complementari all'Università di Parma. Per un profilo: <https://www.afsu.it/francesco-speranza/>

Sunto: Viene presentato il progetto culturale di Enriques. L'autore ricorda come detto progetto è un sistema filosofico che presenta aspetti molteplici, e in primo luogo si presenta come una gnoseologia positiva, ovvero una filosofia della conoscenza basata sulla scienza, dissentendo di fatto da Croce e Gentile, che pensavano ad una gnoseologia astratta, al di fuori del tempo. Speranza evidenzia che Enriques sostiene che una conoscenza risulta approssimata nel momento che confronti una realtà sensibile con un concetto scientifico. Altro asse portante è lo storicismo che tra '800 e '900 prevale sul razionalismo. Al riguardo Enriques tenta una conciliazione parlando di razionalismo storico. Sostiene che ogni volta che si vuole trasformare una dottrina in cultura si è costretti a rivedere metodi e problematiche nella loro evoluzione storica.

Parole Chiave: storicismo, razionalismo, gnoseologia, logica.

Abstract: Enriques' cultural project is presented. The author recalls how said project is a philosophical system that has multiple aspects, and in the first place it presents itself as a positive gnoseology, or a philosophy of knowledge based on science, disagreeing in fact with Croce and Gentile, who thought of an abstract gnoseology, outside of time. Speranza points out that Enriques argues that knowledge is approximate when he compares a sensitive reality with a scientific concept. Another pillar is historicism which prevails over rationalism between the 19th and 20th centuries. In this regard Enriques attempts a conciliation by speaking of historical rationalism. He argues that every time one wants to transform a doctrine into a culture, one is forced to review methods and problems in their historical evolution.

Keywords: *historicism, rationalism, gnoseology, logic.*

Con vero piacere ripubblichiamo un articolo del prof. Francesco Speranza presentato in occasione del convegno per i suoi sessanta anni, organizzato da Bruno D'Amore e Consolato Pellegrino presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna il 3 ottobre 1992.

L'articolo contiene alcune sue riflessioni sul significato dell'opera di Federigo Enriques, sempre valide e gradite per tenere desta l'eredità intellettuale e culturale del grande matematico, filosofo e storico della scienza livornese. Rispetto all'originale del 1992 è stata completamente riscritta, e in qualche punto rettificata, la bibliografia secondo l'attuale standard APA, rendendola in tal modo anche più chiara al lettore.

In calce all'articolo è riportata una nota del prof. Franco Eugeni, che fu allievo di Speranza e fra i relatori del convegno per i suoi sentanni anni. (La Direzione)

1 – Un progetto aperto

Penso di dare una risposta gradita agli amici intervenuti ricordando un Maestro al quale tutti (io in particolare) dobbiamo molto: Federigo Enriques. Sulla sua opera sono stati pubblicati molti studi specializzati (ricordo in particolare quelli del volume *Approssimazione e verità* (Faracovi, 1982), che ne approfondiscono vari aspetti. Qui vorrei tentare una sintesi, segnalando alcune caratteristiche del suo pensiero, per le quali si può parlare di un progetto culturale presente nella sua opera. Mi rendo conto che potrò darne solo un'idea molto

sommaria: ma spero almeno di riuscire a indurre qualcuno a una riflessione sul pensiero di Enriques. A parer mio, il suo carattere multiforme, aperto verso molti sviluppi, fa sì che ciascuno possa prenderlo come punto di partenza per una rielaborazione personale: come vedremo, questo dovrebbe essere particolarmente congeniale al suo modo di considerare i problemi della cultura e della formazione.

Nei saggi a lui dedicati si notano anche alcune critiche. Per esempio, Lucio Lombardo Radice, che vi ha contribuito con uno dei suoi ultimi scritti (Lombardo Radice, 1971) si sofferma a cercare le cause della "sconfitta" di Enriques nella sua battaglia con i neoidealisti, attribuendogli anche una "incapacità di egemonia". Qualcuno s'è sentito in dovere di giustificare in qualche modo questa sconfitta, il che fa pensare che vi sia nel sottofondo l'idea che "chi vince ha (per questo solo fatto) ragione e chi perde ha torto". In alcuni saggi veniva notato un certo distacco della sua filosofia della scienza dalle correnti successive: mi sembra invece che da qualche tempo le vedute di Enriques siano tornate a essere di attualità, a causa di significative anticipazioni di indirizzi oggi particolarmente seguiti. Anzi, credo di poter sostenere la tesi che il suo pensiero è vivo e attuale ancor oggi: di questo parere è stato anche Lombardo Radice, che così conclude:

Ritorno di Enriques [...]. Ritorno di tutta la problematica [...] che Enriques aveva (con geniale anticipo sulla realtà italiana) sollevato [...]. Possiamo perciò rileggere Le "Matematiche nella storia e nella cultura" come un libro nuovo al quale i progressi e le crisi del pensiero e della realtà [...] hanno dato più spiccato rilievo e più vivo colore (Lombardo Radice, 1971).

Anche quegli aspetti (a mio avviso non di primaria importanza) che si possono ritenere superati ci suggeriscono comunque utili riflessioni.

In poche parole, il progetto culturale di Enriques consiste nella *costruzione* d'un sistema nel quale scienza (in particolare matematica), filosofia, storia, didattica specifica e scienze dell'educazione (come si usa dire oggi) interagiscono organicamente nella formazione del sapere *in ogni individuo*. Ecco alcune caratteristiche importanti: il valore formativo e non solo utilitaristico della scienza; l'esigenza che essa sia rispettosa delle convinzioni di ognuno; l'attenzione alla formazione di tutti:

La scienza non mira soltanto agli acquisti positivi che si trasformano in immediate utilità sociali; essa [...] vuole anche porgere una intuizione che tutti gli uomini possano assorbire in una propria individuale visione della vita e del mondo, e che fra tutti crei come legame di solidarietà lo stesso criterio del vero (Enriques, 1910).

Ecco quanto invece scriveva in quegli anni il suo principale avversario, Benedetto Croce:

Coi procedimenti del prof. Enriques si può, al più, quando si è fortunati [...], trascinarsi dietro una turba d'ignoranti [...] niente di più infido delle turbe d'ignoranti [...]] come niente di più fido e persistente delle piccole elette che, sentendosi congiunte da verità, sanno di aver per sé il presente e l'avvenire (cit. in Pompeo Faracovi, 1982).

L'interesse di Enriques per la filosofia e per una visione filosofica della scienza appare già, nel 1906, nei *Problemi della Scienza* (Enriques, 1906), ma l'opera era in elaborazione da una

decina d'anni; anzi, in conversazioni con gli allievi, Enriques confidò di avere intrapreso gli studi universitari di Matematica per una "infezione filosofica liceale" (già allora aveva maturato l'idea di giungere alla filosofia attraverso la matematica). L'interesse per la psicologia è chiaramente testimoniato da *Sulla spiegazione psicologica dei postulati della Geometria*, primo lavoro non strettamente matematico, del 1901. Nella nota polemica *Mettiamo le cose a posto*, del 1911, indica chiaramente un programma di ricerche storiche, che metterà in atto a partire dal 1918. L'interesse per la didattica risale al 1903, con la prima edizione degli *Elementi di Geometria*, e (nella forma di diffusione critica del sapere matematico) negli articoli delle *Questioni riguardanti la Geometria elementare*, del 1900, in particolare *Sull' importanza scientifica e didattica delle questioni che si riferiscono ai principii della Geometria*.

D'altra parte il progetto di Enriques si è sviluppato via via, possiamo dire fino all'ultimo articolo sulla formazione degli insegnanti elementari e al libro *Le dottrine di Democrito d'Abdera* uscito postumo (Enriques, 1948). Dobbiamo leggere i suoi scritti non in termini di "erudizione letteraria" (dalla quale volentieri rifuggiva), ma collegandolo ai nostri problemi.

L'idea di un sistema di discipline non rende forse completamente il pensiero di Enriques, che si battè sempre contro i particolarismi, a cominciare dalla separazione fra scienza e filosofia:

[...] la nuova critica denuncia a un tempo questa forma di vacua generalità - il concetto di un campo proprio della filosofia distinto dalle scienze - come un particolarismo

filosofico, svoltosi parallelamente e correlativamente al particolarismo scientifico [...]

I problemi che la realtà pone al nostro spirito non sono in alcun modo ordinati secondo ragioni obiettive di affinità entro schemi prefissati. Non vi sono scienze separate e distinte che si lascino disporre in una gerarchia naturale, ma una scienza sola, entro la quale, soltanto per ragioni storiche ed economiche, si sono venuti formando alcuni gruppi di conoscenze più strettamente legate (Enriques, 1910).

L'organizzazione disciplinare è dunque qualcosa che gli scienziati si sono dati per opportunità di lavoro, ma non va promossa ad assoluto (oggi queste critiche sono ancor più calzanti che all'inizio del secolo: i particolarismi sono ben più accentuati).

Nel seguito cercherò di raccogliere entro alcuni grandi temi le considerazioni sul pensiero di Enriques (come si vedrà, i temi sono tuttavia sempre strettamente connessi).

2 - Il ruolo della filosofia

Molti pensatori hanno ritenuto di possedere un sistema filosofico al quale subordinare la costruzione del sapere, e quindi anche la scienza. Non è certo di questo avviso Enriques:

La filosofia è soltanto il coronamento di un processo del pensiero, già potenzialmente disegnato nell'azione, e parzialmente cosciente in tutte le manifestazioni della cultura, le quali sono dunque parte integrante della filosofia medesima (Enriques, 1934).

La filosofia è dunque un sistema in divenire nel quale convergono le riflessioni scientifiche, storiche, didattiche, ..., e anche quelle sulle applicazioni tecnologiche, dove queste concorrono a formare i principi filosofici e si mettono a confronto con quelli già formati; e i principi possono essere modificati di fronte a nuove acquisizioni scientifiche (per esempio, Enriques stesso fu portato ad approfondire e in parte a modificare le sue idee a proposito del determinismo dall'affermarsi della fisica quantistica).

Significativa è la sua opinione a proposito della critica kantiana. Egli si colloca nel filone dei matematici e scienziati dell'Ottocento e del Novecento che avevano superato l'apriorismo di Kant, in quanto questo voleva porsi come quadro di riferimento obbligato per la scienza, voleva proclamare la necessità di *una certa* scienza (quella dell'epoca di Kant). Però Enriques mette in luce gli aspetti positivi della critica kantiana, in una lettera a Giovanni Vailati:

... i kantiani di oggi assomigliano troppo spesso agli aristotelici del Seicento. Ma è proprio colpa del kantismo, oppure vi è in esso un indirizzo fruttuoso da coltivare? Interpretando la filosofia kantiana in senso largo, mi sembra che essa si riduca tutta ad un metodo critico, per cui si tende a sceverare nei vari ordini di conoscenze l'elemento dato dalle sensazioni e ciò che dipende dalla struttura del soggetto. Che la critica del Kant stesso abbia fallito in più punti [...] conta poco ai miei occhi. Mi sembra invece da non trascurare la visione di quell'elemento di struttura che l'empirismo ha troppo lasciato da parte.

Nel 1934 scriveva:

[le critiche alle dottrine kantiane] giungono a modificare radicalmente l'idea stessa della Ragion pura, come Kant la intendeva. La ragione non appare più come una attività che elabora i quadri dell'esperienza possibile ed esprime le proprie leggi in assiomi necessari e universali; ma le sue esigenze, che avevano perduto ciò che avevano di assoluto, tendono a essere soddisfatte in funzione dell'esperienza stessa, ed è quest'ultima che in definitiva sanziona i principi (Enriques, 1934).

Mi sembra interessante notare come invece Croce e Gentile, che di regola ponevano la dimensione storica al di sopra di tutto, quando si tratta della gnoseologia (della loro gnoseologia, ovviamente), non esitano a dichiararla «fuori dal tempo», tale da «prescindere dal processo storico».

Enriques presenta il suo sistema filosofico sotto diversi aspetti: intanto come *gnoseologia positiva*, cioè come una filosofia della conoscenza basata sulla scienza:

[...] questi primi problemi della scienza [della logica, della geometria e della meccanica] debbono costituire, nel nostro intendimento, una introduzione alla Gnoseologia positiva" (Enriques, 1906, p. 42).¹

Altri due capisaldi del pensiero di Enriques sono le sintesi di due coppie di tendenze originariamente antitetiche: il *razionalismo sperimentale*, l'aspetto che gli fu forse più congeniale: esso si sviluppa in due fasi. Galileo e Newton,

¹ Enriques usa l'aggettivo "positivo" in un'accezione piuttosto vasta. "Scienza positiva" è quella sorta dalla rivoluzione dei secoli XVI e XVII; il sistema di Newton gli appare, rispetto al meccanicismo cartesiano, «un compromesso con le esigenze positive del conoscere»; «filosofia positiva» è la filosofia della scienza del filone cui appartiene la sua, ma è anche (con connotazioni negative) il positivismo ottocentesco (Enriques, 1910).

facendo della matematica lo strumento base della ricerca fisica, superano l'antitesi fra ragione ed esperienza; per gli scienziati del Seicento e del Settecento «*esiste una verità obbiettiva, indipendente dall'uomo, che ogni individuo può raggiungere mercé la coordinazione razionale, logicamente e intuitivamente chiara, dei dati sperimentali*» (Enriques, 1912, p. 122). Ma la critica kantiana ridimensiona questo sistema di certezze; ora si può dire che:

Il mondo fenomenico offre la visione eraclitea di un flusso delle cose sensibili. Ma in questo perpetuo divenire si lasciano cogliere oggetti poco variabili che possono essere approssimativamente rappresentati da oggetti (invariabili) del pensiero [...]

Pertanto la corrispondenza fra i concetti scientifici e la realtà sensibile rimane sempre una corrispondenza approssimata, ma il valore obbiettivo della razionalità del sapere consiste in ciò che il processo della scienza è un processo di approssimazioni successive illimitatamente perseguibile (Enriques, 1912, p. 114).²

Un'altra grande antitesi, più recente dell'altra, ma più "bruciante" nel nostro secolo, è quella fra razionalismo (che Enriques vedeva come la filosofia prevalente nel Settecento) e storicismo (prevalente nella prima metà dell'Ottocento, e che all'inizio del Novecento cercava di imporsi come asse portante della cultura). Con un dichiarato parallelismo con la sintesi

² Le «approssimazioni successive» non debbono far pensare che tutto si svolga per passi sempre più piccoli: l'esempio allora più eclatante era quello della rivoluzione einsteiniana, che metteva su basi affatto nuove la meccanica.

precedente, Enriques ne propone una nuova, il *razionalismo storico*:

Attraverso il dibattito di questioni concrete, attraverso l'esame della metafisica di Hegel, noi abbiamo perseguito l'idea del razionalismo storico, cercando di valutare il significato relativo delle possibili teorie della storia [...] (Enriques, 1912, p.VI).

La razionalità scientifica consiste nel prendere come uguali e rappresentare con un concetto astratto oggetti o fenomeni simili [...]. La razionalità storica tende similmente a cogliere l'aspetto sintetico dei fatti sociali ... (Enriques, 1912, p.176).

Da queste sintesi saranno la base per un progetto filosofico globale:

Bisogna ricostruire anzitutto il concetto della filosofia stessa. Il che ci proponiamo di fare, non nel senso di definire una veduta particolare o un problema [...] che [...] sia da ritenere come oggetto della filosofia, [...] ma in guisa da porgere - per quanto sia possibile - la rappresentazione più comprensiva di una filosofia integrale (Enriques, 1912).

3 – Il ruolo della storia

Come s'è visto, la storia ha un ruolo fondamentale nel pensiero filosofico di Enriques. Tale ruolo si estende al momento della formazione culturale:

Ogni volta che si vuole trasformare la dottrina in cultura o in abito e facoltà delle menti, sempre si è condotti a vedere metodi e problemi nella loro evoluzione storica.

La storia è chiamata a svolgere un ruolo fondamentale nei confronti della scienza. Negli anni '30, Enriques aveva la percezione dolorosa della separazione che ormai si era attuata fra la scienza e le aspirazioni culturali dell'uomo: leggiamo queste parole, che potrebbero ripetersi ancor oggi:

... La Scienza. che celebra i maggiori trionfi nella vita economica contemporanea, non è più, per molti, poesia e luce dello spirito. Mezzo, ricercato o temuto, per la conquista della ricchezza e del potere, [...] ha perduto il suo valore di verità per diventare instrumentum regni [...]. La filosofia risponde al sentimento diffuso colla critica che tende a svalutare la conoscenza scientifica in confronto ad altre maniere di conoscenza o d'intuizione. [...]

Frattanto la fede scientifica si rimpicciolisce anche nell'animo degli artefici della scienza. Chiusi nella distinzione delle discipline particolari, separati ed isolati dalla diversità dei linguaggi, [...] viene meno per loro, o per la maggior parte di loro, l'unità d'un disegno (Enriques, De Santillana, 1932, pp. 3-4).

La risposta a queste domande egli l'aveva già indicata nella storia della scienza:

.. [...] di ogni dottrina si studi le origini. le connessioni, il divenire, non un qualsiasi assetto statico; [...] insomma - dopo aver studiato la scienza - ce ne valiamo per comprendere la storia (Enriques, 1921).

Di più: la storia ha influenza sulla scienza:

.. Sulla scienza fisica. che ha come metodo proprio il razionalismo sperimentale, la storia può esercitare solo un'innuenza indiretta e senz'altro benefica. A questa si deve che la concezione sistematica delle teorie, come organismi in

sé chiusi e perfetti, abbia ceduto a una visione genetica del processo scientifico [...](Enriques, 1912, p. 132).

L'analogia fra storia e scienza, già intravista più sopra, è anche più forte:

*.. Conviene costruire la storia del pensiero scientifico [...]
Anche la storia, come la teoria fisica, si fa apriori: almeno fino a un certo punto, e salvo a mutare la costruzione se ad essa non corrispondono i lesti, i documenti, le prove (Enriques, De Santillana, 1932, p. 9).*

L'apriori è il sistema filosofico dello storico, premessa teorica al suo lavoro (si rammenti l'aforisma kantiano "la storia senza la filosofia è cieca"), che comincia a farsi sentire già nella scelta dei 'fatti' ritenuti rilevanti; i testi e i documenti sono la realtà con la quale lo storico deve fare i conti, per mettere alla prova le sue costruzioni teoriche.

Paolo Rossi (1932) ha sostenuto che solo un fragile confine separerebbe la storiografia di Enriques da quella dei suoi avversari, i gentiliani. Tuttavia anch'egli riconosce che (se non per altro, grazie alle parole 'almeno fino a un certo punto') c'è un abisso fra l'attenzione al sapere scientifico di Enriques e le certezze aprioristiche dei suoi avversari. A mio avviso, la precedente citazione di Enriques (che lui stesso considera un po' paradossale) va presa come un indirizzo programmatico, come un segnale a quelli che pensano che si possa fare in grande una storia assolutamente obiettiva.

L'importanza che Enriques annette alla storia è testimoniata anche dai libri (e dagli articoli) dedicati ad autori del passato. Ricordiamo l'edizione ampiamente commentata degli *Elementi* di Euclide, con la quale si dava uno strumento critico agli

studiosi e agli insegnanti; il volume che raccoglie i passi più significativi dei *Principia* di Newton, anche questo ricco di commenti, pubblicato mentre era ancora vivace il dibattito sulle nuove tendenze della fisica moderna; e le varie opere sul pensiero scientifico-filosofico greco, che a Enriques appariva un primo progetto di filosofia scientifica. Il celebre *Compendio*, ancor oggi usato come testo di riferimento di corsi universitari, inizia così: «La scienza antica, origine di quella moderna, nasce in Grecia».

Enriques rintraccia nei pensatori greci (soprattutto nei presocratici) l'origine di molte grandi idee della scienza di tutti i tempi: in Zenone d'Elea l'analisi (Enriques, De Santillana, 1932, p. 55); in Anassimandro l'evoluzione biologica (ivi, p.19); in Leucippo e in Democrito non solo la teoria atomica, ma anche *in nuce* il principio d'inerzia e l'omogeneità dello spazio (ivi, p. 78 *passim*); in Parmenide il principio della relatività del moto (ivi, p. 47). Le sue intuizioni sui presocratici hanno fatto molto discutere, ma sono senza dubbio estremamente interessanti, “fanno pensare”. Enriques è un sostenitore della continuità del pensiero, anzi addirittura della sostanziale unità della ragione umana:

la ragione umana si ritrova sempre la stessa, allraverso i luoghi e i tempi, e senza questo presupposto fondamentale sarebbe vano studiare la storia delle idee (Enriques, De Santillana, 1932, p. 16).³

³ Su questo punto debbo dichiararmi non del tutto d'accordo con Enriques: per con una sostanziale unità di fondo, mi sembra che lo sviluppo scientifico e tecnologico (pensiamo all'introduzione di nuovi linguaggi, al mutare dei mezzi di comunicazione) produca dei cambiamenti nel modo di pensare.

Tuttavia per Enriques questa “identità della ragione” attraverso i tempi non significa affatto un ripercorrere i cammini già seguiti; a proposito dei motivi democritei nel pensiero galileiano, egli scrive:

Ricreare lo spirito democriteo e ripensarlo come cosa viva, non era possibile al tempo di Galileo, se non a condizione di superare Democrito e di fare della sua filosofia una scienza tanto più ricca, di quanto le esigenze dei problemi moderni superano le antiche (Enriques, De Santillana, 1932, p. 340).

E a proposito dell'influenza della “rivoluzione non euclidea” sulla filosofia della matematica:

.. I creatori della geometria non euclidea non esitarono a interpretare il risultato ottenuto secondo i principi dell'empirismo: il postulato euclideo [...] deve esprimere secondo loro una verità di fatto, da riconoscersi mediante l'esperienza [...]; la deduzione matematica induce anzi a domandarsi se codesta verità non sia soltanto approssimativa (Enriques, De Santillana, 1932, p. 441).

Si veda pure la diversa valutazione del ruolo degli assiomi; egli ricollega il fatto che si sia abbandonato il loro ruolo privilegiato rispetto alle altre proposizioni alla rinuncia a riconoscere un ordine naturale nelle conoscenze (idea che va da Aristotele a Kant e a Comte).

4 - La questione educativa

Per inquadrare i contributi di Enriques, occorre considerare quale era all'inizio del secolo la situazione dell'insegnamento e

di quelle che oggi si chiamano “scienze dell'educazione”. La didattica era fortemente ancorata a principi nozionistici; alla scuola elementare non si attribuiva un reale valore formativo, si richiedeva che desse solo delle abilità strumentali (leggere, scrivere e far di conto); la psicologia sperimentale muoveva appena i primi passi, ma era fortemente ancorata a presupposti positivistici. Nella pedagogia si stavano affermando tendenze nettamente neoidealistiche.

In quanto al ruolo della matematica nell'insegnamento, era diffusa la convinzione che dovesse essere presentata in forma rigorosa, e come testo di riferimento si prendevano gli *Elementi* di Euclide. Questa scelta bloccava, di fatto, l'elaborazione di una linea didattica per la scuola elementare e l'inizio dell'istruzione secondaria. Ecco quanto scriveva nel 1884, in una relazione al ministro, uno dei matematici più influenti sulle questioni scolastiche, Francesco Brioschi (che faceva parte del Consiglio superiore della P.I.):

L'insegnamento ginnasiale deve essere contenuto interamente o quasi nell'insegnamento dell'italiano, del latino e del greco e delle materie che hanno più stretta relazione con queste lingue; e soltanto al cominciamento del corso liceale, quando [...] la mente dell'alunno si è fatta adulta, [...] mercé gli studi che si sono accennati, solo allora si deve apprendere lo studio di altre lingue e di altre discipline che appartengono alla cultura generale. Gentile, all'inizio del secolo, parlava di "dannosissimi frutti" dell'insegnamento e degli "abiti" scientifici nelle scuole secondarie (Tomasi, 1982).

Fin dall'inizio della sua attività di docente e di scienziato, invece, Enriques è attento alle connessioni fra matematica e

psicologia. Per esempio, nell'Introduzione alle *Lezioni di Geometria Proiettiva* (che pure è un testo universitario) si legge:

Si considera generalmente come criterio teorico di perfezione (logica) lo scegliere il minimo numero possibile di elementi geometrici come fondamentali; ma questo criterio [...] non soddisfa sempre il senso psicologico dell'intuizione, allorché porta a sostituire con una definizione la nozione intuitiva di un elemento di cui la mente ha una chiarissima immagine [...]

[Le proprietà grafiche e quelle metriche] nascono da due forme dell'intuizione spaziale: l'intuizione grafica e l'intuizione metrica, le quali forme sono bensì mescolate in un'unica intuizione completa dello spazio, ma possono essere distinte da una analisi soggettiva (Enriques, 1898).

Il saggio *Sulla spiegazione psicologica dei postulati della Geometria* (Enriques, 1901) si può ricollegare alla psicologia positivista, ma anticipa alcuni motivi dell'analisi di Piaget sulla formazione del pensiero geometrico. Enriques enuncia quelli che saranno motivi fondamentali della psicologia cognitivista e costruttivista:

il sapere non è un dono che l'uno possa fare e l'altro ricevere passivamente, bensì una conquista che ciascuno deve fare o rifare per proprio conto (cit. in Carruccio, 1966),

l'insegnamento è [...] un aiuto a chi voglia imparare da sé e però sia disposto, anziché a ricevere passivamente, a conquistare il sapere, come una scoperta o un prodotto del proprio spirito (Enriques, 1921).

Queste affermazioni trovano certamente più consensi oggi che al tempo d'Enriques, ma è ancor vero che esse «strappano quasi da ognuno qualche omaggio teorico, ma che sviluppate

nelle loro conseguenze o addirittura messe in pratica, appaiono [...] come paradossi imbarazzanti e pericolosi» (Enriques, 1921).

Enriques anticipa poi un'altra fondamentale idea di Piaget: il superamento della contrapposizione fra innatismo e sensismo; la conoscenza si forma attraverso un'interazione fra strutture mentali ed esperienza (si vedano più sopra le citazioni a proposito della critica kantiana): sono le prime a organizzare l'esperienza, ma questa a sua volta influisce sullo sviluppo delle strutture mentali⁴. Se i principi enunciati da Enriques (e che egli stesso ha cercato di mettere in atto) ci sembrano oggi "naturali", vicini al nostro modo di sentire, è un segno che essi sono stati rivoluzionari per la sua epoca, e che sono stati determinanti per la formazione del nostro modo di pensare. Eccone alcuni altri (purtroppo, ancor oggi largamente disattesi nella pratica didattica):

... l'educazione intellettuale deve ridurre al minimo la scienza da imparare; s'inciti il giovane a lavorare su pochi dati ed a trovare da sé ciò che per avventura gli manchi; si avvezzi quindi a saper valutare i mezzi che gli si porgono in

⁴ Come s'è visto, Enriques ha indicato la necessità di superare, in una sintesi superiore, alcune classiche contrapposizioni della gnoseologia. L'abitudine a una certa storiografia filosofica induce molti a guardare con sospetto questi atteggiamenti, accusati di 'sincretismo', di 'ricerca di compromessi'. A mio avviso, può essere un bene che quando si comincia ad affrontare qualche grande problema si prendano delle posizioni 'manichee'; ma spesso arriva un momento in cui si intuisce che 'ci sono più cose di quante non ne pensino [quei] filosofi, o meglio la realtà si presenta come qualcosa di più complesso di quanto non sembrasse in un primo momento; e tenere conto dei motivi di fondo di quelle tesi prima contrapposte è una scelta saggia.

rapporto agli scopi proposti. [...] Ho avuto la fortuna di assistere a qualche lezione di aritmetica o di geometria pratica in cui il docente si metteva a conversare con i ragazzi, facendosi, anche lui, un poco ignorante, ricercando con loro, suggerendo a tentoni la via. [...] Più che le differenze dei metodi o le indicazioni dei programmi influisce sull'efficacia dell'insegnamento il valore degli insegnanti: la loro mentalità, la comunicativa, la passione che portano alle cose insegnate. [...] Se un difetto può trovarsi talvolta [nei trattati universitari], nei riguardi didattici, è che l'esposizione perfetta lascia meno allo sforzo dell'allievo, o che il rigore logico nasconde in parte la genesi delle idee. Anche l'esatta formulazione delle restrizioni che si richiedono nell'enunciato dei teoremi, può togliere la veduta della genesi delle idee, e perfino l'intelligenza del loro valore (Enriques, 1911 p.188).

Enriques si occupò dei problemi dell'organizzazione scolastica, soprattutto nei primi vent'anni del secolo. Era favorevole all'equilibrio fra discipline “umanistiche” e “scientifiche” in tutte le scuole secondarie, e a un'apertura degli accessi all'università da tutte le scuole, anche perché il liceo classico rischiava di diventare, a causa del monopolio quasi assoluto degli accessi, un contenitore di sapere enciclopedico (Tomasi, 1982), nel quale tuttavia la scienza era sacrificata. Oggi, la liberalizzazione degli accessi non ha provocato quei disastri che si temevano; per il resto, la situazione presenta le stesse carenze di fondo di allora. C'è chi è convinto dell'importanza delle discipline scientifiche, ma questo è allora sentito, quasi sempre, in contrapposizione a quelle umanistiche: le due culture (o tre, se contiamo anche quella tecnologica) sono sempre l'una contro l'altra armata (e, ancor più di allora, lontane dalla possibilità di suscitare l'interesse dei giovani).

All'inizio del secolo era vivace anche il dibattito sull'università, e anche su questi problemi le idee di Enriques sono attuali. Egli osservava che la struttura per facoltà, voluta dalla legge Casati, ha in vista le esigenze di professioni tradizionali, ma è dannosa per quegli studi il cui scopo principale è il conseguimento del sapere. In particolare, l'aver legato gli studi filosofici a quelli letterari è funzionale alle opinioni dei neoidealisti, ma è di danno sia per la filosofia che per la scienza. Egli era favorevole a una "facoltà filosofica" che comprendesse tutte le discipline teoriche, e auspicava che gli studi filosofici non fossero un corso particolare, ma il completamento, dopo la laurea, di tutti gli altri studi teorici (allora c'era comunque la possibilità di essere ammessi, con un'altra laurea, all'ultimo o al penultimo anno di filosofia).

Enriques stigmatizzava anche la tendenza dei docenti universitari a impostare i propri corsi senza tener conto di quelli dei colleghi, il che aumentava la mole delle nozioni che gli studenti erano tenuti a imparare. Deplorava anche che i concorsi universitari spingessero i giovani a occuparsi di campi molto ristretti.

Come si vede, questi fatti negativi si sono oggi accentuati, e purtroppo sono spesso considerati come "naturali". Enriques va riletto attentamente anche a questo proposito.

5 - Qualche osservazione sul ruolo della scienza

La scienza è per Enriques una componente fondamentale dello spirito: ma non la scienza formata definitivamente, quanto la scienza in divenire. Vedremo qui alcuni aspetti che possono sembrare inusuali, ma che meritano considerazione.

Enriques dedicò sempre un'attenzione speciale al problema dell'errore. Per lui era importante non tanto il risultato ripulito, da mettere a disposizione dell'allievo, quanto piuttosto la ricerca 'della verità' e il metodo della ricerca. Orbene, nella ricerca è quasi impossibile non commettere errori; questi non vanno classificati in blocco come fatti negativi, anzi «nei casi più caratteristici si presentano come tappe naturali del pensiero nella ricerca della verità, [e di essi] il maestro sa valutare il significato educativo: sono esperienze didattiche che egli persegue, incoraggiando l'allievo a scoprire da sé la difficoltà che si oppone al retto giudizio ...» (cit. in Tomasi, 1982, p.225).«... l'errore è un passo verso la verità. Il paradosso cesserà di apparire tale se, in luogo di fermarsi staticamente alla tesi erronea, si consideri questa nello sviluppo della scienza: integrando dialetticamente l'errore colla correzione dell'errore, che da esso trae occasione e motivo» (Enriques, alias Giovannini).⁵

Un'altra contrapposizione che Enriques combatte (e che si ripresenta in varie forme anche oggi) è quella fra matematica pura e matematica applicata:

Quando [...] si discute dei fini dell'insegnamento, contrapponendo uno scopo utilitario a uno scopo formativo. [...] [si] perde di vista che, finalmente, la cosiddetta applicazione di una verità scientifica implica pure una capacità applicativa, che la vita domanda appunto di formare. E la polemica antiutilitaria di coloro che esaltano il valore artistico della scienza, come valore in sé, disconosce a sua volta che l'interesse pratico (nella vita degli individui

⁵ Adriano Giovannini fu lo pseudonimo con il quale Federigo Enriques firmò gli articoli durante l'allontanamento per motivi razziali [Nota di Redazione].

come nella storia della società) può ben creare gli oggetti cui si volgerà la contemplazione artistica [...]. Voglio dire che, se in un certo senso ogni scuola professionale è anche - in qualche grado e modo - formativa, per contro la scuola più eminentemente formativa deve sapersi valere delle applicazioni pratiche ... (Enriques, 1921).

Enriques rifiuta anche la contrapposizione fra educazione all'intuizione e alla logica nell'insegnamento matematico:

Anche la domanda consueta, se le Matematiche debbano educare piuttosto l'intuizione o la logica, è viziata da una imperfetta visione del valore dell'insegnamento. Infatti il presupposto di codesta domanda è che logica e intuizione si lascino separare come facoltà distinte dell'intelligenza. laddove esse sono piuttosto due aspetti inscindibili del medesimo processo attivo [...] un'educazione logica (anzi la più appropriata per le menti poco disposte ad astrarre) è pur contenuta nell'esercizio dell'intuizione [...] (Enriques, 1921).

Nello stesso articolo insiste su un argomento che gli procurò non pochi contrasti con la scuola di Peano, e probabilmente una certa incomprensione nei decenni successivi: il significato della logica. Qui mette in rilievo la distinzione fra la «logica in piccolo» e la «logica in grande» (usiamo le sue espressioni). La prima è l'analisi raffinata del pensiero esatto, potremmo dire che è la logica formale; la seconda è lo studio delle connessioni organiche del sistema [della scienza], e dice:

.. temo che, nelle preoccupazioni dei nostri educatori matematici, la logica in piccolo tenga troppo poco posto in confronto alla logica in grande!

Si sa che Enriques polemizzava con i logici a proposito di quelle che egli riteneva eccessive raffinatezze. Dal punto di vista dei decenni immediatamente successivi, la sua posizione appare decisamente “obsoleta”, e non c'è dubbio che sottostimasse la logica matematica. Le sue polemiche ci possono però far riflettere. Può essere corretto ritenere che la logica matematica faccia parte della logica formale; però sembra semplicistico identificare la logica (senza aggettivi) con la logica matematica, non importa quanto sia preponderante quest'ultima. Riprendendo il discorso di Enriques, possiamo dire che questo ci induce a trascurare i problemi della “logica in grande”. Oggi, alla luce di una epistemologia più problematica, la posizione di Enriques riacquista attualità: per lo meno, come avvertimento a coloro che avevano creduto di poter ridurre l'epistemologia della matematica alla logica.⁶

⁶ Alla base di questi malintesi c'è anche una ambiguità semantica fra “logica” e “logica matematica”: se a una persona si pone chiaramente il problema, è naturale che essa convenga sulla necessità della distinzione; se non si affronta il nodo concettuale implicito, è facile che la stessa persona sia indotta a convenire su affermazioni viziate da quella ambiguità. Un caso analogo si nota a proposito della parola “scienza” (stranamente, forse ancor di più a proposito di “scienze”): da un certo punto di vista, tutta la ricerca accademica è “scientifica”; in effetti, a volte è opportuno isolare alcuni campi (che non si riducono alle “scienze della natura”, per esempio anche la linguistica, la psicologia ...), che è più proprio chiamare “scientifici”; oppure chiamare “scienze” la matematica più le scienze della natura; ma anche queste ultime non si identificano con le “scienze naturali”.... Come si vede, c'è modo di essere molto ambigui nel parlare di “scienze”!

NOTA del prof. Franco Eugeni

Questo scritto di Francesco Speranza fu presentato dall'Autore al Convegno per i suoi sessanta anni, che si tenne a Bologna, presso il Dipartimento di Matematica il 3 Ottobre 1992. Vi furono molti relatori, ciascuno legato in qualche modo alla figura di Francesco.

Personalmente intervenni con un lavoro dal titolo: *Sul numero cromatico di una struttura di incidenza* scritto assieme a Luigia Berardi, che anche lei, come me, era stata studentessa di Francesco. Nell'occasione, a parte tanti amici tra i relatori, ebbi modo di rivedere alcune mie compagne di corso con le quali avevo frequentato il terzo e quarto anno di studi nel 1961/1963 del mio ultimo periodo di studente.

È mio piacere riportare un ricordo personale di Francesco, così come ho avuto modo di scriverlo nella sezione *I personaggi della matematica* del sito dell'AFSU:

(www.afsu.it/francesco-speranza/).

Quando nel Settembre 1961 mi trasferii dall'Università di Pisa a quella di Bologna, uno dei primi professori che notai fu proprio Francesco Speranza. Feci con lui l'esame di Geometria 2. Fu membro della Commissione degli esami pre-laurea nella quale ebbe molta considerazione per me, al punto tale da segnalarmi al prof. Vaona di Modena, che cercava un assistente. Mi seguì per la Tesi di Laurea e presentò le mie due prime pubblicazioni sulle Trasformazioni puntuali. Divenuto Assistente presso la Cattedra di Geometria di Guido Vaona, a Modena, a Bologna frequentavo il collega Romolo Musti, assistente di Geometria a Bologna. Da Romolo seppi molte cose: Speranza era daltonico e non guidava la macchina, aveva

una memoria prodigiosa per i numeri d telefono, indirizzi e tante altre piccole cose. In quel periodo Speranza vinse la Cattedra e fu chiamato a Messina, dove iniziò un gruppo di giovani alla Teoria dei Grafi e tra questi proprio Mario Gionfriddo, con il quale, in anni successivi, ebbi una grande interazione. Nel frattempo aveva anche l'incarico di Geometria superiore a Modena, dove sviluppò un interessante corso dedicato alla teoria delle connessioni. Dal 1970 frequentai Speranza nei vari direttivi e convegni Mathesis. Partecipai ai due Convegni per i suoi 60 anni e per i suoi 65 anni. Speranza, di carattere, era una persona essenzialmente simpatica ma anche distaccata. Ricordo un incontro a Mantova, organizzato da Fabio Mercanti del Politecnico di Milano, per la locale Mathesis, nel quale ebbi modo di rafforzare la sua conoscenza, non più come ex studente, in quanto nel frattempo ero anche io diventato professore ordinario. Al Convegno promosso dal Politecnico di Milano erano relatori: Giulio Giorello, Francesco Speranza ed io stesso. Fu una giornata simpatica e interessante. L'ultima volta che ho visto Francesco fu in una riunione dell'UMI, nella quale si arrabbiò molto, ed io lo presi per un braccio, cercando di portarlo fuori per farlo calmare (ero preoccupato che gli potesse far male quella rabbia). Purtroppo qualche mese dopo ci lasciò per sempre.

Bibliografia

Carruccio Ettore (1966). La storia della scienza nel pensiero di Federico Enriques. *Periodico di Matematiche*, (4), pp. 404-418.

Enriques Federigo (1898). *Lezioni di Geometria proiettiva*. Bologna: Zanichelli.

Enriques Federigo (1900). La filosofia positiva e la classificazione delle scienze. *Scientia*, 4, 384.

Enriques Federigo (1900). Sull' importanza scientifica e didattica delle questioni che si riferiscono ai principii della Geometria. In Enriques Federigo (cur.), *Questioni riguardanti la geometria elementare*. Bologna: Zanichelli.

Enriques Federigo, De Santillana Giorgio (1900). *Compendio di storia del pensiero scientifico*. Bologna: Zanichelli, 1937.

Enriques Federigo (1901). Sulla spiegazione psicologica dei postulati della Geometria. *Rivista filosofica*, IV.

Enriques Federigo (1906). *Problemi della Scienza*. Bologna: Zanichelli. Le citazioni contenute nell'articolo si riferiscono alla ristampa 1983 della seconda edizione.

Enriques Federigo (1910). La filosofia positiva e la classificazione delle scienze. *Scientia*, 4,384.

Enriques Federigo (1911). Mettiamo le cose a posto. *Rivista filosofica*, III, 582-584.

Enriques Federigo (1912). *Scienza e razionalismo*. Bologna: Zanichelli.

Enriques Federigo (1921). Insegnamento dinamico. *Periodico di Matematiche*, (4), pp. 6-16.

Enriques Federigo, De Santillana Giorgio (1932). *Storia del pensiero scientifico*. Bologna: Zanichelli.

Enriques Federigo (1934). *La théorie de la connaissance scientifique de Kant à nos jours*. Paris: Hermann.

Enriques Federigo, De Santillana Giorgio (1937). *Compendio di storia del pensiero scientifico*. Bologna: Zanichelli.

Enriques Federigo (1938). *Le matematiche nella storia e nella cultura. Lezioni pubblicate a cura di Attilio Frajese*. Bologna: Zanichelli.

Enriques Federigo (alias Giovannini Adriano) (1942). L'errore nelle Matematiche. *Periodico di Matematiche*, numero unico, pp. 57-65.

Enriques Federigo, Mazziotti M. (cur.) (1948). *Le dottrine di Democrito d'Abdera*. Bologna: Zanichelli.

Lombardo Radice Lucio (1971). Prefazione. Ristampa 1971 di Enriques Federigo, *Le matematiche nella storia e nella cultura. Lezioni pubblicate a cura di Attilio Frajese*. Bologna: Zanichelli.

Lombardo Radice Lucio (1982). Federigo Enriques nella cultura italiana del Novecento. In Pompeo Faracovi Ornella (cur.) *Approssimazione e verità*. Livorno: Belforte, 13-23.

Pompeo Faracovi Ornella (cur.) (1982). *Approssimazione e verità*. Livorno: Belforte.

Rossi Paolo (1982). Federigo Enriques storico della scienza. In Pompeo Faracovi Ornella (cur.), *Approssimazione e verità*. Livorno: Belforte, 55-70.

Tomasi T. (1982). La questione educativa nell'opera di Enriques. In Pompeo Faracovi Ornella (cur.) *Approssimazione e verità*. Livorno: Belforte, 223-250.

Giuseppe Manuppella

14 ottobre 1946 – 23 maggio 2020

Franco Eugeni* e Altri

* * Già professore ordinario di Filosofia della Scienza e
Presidente dell'Accademia di Filosofia delle Scienze; Umane – www.afsu.it

Sunto: *Franco Eugeni ricorda la vita e la carriera del prof. Giuseppe Manuppella, recentemente scomparso all'età di 75 anni, che fu prima suo studente e poi amico fraterno, compagno di tante importanti iniziative in ambito universitario ed extra-universitario, fra cui la rinascita dell'antica "Accademia Piceno Aprutina dei Velati", la creazione dell'"Accademia di Filosofia delle Scienze Umane" e delle riviste «Ratio Mathematica», «Science & Philosophy» e «Mondo matematico e Dintorni». All'affettuoso ricordo personale l'Autore fa seguire anche brevi commenti di altri che ebbero la fortuna di conoscere e collaborare con l'illustre Scomparso.*

Parole chiave: *Giuseppe Manuppella, APAV, AFSU, Ratio Mathematica, Science & Philosophy, Mondo matematico e Dintorni.*

Abstract: *Franco Eugeni recalls the life and career of prof. Giuseppe Manuppella, recently passed away at the age of 75, who was first his student and then a fraternal friend, companion of many important university and extra-university initiatives, including the revival of the ancient "Piceno Aprutina dei Velati Academy", the creation of the "Academy of Philosophy of Human Sciences" and the magazines "Ratio Mathematica", "Science & Philosophy" and "Mathematical World and Surroundings". To the affectionate personal memory, the author also follows brief comments from others who were lucky enough to know and collaborate with the illustrious disappeared.*

Keywords: *Giuseppe Manuppella, APAV, AFSU, Ratio Mathematica, Science & Philosophy, Mondo matematico e Dintorni.*



Fig. 1 - Giuseppe Manuppella.

Franco Eugeni

Quando nel 1969 mi trasferii dall'Università di Modena a quella di L'Aquila, ebbi l'incarico di Matematiche Complementari, e fu tra quei banchi che conobbi Giuseppe Manuppella, che fu mio studente sia per quella disciplina che per Teoria dei Numeri, insegnamento tenuto dal mio amico Franco Pellegrino, che mi trovai spesso a sostituire. Giuseppe era uno studente bravo, aperto ad ogni genere di innovazione, specie quelle informatiche, che dovevano segnare l'intera sua esistenza. Tuttavia, a quel tempo l'innovazione era bourbakista, e Peppe era interessato anche agli aspetti più profondi dell'Algebra astratta e della Topologia, che stavano prendendo piede a L'Aquila, proprio

in quei tempi. Fece la tesi con me, su un argomento che partendo dalla tradizione si affacciava alla moderna algebra: "L'algebra dei numeri ipercomplessi".

Dopo la laurea, Giuseppe frequentò corsi abilitanti ordinari e diventò docente di ruolo in poco tempo. Non vi parlerò dei quarant'anni dedicati alla scuola e ai suoi studenti, in quanto è ben noto che ai suoi ragazzi ha dato non solo il suo sapere ma anche regole di vita. Vi parlerò, invece, della sua attività come professore universitario e manager informatico. Ha tenuto numerosi insegnamenti universitari nelle Università di Teramo e Chieti-Pescara, ma è l'attività manageriale che mi interessa evidenziare.

Sulla fine degli anni '80 rifondammo assieme ad altri (Ilio Adorasio, Aniello Russo-Spena, Antonio Maturo, Bruno Rizzi, Stefano Innamorati, Domenico Marconi l' "Accademia Piceno Aprutina dei Velati", per la quale Peppe, oramai professionista dell'Informatica, creò il sito, che ha gestito da allora sempre in prima persona. Peppe ed io, nella vita, ci siamo trattati da fratelli, e per certi versi, tali siamo stati. Nel '96, quando dall'Università di Roma, dove nel frattempo mi ero sistemato, mi trasferii a Teramo, fu con Peppe con il suo alter-ego Luigi de Panfilis, che mettemmo in piedi una struttura importante: il Dipartimento di Metodi per l'Economia e il Territorio. Grazie a lui, dal punto di vista tecnico e a me per l'aspetto della politica universitaria, in quel tempo gestimmo il campo dell'Informatica dell'Università di Teramo, tuttora nelle mani di coloro che sono venuti dopo di noi. Nacque un dottorato di ricerca e i primi ad ottenere il dottorato furono proprio Peppe e Luigi. Creammo i master telematici per gli insegnanti, che coprivano tutte le discipline

oggetto di insegnamento, sempre con l'intento di potenziare le conoscenze informatiche dei corsisti. Nei master raggiungemmo un numero così alto di iscritti, che decidemmo di decentrare le sedi degli esami, inviando delle commissioni di nostri docenti, per fare le prove scritte finali e raccogliere i compiti, senza spostare i corsisti dalle loro regioni. I compiti erano poi corretti da una commissione centrale. Gli introiti dei master permisero all'Università di Teramo di assegnare borse di dottorato, posti di ricercatore a termine e fondi di ricerca. Essi ci permisero di organizzare alcuni convegni nei quali invitammo importanti personaggi del mondo scientifico nazionale. Poiché l'Università di Teramo non aveva una piattaforma informatica, Peppe ne allestì una, basata su Moodle, all'interno del potenziato sito dell'APAV, l' "Accademia Piceno Aprutina dei Velati" al tempo presieduta da me, ma nella realtà resa efficiente da Peppe e Luigi. Offrimmo la piattaforma all'Università, in forma gratuita. Nel frattempo, tra i tanti dottori di ricerca usciti dal nostro Dipartimento, divenuto in seguito il Dipartimento di Scienze della Comunicazione, alcuni avevano anche fatto brillanti carriere. Le attività dei dottorati erano gestite da me, da Luca Tallini, ordinario di Informatica, da Fernando Di Gennaro, da Giuseppe Manuppella, con la collaborazione di Luigi de Panfilis e Domenico Marconi. Nel frattempo si erano brillantemente formati Raffaele Mascella, oggi professore di Filosofia della Scienza e delegato rettorale per la Didattica e Danilo Pelusi, professore di Informatica e delegato rettorale per l'Informatica.

L'attività dell'APAV è stata molto ampia, anche prima della collaborazione con l'Università di Teramo. Infatti nel 1989, con la gestione fondamentale del prof. Antonio Maturo, vice presidente dell'APAV, creammo la rivista «Ratio Mathematica», che Peppe Manuppella prese in carico per trasformarla in una delle primissime riviste telematiche



Fig. 2 - Giuseppe Manuppella a un convegno (maggio 2017).

italiane. Sul sito www.apav.it è possibile non solo consultare la rivista, ma anche l'archivio di tutti i numeri che dal 1990 in poi si sono succeduti. Una seconda rivista, figlia dell'APAV, fu «Science & Philosophy», nata nel 2007, anch'essa telematica con archivio. Sia «Ratio Mathematica» che «Science & Philosophy», oramai riviste internazionali, sono oggi gestite da un personaggio di grande bravura, il prof. Fabrizio Maturo, figlio di Antonio, che ha ottenuto per le nostre due riviste la certificazione ANVUR (Agenzia Nazionale di Valutazione Università e Ricerca), oltre al riconoscimento di

altre strutture di valutazione internazionale. Nel 2010 il governo eliminò i punteggi scolastici per i possessori di master, e la loro struttura perse di efficienza. Peppe ed io decidemmo di fare domanda al Ministero della Pubblica Istruzione, per divenire agenzia di formazione per le scuole. Ottenemmo un primo mandato, tuttavia in quel periodo Peppe ed io, anche in accordo con Antonio Maturo, ci rendemmo conto che l'APAV necessitava di una mano più capace per combattere gli aspetti burocratici. Così io mi dimisi da Presidente ed eleggemmo all'unanimità il prof. Giuseppe Manuppella quale nuovo Presidente dell'APAV.

E l'APAV ebbe nuova vita, anche con nuovi collaboratori, che in passato avevano operato più nella Mathesis che nell'APAV. Ricordiamo i valenti proff. Renata Santarossa, Ferdinando Casolaro, Mario Mandrone e i loro collaboratori, il dott. Fabio Manuppella, informatico e figlio di Giuseppe, che ebbe la fortuna di lavorare a stretto contatto con il padre. Dopo la prima certificazione come agenzia, ne seguì una seconda; i corsi di formazione cominciarono a susseguirsi l'uno dopo l'altro, scuole estive e varie offerte formative. Peppe, vista anche l'attenzione e l'interesse della scuola primaria per la formazione, creò una terza rivista «Mondo matematico e Dintorni» che ha diretto personalmente, dedicata ai docenti del primo ciclo di istruzione, che si occupa di Matematica, Fisica, Scienze, Pedagogia, Didattica e che si è affiancata alle altre due importanti riviste.

Più recenti sono stati gli accordi con altre due strutture:

L' "Accademia di Filosofia delle Scienze Umane", una nuova Accademia gestita dal sottoscritto, il cui sito www.afsu.it, firmato Fabio Manuppella, degno erede di

Giuseppe, con due nuove riviste telematiche nate dalla collaborazione dello scrivente con Ferdinando Casolaro, Antonio Maturo e Luca Nicotra: il «Bollettino dell'Accademia di Filosofia delle Scienze Umane» (rivista di studi umanistici) e il rinato «Periodico di Matematica» che ebbe un periodo di gloria dal 1886 al 1918. Quest'ultima rinasce nel 2019 esattamente 100 anni dalla sua chiusura.

Peppe, oltre a far parte di entrambi i comitati scientifici, appoggiò molto la creazione di queste riviste, con l'idea di farle essere delle palestre per i docenti di scuola secondaria.

Un ulteriore accordo è stato realizzato un paio di anni fa con la rivista romana «ArteScienza», creata e diretta dall'ing. Luca Nicotra.

In questo modo le riviste gestite da queste associazioni sono sei, senza contare una settima rivista, al momento sospesa, dedicata all'Architettura.

Tutte le persone che ho qui citato sono stati amici, collaboratori, estimatori del nostro amato Peppe, e non ho dubbi che siamo tutti qui uniti nel forte rimpianto e nel bellissimo ricordo di tutte le cose fatte assieme nel corso degli anni.

Seguono brevi commenti di tanti amici, colleghi, estimatori, che probabilmente, senza il problema del Covid-19, sarebbero stati in gran parte con noi al funerale. I tempi cambiano e questo è un altro modo di essere vicini a Peppe, con le firme dei membri dell'AFSU e God Tre Mari:

Andrea Manente, Enrico Massetti, Giovanni Catalani, Francesco Pezzoli, Federico Verrigni, Alberto Bressani, Fernando Di Gennaro, Giancarlo Moretti, Annamaria

Viceconte, Pina Capoferri, Maria Teresa Rossi, Luciano Scaramazza, Giuseppe Simone, Anna Franca Rotini, Antonio Petrone, Alessandro Vicerè, Aladino DePaulis, Renato Cauti, Luigi Vannicola, Johnny Mignini, Gianni di Paolo, Gabriella Prosperi, Gino Petri, Susy Stoppelli, Alberto Trotta, Ferdinando Casolaro, Luca Nicotra, Emanuele Piensi, Liliana Tasso, Massimiliano Gramenzi, Orfeo Zaffiri, Massimiliano Petrelli, Carlo Scopelliti, Ivano Casolaro, Sara Casolaro, Luca Palladino, Roberto Amato, Stefano Brasca, Pompeo Maugeri, Silvana D'Andrea, Diana Eugeni Le Quesne, Robert Le Quesne, Pietro Marinelli.

Molti hanno inviato anche un messaggio personale.

Luigi de Panfilis

Caro Peppe,

il dolore della tua perdita è grande e non è facile accettarlo. Ti parlo come se fossi ancora con noi perché in effetti in me sei sempre presente.

La nostra è stata un'amicizia e una collaborazione che è durata per quasi tutta la nostra vita lavorativa e di essa conservo un ricordo prezioso e appagante. Ci siamo conosciuti nei primi anni novanta nella scuola media Virgilio dove entrambi avevamo alcune ore di insegnamento. Ci siamo capiti subito: gli stessi interessi, lo stesso spirito di dedizione alla scuola, la stessa curiosità per le novità informatiche di cui entrambi coglievamo le potenzialità per il nostro lavoro quotidiano.

Allora è cominciata la nostra collaborazione, la costruzione del nostro percorso di crescita in ambito informatico, spinti da una curiosità intellettuale che ci ha fatto spendere tanto tempo in confronti e nella costruzione di

ipotetici percorsi applicativi. Sì, perché questa è stata la nostra forza: non semplice acquisizione di concetti e abilità nuove, ma la continua ricerca della loro applicazione in ciò che per noi era fondamentale. E i nostri sforzi erano volti alla ricerca di percorsi formativi da utilizzare in ciò che era la nostra stella polare: far crescere i ragazzi a noi affidati in modo da formare uomini con certezze morali e culturali adatte al tempo che vivevano.

E questo lavoro insieme che ci ha completato a vicenda e ci ha gratificato con l'acquisizione di specifiche abilità, ha indirizzato il nostro percorso professionale verso prospettive di grande interesse. Ed è per tutto questo che siamo stati i primi, nella provincia di Pescara, ad avere affidati nelle nostre scuole i laboratori informatici finanziati dal Ministero della Pubblica Istruzione.

Lavorare con te è stato appagante e sono convinto che senza la tua presenza e il tuo contributo difficilmente avrei potuto raggiungere risultati che hanno impreziosito la mia professione. Ma la cosa che insieme abbiamo colto e cercato di mettere in atto è stata la necessità di far vivere il nostro entusiasmo e la nostra conoscenza in tutti coloro che lavoravano nelle istituzioni scolastiche. E qui abbiamo costruito percorsi formativi che hanno dato la possibilità di trasmettere a tanti nostri colleghi tutto il nostro entusiastico sapere. E questo sempre nell'ottica di far crescere gli alunni a noi affidati nella consapevolezza che l'adeguata conoscenza fosse irrinunciabile base per un loro soddisfacente futuro. Questo abbiamo costruito insieme, nei nostri impegnativi incontri spesso protrattisi fino a tarda ora, dopo le giornate di lavoro, ma sempre nell'entusiasmo di un confronto costruttivo e appagante.

Sei stato per me come un fratello, oltre che collega illuminato, con cui poter affrontare qualunque tema nella certezza di essere l'uno per l'altro un costante riferimento.

Avevamo caratteri diversi e di te ricordo la calma e la capacità di affrontare i problemi con lucidità e competenza senza forzature, nel rispetto delle reciproche opinioni.

Renata Santarossa

È molto difficile per me parlare di una persona cara che ci ha lasciato da poco più di una settimana. Peppe per me è una persona cara, pertanto preferisco ricordarlo scrivendogli una lettera.

Caro Peppe,

per me è come se ti avessi conosciuto da sempre, i lontani ricordi sono episodici ma lucidi. Ti ho conosciuto al Congresso Nazionale Mathesis di Caserta, (28-31 ottobre 1997), e subito ti sei fatto notare: la tua fisicità imponenete mi intimoriva, ma la tua esposizione scientifica mi catturava. Le tue idee innovative, mettevano in difficoltà i cultori della tradizione, eri già proiettato in avanti di almeno dieci anni. Abbiamo cominciato a lavorare insieme nel 2011, io ero dirigente in provincia di Varese e tu, mi chiedesti di scrivere una attività di geometria per un Master telematico proposto dall'Università di Teramo. Nello stesso anno mi affidasti la presidenza della commissione d'esame del master in presenza, presso una scuola, sede di appoggio, a Savona. La nostra conoscenza cominciava a prendere forma, si sostanzava di telefonate per l'organizzazione dell'attività, il format di compilazione, la documentazione, la registrazione dei candidati..., insomma..., posso dire che mi sono subito resa conto della serietà con cui ti sei dedicato al tuo lavoro e della severità con cui sceglievi i tuoi collaboratori. E' una severità che ho sempre apprezzato e condiviso, perchè trova le sue radici nel rigore della tua formazione scientifica. Intanto che il tempo passa, da dottore ricercatore diventi presidente dell'APAV, una creatura che ti sei adottata e che vive con te come la tua terza figlia. Dopo tanto tempo ci ritroviamo ad organizzare il Convegno Nazionale/Scuola di Formazione di Rimini nel 2018, in cui mi hai proposto di essere direttore del corso di formazione. Abbiamo lavorato a distanza per oltre due mesi, abbiamo

messo a confronto le nostre esperienze scolastiche, quelle vissute e quelle riferite dai docenti, abbiamo letto e corretto parola per parola tutte le relazioni, la locandina, il programma, il testo da pubblicare, tutto deve essere perfetto, nulla è affidato al caso. Questa esperienza ci ha avvicinato emotivamente e mi ha fatto conoscere la parte migliore di te, ma anche quella più ingombrante, che tieni rigorosamente custodita: la tua gentilezza. Dopo questa avventura mi hai proposto di far parte del direttivo APAV, abbiamo lavorato per organizzare la seconda scuola estiva a Pizzoferrato, il corso di formazione in fisica presso la facoltà di Architettura dell'università di Napoli, poi la terza scuola estiva a Pescasseroli. Quante giornate trascorse al telefono!! Ti ho sentito vicino come un fratello e ho avuto modo di apprezzare la carica umana che permeavano i tuoi discorsi e quella determinazione che caratterizzava le sue decisioni. Ho conosciuto il gigante buono che è in te. Come per un diamante la vita ti ha levigato dando luce all'amore, alla tenacia, alla serietà che hanno connotato il tuo essere padre, insegnante, amico. Questo è quanto lasci in eredità alla tua famiglia, ai tuoi studenti ed ai tuoi amici fratelli, affinché possano affrontare questa vita e continuare a viverla ispirandosi al tuo esempio. Oggi che non riesco ad ascoltarti al telefono, oggi che le nostre vite sono cambiate e tu chissà dove sei e che cosa stai facendo, ti ringrazio per la tua amicizia e ti saluto non potendoti abbracciare.

Ezio Sciarra

Beppe non era solo nostro amico amato ed apprezzato, era anche parte integrante della nostra comunità scientifica universitaria, cui ha dato un grande contributo di sapere e di organizzazione. Profondo cultore delle discipline matematiche e informatiche, aveva anche una spiccata versatilità didattica che ha messo a disposizione della Scuola e

dell'Università facendosi apprezzare da schiere di allievi riconoscenti. Il tratto della sua personalità riscuoteva l'affetto di tutti per la sua affidabilità e lealtà, generosità e comunicativa, competenza ed impegno. Il suo amore per la famiglia e la sua passione di padre emergevano in ogni circostanza e noi tutti vicini alla famiglia lo abbracciamo con affetto portandolo sempre dentro di noi.

Antonio Maturo

Abbiamo fatto l'università insieme, poi 33 anni fa abbiamo deciso di fondare la sezione Mathesis di Pescara. Da oltre 10 anni abbiamo deciso di incrementare le attività della Mathesis di Pescara e abbiamo organizzato insieme una serie di circa 20 iniziative fra convegni nazionali e internazionali e scuole estive. Mentre le altre associazioni hanno in genere una sola persona che coordina tutto, noi siamo riusciti a fare un gruppo paritario di 4 persone (Peppe Manuppella, Agostino Zappacosta, Paolo Rotondo, Antonio Maturo), con caratteristiche diverse e complementari, legate da profonda amicizia, in cui ognuno era necessario agli altri, e tutti si dividevano il lavoro secondo le proprie caratteristiche e competenze.

Nel 2016 Peppe Manuppella ha rilevato l'APAV, l'ha curata in tutti i dettagli con la massima passione, riuscendo a risolvere tutte le infinite difficoltà burocratiche. Voleva una rivista dedicata alla "didattica pratica" che fosse lontana dalle "elucubrazioni dei docenti universitari" e nel 2018 abbiamo

fondato Mondo Matematico e Dintorni per la scuola del primo ciclo.

Ha organizzato con passione nel 2017 e 2018 due scuole estive per il primo ciclo a Pizzoferrato e una nel 2019 a Pescasseroli, pubblicando tutte le conferenze in una serie di libri chiamati “Quaderni dell’APAV”.

Nel 2019 riunendo le Mathesis di Pescara e Chieti abbiamo fondato la Mathesis Abruzzo ed è stato Peppe ad occuparsi di tutti gli adempimenti necessari per ottenere il riconoscimento come associazione.

Fino all’ultimo, dall’ospedale mi mandava messaggi per concludere il Quaderno dell’APAV n. 5, della scuola estiva di Pescasseroli. Voleva che si facesse presto perché non voleva far aspettare i partecipanti. Il libro è stato mandato dallo stampatore, ma bloccato dalla crisi sanitaria del coronavirus. Purtroppo, però, Peppe non ha potuto avere la soddisfazione di vederlo pubblicato.

Il senso dell’amicizia di Peppe era veramente notevole. Di fronte ad iniziative che non condivideva, dopo qualche brontolio iniziale, si impegnavo subito al massimo per realizzarla nella maniera migliore. Sono riuscito persino a fargli organizzare un corso di ballo con l’APAV!

Dopo la scomparsa di Peppe, di fronte ai problemi burocratici e organizzativi di Mathesis Abruzzo e dell’APAV, mi ritrovo a pensare “adesso telefono a Peppe per risolverli insieme...”. Mi sembra impossibile e assurdo che Peppe non ci sia.

Ferdinando Casolaro

Ringrazio Franco Eugeni e Antonio Maturo per avermi fatto conoscere un Uomo di così elevato spessore umano, con il quale ho avuto l'onore di collaborare nei due decenni del terzo millennio. A quante persone, aprendogli il cuore, non si legge nulla di nuovo oltre a ciò che esprime dal viso, per la lealtà e la trasparenza che ha sempre caratterizzato i rapporti con tutti? Di sicuro nulla si leggerebbe nel cuore del carissimo amico Peppe Manuppella che non sia già stato espresso verbalmente o dalla limpidezza del suo animo.

Ho conosciuto Peppe all'inizio degli anni Novanta e dal 1997 è iniziato un percorso di collaborazione insieme ad Antonio Maturo, con l'organizzazione di convegni, ed a Franco Eugeni con l'organizzazione dei master per docenti di ogni indirizzo. Nel triennio 2017-2019, periodo della mia presidenza alla sezione Mathesis di Napoli, ho avuto la possibilità di pubblicare le risultanze e le lezioni tenute ai Corsi di Formazione docenti presso il Dipartimento di Architettura dell'Università di Napoli Federico II solo per la generosità e la competenza di Peppe.

I Corsi di Formazione, espletati anche come Scuole Estive annuali, hanno visto la partecipazione di docenti di ogni parte del territorio nazionale, ai quali il prof. Manuppella aveva dato il proprio numero di cellulare e veniva continuamente contattato per spiegazioni e dettagli. Le tematiche affrontate sono state raccolte e pubblicate in sei volumi, tre per il Primo Ciclo e tre per il secondo Ciclo (uno per ogni anno e per ogni Ciclo), a cura dell'Accademia Piceno Aprutina dei Velati (APAV) presieduta dal prof. Giuseppe Manuppella, che si è

prodigato con grande altruismo ed entusiasmo - e senza alcun compenso - a divulgare tutte le attività espletate, in collaborazione, dalle sezioni Mathesis di Napoli, Pescara e Castellammare di Stabia.

Un commosso pensiero è espresso dalla mia famiglia che lo ha conosciuto e ne ha apprezzato le doti umane e professionali; in particolare i miei figli, Ivano e Sara con il marito Luca Paladino, sono stati allievi ai Master, da lui organizzati e conservano oggi anche il capitale dei suoi insegnamenti.

Mario Mandrone

Il 23 maggio 2020 è venuto a mancare il prof. Giuseppe Manuppella. In questo momento di vuoto e di smarrimento mi sono chiesto quando ho conosciuto Giuseppe. E la risposta è stata: non lo so. È come se lo avessi conosciuto da sempre, tanto è stata la consuetudine che ci ha legato in questi ultimi pochi anni. Punto di riferimento per il suo equilibrio, per la sua saggezza, per la sua visione. La sua semplicità nei modi e la profondità di pensiero lo rendevano punto di riferimento, leader agli occhi di tutti noi. Ho sempre apprezzato di Giuseppe il metodo di lavoro: poco appariscente, molto profondo, mai affrettato, estremamente lucido. La lucidità, la determinazione, la puntualità con cui lavorava sono sempre stati di stimolo e di esempio per tutti. Da un punto di vista umano, se mi è consentito, ne ricordo la modestia, la discrezione, la signorilità, la gentilezza, i sani principi morali e professionali, la sensibilità d'animo, il senso antico dell'onestà,

doti proprie degli spiriti eletti. Mai potremo dimenticare l'incoraggiamento, l'incessante aiuto, la sua umana comprensione, la solidarietà che ha sempre mostrato nei nostri confronti, la sua profonda esperienza. Ed è per questo che Giuseppe rimarrà ricordo indelebile nella nostra vita e nei nostri cuori, giusta ricompensa per chi, nella scuola, ha operato con fiducia ed elevato senso di responsabilità.

Grazie, caro Peppe, per l'ulteriore arricchimento dell'immenso capitale umano da noi acquisito e che ci hai trasmesso in tanti anni di vicinanza e di collaborazione.

Annamaria Viceconte

Ho conosciuto Peppe ad uno dei tanti convegni Mathesis, cui ho partecipato con il gruppo di Bruno Rizzi e Franco Eugeni. È nata, quindi, una bellissima amicizia, fondata sulla stima e l'affetto reciproco, che si è andata rafforzando nel corso degli anni. Anche se lontani, ci sentivamo spesso e a me, che ho sempre pensato di essere una "prestata" alla matematica, ha insegnato molto, soprattutto nel campo dell'Informatica, quando questa è entrata a far parte della didattica e al tempo della collaborazione per il sito dell'APAV, specie per il settore dedicato ai film utili per la didattica. Ultimamente, circa un anno e mezzo fa, avevamo ripreso a sentirci assiduamente perché mi aveva coinvolto in un progetto per le scuole elementari. Inizialmente poteva sembrare burbero, ma, imparando a conoscerlo, non si poteva far a meno di volergli bene ed apprezzarlo per la sua smisurata competenza. L'ultima volta che l'ho chiamato è

stato il 19 marzo scorso per il suo onomastico; era appena tornato a casa dall'ospedale ed era notevolmente affaticato, ma speranzoso. Poi la triste notizia. Mi ha colto impreparata come succede quando se ne va una persona con la quale hai condiviso una parte della tua vita e della tua esperienza. Ciao Peppe.

Antonia Travaglione

Sono senza parole. Ci eravamo sentiti più volte alcuni mesi fa. Una persona garbata, sempre gentile. Come è potuto succedere? Condoglianze alla famiglia colpita da questo grande dolore.

Luca Tallini

Caro Franco, a me la notizia della scomparsa di Peppe ha fatto una grande tristezza, (mi ricordo la sua bella persona e il suo entusiasmo). Come dici tu, hai/avete/abbiamo, fatto tante cose insieme che, in ogni modo, hanno portato, e ancora portano, innovazioni all'Università di Teramo, e non solo. Un caro saluto dal tuo affezionato.

Luigi Pruneti

Pongo sul suo sepolcro una fronda di acacia ricordando ciò che scrisse Agostino, ricordando sua madre: " I morti non

sono degli assenti ma degli invisibiliche guardano con i loro occhipieni di luce i nostri, colmi di lacrime.

Raffaele Mascella

Carissimo Franco, questa notizia non ci voleva proprio. Quante cose fatte assieme ho ricordato e continuo a ricordare. Avverto gli amici di Teramo.

Giovanni Grelli

Caro Franco , a nome di tutti i nostri consoci ti prego di far pervenire alla famiglia del nostro amato Peppe, che ci guarda dalle Valli Celesti, le nostre condoglianze. Ci mancherà la sua pacifica e rassicurante mole e il suo grande contributo alla divulgazione dei nostri principi. I nostri Aladino ed Enrico, ne tracciano un ricordo a nome di tutti.

Aladino De Paulis

Parlare di un “caro estinto” non è facile, perché si corre il rischio che il sentimento abbia il sopravvento sulla ragione e quindi sull’obiettività di giudizio. Tale pericolo è superato quando si ricorda il nostro fraterno amico Peppe Manuppella. Oltre ad una profonda stima reciproca che ha caratterizzato per anni, nella lunga carriera universitaria, la nostra leale collaborazione c’era un sentito affetto fraterno, elemento

basilare base del nostro rapporto, personale e associativo. Il suo cuore generoso non aveva limiti. Era direttamente proporzionale al suo aspetto fisico. Colpivano di Peppe l'altruismo e l'umanità, che rappresentavano la stella polare della sua condotta di vita. Sempre pronto a sostenere chi soffriva e a giustificare chi era in errore. Di ogni circostanza, anche la più difficile, vedeva, senza pregiudizi il lato migliore. Con la sua dipartita la famiglia ha perso un marito e un padre esemplare, agli amici è venuto meno un affettuoso legame e il mondo della cultura, il nostro in particolare, ha subito la perdita di un valido esponente. Addio, caro amico Peppe! Ti ricordiamo tutti con rimpianto.

Enrico Massetti

Non è semplice ricordare un vero fratello che ha oltrepassata quella strettissima porta che conduce alla valli celesti. La sua persona, fisionomia, aspetto, sorriso, voce, il suo modo di essere, ironia, benevolenza, generosità, il suo animo più riposto rimarranno nella nostra memoria e nei nostri nostalgici ricordi. Rimarrà costruttore, pietra indistruttibile della costruzione dei saperi, cementata dalla calce della nostra fratellanza. La nostra nostalgia lo farà rivivere ed essere sempre presente nei nostri lavori, assemblee, convegni, discorsi ma anche nelle nostre agapi, ricordandolo ai suoni cristallini dei nostri calici. Sentirlo vivere ancora fra di noi sarà nuova speranza e sincera fede in ciò in cui lui credeva.

Luca Nicotra

Purtroppo ebbi modo di conoscere il prof. Giuseppe Manuppella soltanto un anno fa, in occasione della creazione delle due Riviste dell'AFSU da me dirette. È stata soltanto una conoscenza telefonica, ma sufficiente a farmi capire lo spessore intellettuale e umano di "Peppe", perché così, pur non essendoci mai incontrati personalmente, si presentava a me nelle frequenti telefonate che mi faceva. Il presentarsi con il suo nome soltanto, anzi quello "ridotto" per gli amici (che fra l'altro è lo stesso di quello di mio fratello) stabiliva senza alcun indugio un inaspettato rapporto di confidenza amicale e uso qui questo termine, in luogo del più comune "amichevole", proprio per mettere in evidenza l'aggettivazione più strettamente vincolata al concetto di amico. Amichevole è chi si comporta da amico, amicale è chi invece ha un comportamento effettivamente da amico. E "Peppe" era tale con me, pur non conoscendoci di presenza. E come accade con gli amici, mi capitò di avere con lui lunghe discussioni su come gestire le due nuove Riviste dell'AFSU (il «Bollettino» e il «Periodico di Matematica»), durante le quali trovammo accordi sostanziali ma anche qualche divergenza di punti di vista, che ci qualificarono come due "ossi duri", entrambi non disponibili a rinunciare alle proprie convinzioni. Non mi piacciono le persone che "per amore della quiete" rinunciano facilmente alle proprie idee. Peppe era come me, a questo riguardo. E pur non condividendo alcune sue idee, lo apprezzai molto per la passione e la forza con cui le sosteneva. Ma ebbi anche modo di comprendere quanto ampie e profonde fossero le sue conoscenze informatiche e quanto

totalizzante fosse la sua dedizione all'insegnamento, vissuto come una missione, rammentandomi la figura di mio Padre. Quando Franco Eugeni mi diede la notizia della sua malattia, mi rattristai molto, perché sapevo che purtroppo non avrebbe avuto scampo. Ma non immaginavo che la sua dipartita sarebbe avvenuta così presto e all'improvviso.

Diana Eugeni Le Quesne

Ricordo un pranzo di tanti anni fa, avevo forse 4-5 anni, c'era un omone: era Peppe, l'amico di Papà. Ci siamo trovati a Teramo, per i due anni che ho tenuto l'insegnamento di Design, a Scienze della Comunicazione, e qualcosa anche ai Master. Affettuoso, paterno, amico di Papa, un'amicizia che mi tranquillizzava. Ciao Peppe, ci mancherai.

Alessandro Vicerè

Il sole ha perso un raggio di luce, ma il suo ricordo resterà sempre impresso nella memoria di ognuno di noi. RIP.

Pio Lo Giudice

Con le nostre condoglianze alla famiglia. I nostri soci. Nicola Baldarotta: «Ritroveremo le sue energie nei nostri incontri e sarà con noi nei nostri convegni». Gabriella Sercia: «Che la terragli sia lieve». Francesco Lo Giudice: «Lo

ricorderemo nelle nostre riunioni». Salvatore Aloia: « Condogliaze vivissime». Enrico Tiepidino: « Ha postato un ramo d'acacia sulla chat. Mario Minaudo: «Condoglianze alla famiglia».

Lino Mungari

Caro Franco, apprendo con profondo rammarico che non è più con noi l'amico Prof. Giuseppe Manuppella. Lo avevo sentito, telefonicamente, un paio di mesi fa, per quei progetti da condividere con lui, te e il mio mentore Ezio Sciarra. Ti prego di porgere il mio cordoglio e vicinanza di tutti i membri della nostra accademia ai suoi cari in generale e a suo figlio Fabio, l'informatico, in particolare.

Eugenio Ponte

Apprendo con tristezza la notizia della scomparsa del prof. Giuseppe Manuppella, che ho avuto il piacere di conoscere ed ascoltare nell'occasione di un Convegno all'Università di Teramo. Ricorderò sempre la sua competenza e spontanea gentilezza.

Maurizio Volpe

Il carissimo Peppe, l'estate scorsa, mi chiese di fare delle foto di un particolare luogo dell'Aquila - se non trasformato

dal terremoto - che gli ricordava un momento speciale della vita da studente vissuto assieme alla sua Maria. È questo l'ultimo ricordo che ho di Lui e mi sento felice del privilegio che, con quella richiesta, involontariamente mi concesse. Mi fece infatti scoprire la sensibilità e la delicatezza che si nascondeva dentro quell'omone generoso e bonario che in tanti abbiamo conosciuto ed apprezzato.

Carlo e Fabiola Dezi

È venuto a mancare un anello della Catena. Condoglianze alla famiglia.

Luciano Corso

Conobbi Giuseppe qualche anno fa durante un congresso della Mathesis nazionale. Mi resi subito conto della sua affabilità e della sua passione per la cultura scientifica che interpretava come fonte di conoscenza sostanziale per l'uomo. In particolare, la Matematica era per lui la base di ogni argomentazione razionale riguardo il sapere umano. Nulla è convincente, se non si parte da un processo esplicativo ben posto e ordinato nel suo sviluppo sequenziale. Giuseppe fece di questo suo modo di interpretare il rapporto con la cultura umanistica una regola di vita e me ne accorsi presto avendo modo di seguirlo anche nelle sue capacità organizzative che manifestò durante i congressi e i convegni di cui si fece spesso promotore o concreto sostenitore. Qui, oltre all'uomo colto, trasversalmente colto, apparvero anche le sue doti tecniche e procedurali, le sue competenze. Curava ogni processo nel

minimo dettaglio e non lasciava nulla in sospeso. Apprezzai in lui l'amministratore razionale di ogni struttura collegiale afferente alle attività di aggiornamento scientifico e didattico e compresi quanto fosse alta la sua attenzione perché tutto funzionasse al meglio, senza possibilità che qualcuno potesse mettere in discussione la validità di quanto da lui svolto. Anche in occasione della nascita della «Federazione Italiana Mathesis» si prodigò con consigli utili e si rese disponibile a collaborare per la buona riuscita del progetto federale mettendo, in particolare, la sua competenza informatica per la gestione del sito web della neonata associazione al servizio di tutti.

Seguono molte firme di accademici del progetto, parecchi dei quali hanno firmato con il solo nome. Ecco le firme: Oreste Fania, Rita Gilletti, Rita, Fabio Colica, Claudio Bramanti, Orazio Borgia, G. Thelema, Aurelio Labate, Antonio Battaglia, Luigi, Theodora Grazia Marletta, Rosa Veccia, Cettina Antonella Privite, Domenico la Spada, Daniele Comparon, Rosaria, Max Buonocore, Tony, Angelo Claudio Ottavio, Francesco. Due membri dell'Accademia Progetto uomo, hanno inviato il messaggio personale : Miceli e Selby

Marcello Miceli

Ricordo il professore Giuseppe con emozione e affetto. Che riposi in pace come la sua anima merita. Sentite condoglianze alla famiglia.

Selby

Che il Signore accolga il nostro amato Collega.

È morto Giulio Giorcello, matematico e filosofo della scienza

La libertà del laico

Luca Nicotra*

* Ingegnere e giornalista, Direttore responsabile del «Bollettino dell'Accademia di Filosofia delle Scienze Umane», del «Periodico di Matematica» e di «ArteScienza»; luca.nicotra1949@gmail.com.

Sunto: Il 15 giugno 2020, in seguito a complicazioni sorte dopo il ritorno a casa dall'ospedale dove da marzo era ricoverato per aver contratto il Covid-19, è morto nella sua casa di Milano Giulio Giorcello, matematico e filosofo della scienza. In questa nota alcuni ricordi personali dell'autore, che ebbe il privilegio di avere con lui diversi contatti in occasione di importanti eventi culturali.

Parole Chiave: Giulio Giorcello, relativismo, Bruno de Finetti.

Abstract: On 15 June 2020, following complications that arose after returning home from the hospital where he had been hospitalized since March for contracting Covid-19, Giulio Giorcello, a mathematician and philosopher of science, died at his home in Milan. In this note, some personal memories of the author, who had the privilege of having several contacts with him during important cultural events.

Keywords: Giulio Giorcello, relativism, Bruno de Finetti.

Il 15 giugno, in seguito a complicazioni sorte dopo il ritorno a casa dall'ospedale, dove da marzo era ricoverato per aver contratto il Covid-19, è morto nella sua casa di Milano Giulio Giorrello, matematico e filosofo della scienza.

1 - Ricordi personali

Personalmente ebbi l'onore di conoscerlo nel 2005 quando a Fulvia de Finetti suggerii di rivolgerci a lui per la pubblicazione, nella collana "Scienza e Idee" da lui diretta per la casa editrice Cortina, di un prezioso dattiloscritto del padre Bruno intitolato *L'invenzione della verità*, già pubblicato nel 1934 dall'Accademia dei Lincei ma del tutto dimenticato e trascurato.

Non conoscevamo personalmente Giorrello nè io nè Fulvia. Da sfrontato quale sono obbligai quasi la timida Fulvia a presentarci a lui dopo una sua conferenza tenuta al teatro Palladio di Roma. Aveva appena finita la conferenza e stava per dileguarsi fra le quinte del teatro, quando, raccogliendo tutto il nostro coraggio della disperazione, salimmo sul palco e lo fermammo. Appena capì di trovarsi davanti la figlia di Bruno de Finetti, si mostrò subito molto interessato e avemmo l'occasione di apprezzare la sua grande disponibilità e il suo humour quasi anglosassone. L'opera "dimenticata" di Bruno de Finetti, di cui gli parlammo, riscosse subito l'interesse di Giorrello, grazie al quale è stata riportata all'attenzione degli studiosi di tutto il mondo. Io curai la digitalizzazione del dattiloscritto e la revisione di alcune forme letterarie ormai

obsolete presenti nel testo, proprio su richiesta esplicita del prof. Giorello. L'amico prof. Giordano Bruno, allievo di de Finetti e legato a lui da particolari vincoli di amicizia, ha curato assieme a Giorello, l'Introduzione al volume, che nel 2006, in occasione del centenario della nascita di Bruno de Finetti, fu finalmente degnamente pubblicato nella collana diretta da Giorello.



Fig. 1 - Giulio Giorello.

Altre occasioni di contatto con lui si sono ripetute in occasione delle celebrazioni annuali della morte sul rogo di Giordano Bruno (il filosofo) che il 17 febbraio si tengono annualmente a Campo de' Fiori a Roma e alle quali Giorello partecipava quasi sempre.

Nel 2007 ebbi poi, assieme a Fulvia de Finetti, un'altra importante occasione di incontro con Giorello: l'invito a partecipare come relatore al "Festival della Scienza 2007" a Genova, con la relazione *La parte sommersa dell'iceberg de Finetti*.

L'anno dopo, nel 2008, fu pubblicato dall'editore Belforte di Livorno (su suggerimento dell'amico matematico Giordano Bruno) il volume *Bruno de Finetti: un matematico scomodo*, da me ideato e scritto assieme a Fulvia de Finetti, prima biografia completa mondiale del grande matematico italiano. L'uscita del libro fu accolta con grande interesse da Giorcello che mi telefonò per complimentarsi personalmente e annunciarmi che lo avrebbe recensito dedicandogli una intera pagina del Corriere della Sera, cosa che avvenne il 29 dicembre 2008 con un lungo articolo dal titolo: *Il padre del relativismo. Matematico scomodo, rifiutò di fare della scienza un idolo. Irredentista, fascista della prima ora, simpatizzò con il '68*.

2 - La carriera

Allievo di Ludovico Geymonat (il matematico-filosofo che ha fondato la scuola italiana di filosofia della scienza), Giulio Giorcello conseguì presso l'Università degli Studi di Milano prima la laurea in filosofia, nel 1968, e poi l'altra in matematica, nel 1971. Insegnò dapprima meccanica razionale presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università degli Studi di Pavia, per poi passare alla Facoltà di Scienze presso l'Università degli Studi di Catania, a quella di Scienze Naturali presso l'Università degli Studi dell'Insubria e infine al Politecnico di Milano. Ricoprì la cattedra di Filosofia della Scienza presso l'Università degli Studi di Milano; fu inoltre Presidente della SILFS (Società Italiana di Logica e Filosofia della Scienza). Diresse la collana "Scienza e idee" di Raffaello

Cortina Editore e collaborò, come elzevirista, alle pagine culturali del quotidiano milanese “Corriere della Sera”.

Vinse la IV edizione del Premio Nazionale Frascati Filosofia 2012. Fu attivo in rassegne culturali, assieme allo scrittore Luca Gallesi.

3 - Le ultime riflessioni di Giorello sul covid-19

Sono a casa¹

Sono stato ricoverato per coronavirus il 27 marzo 2020, più precisamente alle 11.43. All’inizio mi è sembrato un brutto colpo; ma poi, fin dai primi giorni, mi è sembrato giusto prenderlo come l’inizio di una battaglia, una resistenza sempre più decisa alle insidie di questo nuovo male così sconosciuto. Sotto questo profilo la degenza al Policlinico di Milano, e una sua breve prosecuzione all’Istituto Maugeri, sono state anche un pretesto per conoscersi meglio. La mia eggenza è terminata il giorno di mercoledì 17 maggio. Adesso sono a casa mia, e guardo compiaciuto i miei libri come una presenza familiare di cui continuamente mi rallegro. Ma non c’è solo questo: pur in una giornata climaticamente piuttosto triste come quella di oggi, continuo a provare un senso di liberazione. Sono infatti a casa mia e quella che contemplo è la mia libreria, ricca dei tanti volumi che ora ho l’occasione di riprendere in mano. Sotto questo profilo è una gioia e un’occasione. Peraltro, abito a via Francesco Sforza 28. Ora so che anche questo è stato (e a lungo!) un oggetto del desiderio. E non c’era solo questo. La vita di

¹ Dalla newsletter *Sono a casa* de «la Lettura» del “Corriere della Sera” - 4 giugno 2020.

ospedale comporta tutta una serie di restrizioni che talvolta possono sembrare, anche se magari giustificate, forme di oppressione. La lontananza dai propri cari, l'isolamento, l'impossibilità di parlare «con chi è fuori» hanno finito per costituire una sorta di alienazione, certo temperata dalla attenzione del personale infermieristico e medico; ma sempre più di difficile sopportazione. Quello che io temo maggiormente oggi è una sorta di «stato medico» che vada, in nome della necessità, ben oltre il rispetto del paziente. Per carità, non come se questo fosse un disegno prestabilito ma una conseguenza magari perversa e non voluta di uno stato di necessità. Ed è questo il banco di prova non solo delle autorità mediche, ma anche dei nostri politici. Pensando ai quali non mi sento troppo ottimista.

Il senso delle guerre²

Eccome se ho combattuto. Contro un nemico invisibile e insidioso come il coronavirus: sono stato ricoverato due mesi, sessanta interminabili giorni. Mi sento un reduce che non ha indossato né uniforme né camice. Eppure, se devo dire la verità, io questo nemico lo continuo a vedere in forma metaforica. Perché con un nemico tradizionale tu puoi trattare, cambiare strategia, attendere. Con la malattia non puoi fare niente del genere. Non scendi mai a patti. Quindi, per certi versi, la guerra al Covid, come a qualsiasi altra malattia, resta una bella metafora. Questa idea di guerra contro nemici globali e «simbolici» si è fatta strada dopo il secondo conflitto mondiale. Perché non indirizzare le grandi risorse, anche umane, per nuove «guerre» contro i mali che affliggono i vari popoli del mondo? Perché non parlare di una «guerra alla droga»,

² Dalla newsletter Il senso delle guerre de «la Lettura» del “Corriere della Sera” - 7 giugno 2020.

per esempio? O alla «povertà»? Al «sottosviluppo»? Attenzione: questo punto è delicato. È sufficiente identificare il nemico con «la fame del mondo», con la «povertà generalizzata»? E che tipo di «soldati» e di «ufficiali» occorre modellare per essere realmente efficaci? Non sono domande facili: il non rispondervi o il cercare risposte improvvisando rischia non solo lo spreco di buona volontà, di una gran massa di risorse, ma (nel caso peggiore) la estituzione delle «vecchie guerre», che ci sono ormai fin troppo familiari perché «così facili da combattere».

4 - Gli affetti

Così lo ricorda la moglie Roberta Pelachin da lui sposata il 12 giugno dopo una lunga convivenza:

Caro Giulio,

nella casa c'erano solo libri e quaderni scritti a mano per appunti e testi da pubblicare. Nessun computer, nessuna connessione a Internet, nessuna televisione. Nessun mondo artificiale. Il tuo era pieno di parole rivolte ad ascoltatori attenti e coinvolti nelle conferenze o chiacchiere tra amici nelle cene.

Spesso ti mostravi dentro alle parole scritte nei tanti libri e articoli intorno a temi che hai trattato con spirito libero. Eri profondamente aperto anche verso chi era diverso da te nel pensiero, ma che apprezzava il tuo senso critico come il Cardinal Martini.

Dal coronavirus eri guarito ma la ripresa era faticosa e lenta. Così abbiamo deciso di accorciare i tempi del nostro matrimonio e regalarci una giornata di gioia (qui il racconto di quella giornata). Sposarsi online è stato buffo e al contempo formale con il cellulare interconnesso ai

*protagonisti dell'evento incastrato nella libreria stracolma.
Volevamo condividere il tempo che ci restava da vivere,
insieme. Era il 12 giugno. Ma tre giorni sono un nulla. Il 15
te ne sei andato.*

Ti abbraccio forte, amore mio.

5 - Opere

Saggi di storia della matematica. Milano: FER, 1974.

Il pensiero matematico e l'infinito. Milano: UNICOPLI, 1982.

Lo spettro e il libertino. Teologia, matematica, libero pensiero. Milano: A. Monda.

Le ragioni della scienza, con Ludovico Geymonat, con la partecipazione e un'appendice di Fabio Minazzi. Roma-Bari: Laterza, 1986.

Filosofia della scienza. Milano: Jaca Book, 1992.

Europa universitas. Tre saggi sull'impresa scientifica europea, con Tullio Regge e Salvatore Veca. Milano: Feltrinelli, 1993.

Introduzione alla filosofia della scienza. Milano: R.C.S. libri & grandi opere, 1994.

Quale Dio per la sinistra? Note su democrazia e violenza, con Pietro Adamo. Milano: UNICOPLI, 1994.

La filosofia della scienza nel XX secolo, con Donald Gillies. Roma: Bari, Laterza, 1995.

Lo specchio del reame. Riflessioni su potere e comunicazione, con Roberto Esposito, Carlo Sini e Danilo Zolo. Ravenna: Longo, 1997.

Epistemologia applicata. Percorsi filosofici, a cura di e con Michele Di Francesco. Milano: CUEM, 1999.

I volti del tempo, a cura di e con Elio Sindoni, Corrado Sinigaglia. Milano: Bompiani, 2001.

Prometeo, Ulisse, Gilgameš. Figure del mito. Milano: Cortina, 2004.

Di nessuna chiesa. La libertà del laico. Milano: Cortina, 2005.

Dove fede e ragione si incontrano?, con Bruno Forte. Cinisello Balsamo: San Paolo, 2006.

La libertà della vita, con Umberto Veronesi. Milano: Cortina, 2006.

Il decalogo. I dieci comandamenti commentati dai filosofi, II, Non nominare il nome di Dio invano, con Gabriele Mandel, con CD. Milano: Albo Versorio, 2007.

La scienza tra le nuvole. Da Pippo Newton a Mr Fantastic, con Pier Luigi Gaspa. Milano: Cortina, 2007.

Kos. Rivista di medicina, cultura e scienze umane, Vol. 4: Dio, Patria e Famiglia (con Massimo Cacciari e Carlo Maria Martini. Milano: Editrice San Raffaele, 2000.

Libertà. Un manifesto per credenti e non credenti, con Dario Antiseri. Milano: Bompiani, 2008.

Il peso politico della Chiesa, con Francesco D'Agostino. Cinisello Balsamo: San Paolo, 2008.

Viaggio intorno all'Evoluzione (con E. Sciarra, F. Eugeni, C. Venturelli), a cura di R. Mascella. Zikkurat: Edizioni&Lab, 2008.

Harsanyi visto da Giulio Giorello e Simona Morini (con Simona Morini). Milano: Luiss University press, 2008.

Lo scimmione intelligente. Dio, natura e libertà (con Edoardo Boncinelli). Milano: Rizzoli, 2009.

Ricerca e carità. Due voci a confronto su scienza e solidarietà, con Carlo Maria Martini. Milano: Editrice San Raffaele, 2010.

Introduzione a Apostolos Doxiadis e Christos H. Papadimitriou, Logicomix. Parma: Guanda, 2010.

Lussuria. La passione della conoscenza. Bologna: Il Mulino, 2010.

Senza Dio. Del buon uso dell'ateismo. Milano: Longanesi, 2010.

Il tradimento. In politica, in amore e non solo. Milano: Longanesi, 2012. Premio Nazionale Rhegium Julii Saggistica.

La filosofia di Topolino, con Ilaria Cozzaglio. Parma: Guanda, 2013.

Noi che abbiamo l'animo libero. Quando Amleto incontra Cleopatra, con Edoardo Boncinelli. Milano: Longanesi, 2014.

Ricordo di Giulio Giorello

Ezio Sciarra*

* Già professore ordinario di Metodologia delle Scienze Sociali
Membro dell'Accademia di Filosofia delle Scienze; Umane – www.afsu.it

Sunto: Presentiamo alcuni ricordi di percorsi comuni e una sintesi delle opere più significative dell'opera di Giulio Giorello.

Parole Chiave: Epistemologia – Evoluzione – Libertà laica -Ateismo

Abstract: We present some memories of common paths and a summary of the most significant works of Giulio Giorello's work.

Keywords: Epistemology - Evolution - Secular freedom - Atheism

È scomparso a settantacinque anni a Milano il 15 giugno scorso Giulio Giorello, epistemologo, matematico, filosofo morale, tra gli intellettuali più acuti che hanno alimentato il dibattito culturale della nostra generazione. Come membri della comunità degli epistemologi accademici delle Università di Teramo, di Chieti-Pescara, de L'Aquila vogliamo ricordarlo dialogare con noi come amico disinteressato e leale quanto interlocutore indipendente e sincero nei nostri convegni regionali, in particolare agli inizi del 2000 quando ricoprì la carica di Presidente della "Società Italiana di Logica e Filosofia della Scienza". I temi affrontati in tavole rotonde sollevarono un dibattito critico sull'evoluzionismo che coinvolgeva i

vincoli della natura e la libertà umana, nuclei centrali della sua riflessione che sollecitavano i nostri interessi. Ne nacque una pubblicazione a più voci, a cui portai dall'Università di Chieti-Pescara la mia sensibilità epistemologica di metodologo delle scienze sociali e gli amici di Teramo, Eugeni e Mascella, la loro di matematici e informatici applicati alle scienze umane e sociali (Giulio Giorello, Ezio Sciarra, Franco Eugeni, Claudio Venturelli, *Viaggio intorno all'Evoluzione*, a cura di Raffaele Mascella, Zikkurat: Edizioni, 2008).



Fig. 1 – Giulio Giorello.

Nello stesso 2008 uscì un volume di Giulio Giorello e Dario Antiseri, che presentava con voci diverse, da un lato l'ateo protestante e dall'altro il credente problematico, una comune difesa della libertà sullo sfondo della crisi della ragione forte e degli autoritarismi totalitari del Novecento (Giulio Giorello, Dario Antiseri, *Libertà. Un manifesto per credenti e non credenti*, Milano: Bompiani, 2008). Ne nacque un coinvolgimento approfondito nei nostri dibattiti perché Antiseri era stato anche lui molto presente nelle nostre Università come mio maestro e amico, favorendo anche la presenza di Giorello come interlocutore privilegiato.

Su questa circolazione di proposte culturali e di dialogo tra amici voglio sviluppare un mio ricordo partecipe su temi affrontati con Giorello e Antiseri negli incontri da me organizzati presso l'Università di Chieti-Pescara, come a Teramo da Franco Eugeni, ed a L'Aquila da Simone Gozzano, nella partecipazione incrociata di docenti delle tre Università.

Giorello si era qualificato da tempo come alfiere del pensiero illuminista e libertino, laico di nessuna chiesa, relativista contro ogni dogma, pluralista contro ogni monopolio autoritario, sostenitore della libertà della ricerca scientifica trasversale, rivoluzionaria contro ogni principio codificato, indipendente da ogni vincolo e potere, forza etica emancipatrice da qualsiasi condizione servile. Libertà laica da ogni chiesa non significava per Giorello solipsismo, ma solidarietà attiva di ogni spirito libero per uno stato laico dei diritti per tutti nella battaglia quotidiana delle libertà contro il dispotismo. In questo modo Giorello traduceva, nell'etica libertina e illuminista del ribelle per lo stato di diritto, la battaglia di giustizia sociale che il suo maestro Ludovico Geymonat, di cui aveva preso la cattedra di Filosofia della Scienza all'Università statale di Milano, aveva trovato nella rivoluzione ispirata dal materialismo dialettico marxista leninista (Giulio Giorello, *Di nessuna chiesa. La libertà del laico*, Milano: Cortina, 2005).

Giorello condivideva la teoria dell'evoluzione naturale darwiniana, secondo cui le specie biologiche e l'uomo sopravvivono e si formano adattandosi all'ambiente, sotto la pressione di variazioni casuali e selezioni dovute alle forze della natura.

Per Giorello occorre rinunciare all'antropocentrismo proprio dell'aspettativa che la natura sia retta da un dio che agisce provvidenzialmente a favore dell'uomo e anche all'antropomorfismo di un dio che crea l'uomo e la natura secondo un disegno intelligente. Riconoscere che l'uomo e gli organismi viventi sono plasmati dal gioco delle forze della natura è pari al trauma provato con la presa di consapevolezza che la terra non era più ferma al centro dell'universo, ma era un pianeta qualsiasi che girava intorno a una stella qualsiasi neanche di prima grandezza come il sole.

L'origine dell'uomo e delle forme biologiche si spiega sempre più con la selezione naturale della pressione ambientale filtrata dal caso. L'uomo è posto tra caso e necessità, tra variazioni indeterminate e condizionamenti determinati. La sua libertà non è un dono scontato, ma una scelta di azioni possibili tra i vincoli della natura, con cui l'uomo si costruisce giorno per giorno come prodotto delle sue scelte, agendo secondo le regole della natura ma anche contro di esse (Edoardo Boncinelli, Giulio Giorello, *Lo scimmione intelligente. Dio, natura e libertà*, Milano: Rizzoli, 2009).

Giorello abbandona progressivamente l'agnosticismo iniziale ed opta per l'ateismo, a cui non giunge attraverso argomentazioni razionali e deduzioni logiche, che ritiene inconcludenti sia per dimostrare l'esistenza che l'inesistenza di Dio. Infatti non propone un ateismo ontologico ma metodologico. Propone una simulazione mentale per provare a vivere come se Dio non ci fosse e sperimentare se è possibile vivere meglio, ossia più liberi rispetto ad ogni dispotismo. Giorello ritiene riuscito il suo esperimento mentale con

l'approdo all'ateismo metodologico che libera l'uomo dall'uso oppressivo dell'ipotesi di Dio come fondamento ultimo di certezze morali, di verità scientifiche indubitabili, di un ordine assoluto della natura, di leggi e politiche autoritarie. Eliminando Dio come via dogmatica di sensatezza di ogni nostra attività, sperimentiamo la libertà di dare un senso al mondo senza la prigionia di fondamentalismi (Giulio Giorello, *Senza Dio. Del buon uso dell'ateismo*, Milano: Longanesi, 2010).

Giorello opta per la visione di Pascal di una condizione umana contingente e relativa, di instabilità e incertezza, che non può contare su verità assolute ma su una ragione limitata da illusioni, immaginazioni, errori, perché l'uomo è immerso anche nel mare delle passioni, delle abitudini, dell'inconscio, sospeso nella contraddizione tra lo spirito che pensa l'infinito e il corpo finito mortale. Via di mezzo posto dalla natura nell'abisso tra infinito e finito, tra il tutto e il nulla, l'uomo può affidare la sua dignità solo al valore della propria coscienza soggettiva e alla libertà del proprio pensiero, che scommette sulla probabilità delle sue scelte. Pascal scommette sull'alternativa di decidere di vivere come se Dio ci fosse oppure come se Dio non ci fosse, secondo una simulazione mentale che Giorello ha ripreso per approdare all'ateismo metodologico. Pascal invece nella sua simulazione scommette che Dio esiste, per la preferenza logica che, se si vince, si vince tutto il bene infinito, mentre se si perde non si perde nulla. Il Dio di Pascal non è il Dio razionale dei filosofi e della scienza, ma il Dio della fede cristiana che soccorre l'infelicità mortale e la miseria tra gli uomini, il dio che accoglie con amore incondizionato e perdona con misericordia infinita,

consolando nell'intimo l'infelicità umana riscattata dalla fratellanza tra gli uomini e dalla promessa di immortalità.

La scommessa di Pascal è condivisa da Antiseri, che come Giorello privilegia Pascal per la condizione esistenziale dell'uomo (Dario Antiseri, *Come leggere Pascal*, Milano: Bompiani, 2005). Da Pascal a Popper per Antiseri la filosofia e la scienza hanno concorso a dissolvere le certezze della condizione umana delineando un universo di contingenza, di relatività, di incertezza probabilistica, di razionalità del dubbio. La nostra libertà è connessa al fallibilismo costitutivo della conoscenza umana che invita ad accettare il relativismo delle prospettive e il rispetto delle prospettive relative degli altri, nel pluralismo del dialogo democratico e della discussione critica per competere, nel senso di cercare insieme, la soluzione dei problemi comuni (Dario Antiseri, *Liberi perché fallibili*, Rubbettino: Soveria Mannelli, 1995).

Antiseri dunque condivide con Giorello l'irriducibilità della libertà ed una epistemologia relativistica, probabilistica, contingente, in cui siamo liberi di sbagliare con le nostre congetture provvisorie e le nostre correzioni provvisorie degli errori. Ma condividendo tanto nel comune riferimento a Pascal e Popper si situano su posizioni diverse nelle scelte di fede. Antiseri ritiene di giustificare sulla razionalità del dubbio motivi per credere come Pascal, specie dopo il fallimento novecentesco delle grandi narrazioni, delle grandi ideologie a fondamento dei totalitarismi e delle pretese spiegazioni assolute. Sul piano scientifico si affermano il relativismo in fisica, il pluralismo di logiche incommensurabili nelle matematiche, gli scarti casuali nell'evoluzione biologica. Tuttavia restano insopprimibili domande di senso sulla vita e

sul mondo che la filosofia continua a porre pur senza avere risposte, mentre la scienza ha risposte parziali, rivedibili, ipotetiche. Quando nessuna spiegazione trova un fondamento, alla ragione resta il dubbio aperto anche alla via del mistero, uno spazio problematico per la fede. Il credente e l'ateo senza dubbi non hanno argomenti per le loro opposte prospettive, che si equivalgono se pretendono di fondarsi su dimostrazioni assolute. In un universo di contingenza la fede trova il suo spazio nella problematicità del mistero, proprio come una possibilità della razionalità del dubbio (Dario Antiseri, *Credere. Dopo la filosofia del XX secolo*, Roma: Armando Editore, 1999). Scrivendo insieme un manifesto per la libertà rivolto a credenti e non credenti Giorello ed Antiseri possono nutrire un rispetto reciproco per le loro diverse scelte di fede, perché assumono le loro posizioni su una libertà di pensiero non fondamentalista che risponde a scelte metodologiche. Giorello intende mostrare un buon uso dell'ateismo con un esperimento mentale che fa a meno di Dio per meglio difendere la libertà di tutti gli uomini dal dispotismo, e soprattutto per neutralizzare l'uso ideologico di Dio per imporre assoluti agli uomini. Antiseri intende mostrare che la libertà degli uomini dal dispotismo è resa possibile proprio dalla problematica scommessa della fede cristiana dell'amore di Dio per gli uomini e tra gli uomini.

Elogio della matematica

Nessun altro studio richiede meditazione più pacata: nessun altro meglio induce ad esser cauti nell'affermare, semplici ed ordinati nell'argomentare. Precisi e chiari nel dire; e queste semplicissime qualità sono sì rare che possono bastare da sole ad elevare, chi ne è dotato, molto al di sopra della maggioranza degli uomini. Perciò io esorto a studiare la matematica pur chi si accinge a divenire avvocato o economista, filosofo o letterato: perché io spero e credo non gli sarà inutile saper bene ragionare e facilmente esporre.

Alessandro Padoa

(Discorso pronunciato in occasione della distribuzione dei premi agli alunni delle scuole regie e civiche di Pinerolo, 28 marzo 1908, Pinerolo. Tipografia Chiantone – Mascarelli, pp. 16-18).

Giulio Giorello, ricordo personale

Franco Eugeni*

* Già professore ordinario di Filosofia della Scienza e
Presidente dell'Accademia di Filosofia delle Scienze; Umane – www.afsu.it

Sunto: *Di Giulio Giorello, epistemologo e matematico italiano, ricordiamo la sua partecipazione ad eventi vari delle Università d'Abruzzo.*

Parole Chiave: *Epistemologia – Evoluzione – Paradigma indiziario – Sherlock Holmes – Comics.*

Abstract: *About Giulio Giorello, Italian epistemologist and mathematician, we remember his participation in various events of Abruzzo's Universities.*

Keywords: *Epistemology - Evolution - Clue paradigm - Sherlock Holmes – Comics*

Con Giulio Giorello ho avuto, da molti anni, interessanti scambi culturali, trasformatisi in simpatica amicizia. Giulio Giorello, laureato sia in Filosofia che in Matematica, vinse la cattedra di Matematiche Complementari, per passare successivamente a Filosofia della Scienza, sulla Cattedra del suo Maestro Ludovico Geymonat, nel 1978. Iniziammo ad incontrarci più volte nel periodo in cui io sono stato al Politecnico di Milano, con i comuni amici Cesare Stevan, allora preside della Facoltà di Architettura del Politecnico,

Fabrizio Schiaffonati e Fabio Mercanti, illustri professori di quell'Ateneo.

Ti colpiva nell'amico Giulio la competenza che metteva in tutti i suoi interventi. Altre caratteristiche la modestia e la curiosità per temi apparentemente anche salottieri, come quelli da lui mostrati per il personaggio Sherlock Holmes e per Topolino.¹



Fig. 1 – Giulio Giorcello.

Nella collana “Scienze ed Idee” di Raffaello Cortina Editore, da lui diretta, vi sono due volumi di Colin Bruce, un fisico inglese e divulgatore scientifico, dedicati a Sherlock

¹ Vi potete immaginare la sua grande curiosità, in uno dei nostri primi incontri a casa mia, quando gli misi davanti agli occhi i primi numeri del Topolino giornale del 1935, (Casa ed. Nerbini) e in particolare i due numeri (precisamente nn.4,5) nei quali, per una causa in corso con la Disney, la testata divenne Topo Lino, e al posto del classico Mickey Mouse vi era un simpatico alternativo topolino verde. Poi la Nerbini vinse la causa con la Disney, per mancanza di diritti sui Comics, e la testata tornò ad essere normale. Quindi la Nerbini fu comproprietaria del personaggio Topolino, che cedette alla Mondadori nel primissimo dopoguerra.

Holmes. Sono racconti cosiddetti “apocrifi”, cioè non scritti da Sir Arthur Conan Doyle, nei quali per comprendere il “giallo” occorre o comprendere un fatto scientifico, ad esempio come funziona il “Pendolo di Foucault”, per un delitto della “camera chiusa”, oppure una questione di logica, magari legata proprio a quel reverendo Thomas Bayes, che è oggi considerato il fondatore di una filosofia Bayesiana tanto amata dallo stesso Giulio e dal grande Bruno de Finetti, creatore e divulgatore della probabilità soggettiva, e del quale Giulio era grande estimatore.

Raffaele Mascella ed io andammo una volta a Milano per realizzare una intervista a Giulio proprio sul tema Sherlock Holmes, che a noi tutti interessava per il sottofondo del “paradigma indiziario”, tema comune di molteplici settori. Del resto io stesso avevo scritto due volumetti di critica e racconti inediti² su Sherlock Holmes nel 2002, che avevano attirato molto la curiosità di Giulio, specie per il capitolo del falso Sherlock Holmes tedesco, che grazie ai



Fig. 2 - Giulio Giorrello, Ilaria Cozzaglio, *La filosofia di Topolino*, Parma, Guanda editore, 2013.

² Franco Eugeni, Leo Marchetti, *Sherlock Holmes, il grande Detective internazionale. Raccolta di pastiches, inediti, parodie, cronologie e osservazioni*, vol. I pp. 1-218 e vol. II pp. 219-438, Ed. Panfilis, Iasi (Romania), 2002.

tipi della Casa Editrice Nerbini diviene il falso Petrosino Italiano.

Quando, su consiglio suo e di Ezio Sciarra, io decisi di passare dalla Cattedra di Matematiche Complementari a quella di Filosofia della Scienza, la mia Facoltà chiese un parere di tre professori ordinari di Filosofia della Scienza che furono appunto Giulio Giorello, Silvano Tagliagambe ed Ezio Sciarra.

Giulio è stato ospite mio e di Raffaele Mascella a Teramo e di Ezio Sciarra a Chieti in più occasioni.

Altro interessante volume della collana “Scienza ed Idee”, da lui diretta, è l’opera postuma di Bruno de Finetti dal titolo *L’invenzione della verità*, pubblicata nel 2006. L’opera fu scritta nel 1934, ma rimase inedita e fu riscoperta dalla figlia di de Finetti, Fulvia, che assieme ad un altro mio grande amico,³ l’ing. Luca Nicotra, la sottoposero a Giulio Giorello, che appunto ne decise la pubblicazione, integrando l’opera con una ampia introduzione, scritta a quattro mani dallo stesso Giulio e dal collega Giordano Bruno, introduzione estremamente interessante, come lo è anche il loro glossario che appare alla fine dell’opera. Presentammo questo lavoro in

³ Oltre al sito specifico su “Bruno de Finetti” si può consultare il sito della nostra Accademia di Filosofia delle Scienze Umane, in www.afsu.it/settori/matematica/i Personaggi della *M.*, gestito appunto dall’ing. Luca Nicotra, dove alla voce Bruno de Finetti troverete ampie notizie sullo Scienziato, ed è scaricabile l’intera raccolta di Nicotra, sulle opere principali di de Finetti di interesse probabilistico. Vi è anche il volume Fulvia de Finetti-Luca Nicotra, *Bruno De Finetti, un matematico scomodo* Ed.Belforte (2008) e la relativa recensione sul volume scritta da Giulio Giorello.

Abruzzo nel 2007, in un viaggio itinerante di Giulio, Giordano Bruno, Ezio Sciarra, Raffaele Mascella ed io stesso, precisamente nelle tre Università di Teramo, Chieti-Pescara e L'Aquila. A L'Aquila fummo ospiti per la presentazione, presso l'antico Palazzetto di Nobili, del collega di Filosofia della Scienza prof. Simone Gozzano ed avemmo con noi il prof. Dario Antiseri, uno dei più illustri decani della Filosofia della Scienza italiana e la collega prof.ssa Luigia Berardi, allora ordinaria di Geometria a L'Aquila. Giulio esprime il desiderio di passare una mezza giornata ad Ascoli Piceno, città del resto legata alla mia infanzia. Con tutto il gruppo itinerante, visitammo rapidamente la città, specialmente la parte medioevale, con sosta d'obbligo nel famoso Caffè "Meletti" - uno degli antichi caffè italiani ancora esistenti, in quella Piazza del Popolo, vero gioiello della città - con una serena chiacchierata filosofica che riempì di energia quel nostro pomeriggio. Ancora ricordo la giornata organizzata dalla Facoltà di Veterinaria dell'Università di Teramo nell'occasione delle manifestazioni della città di Castelbasso, giornata dedicata a Darwin, voluta dal rettore Mauro Mattioli e gestita dai proff. Barbara Balboni e Raffaele Mascella. Dopo una rappresentazione teatrale organizzata dal collega Claudio Venturelli, ebbe luogo una tavola rotonda sul personaggio Charles Darwin, gestita da Mascella che pose precise domande agli intervenuti: Claudio Venturelli, Giulio Giorello, Franco Eugeni, Ezio Sciarra. Il tutto è stato esposto in Raffaele Mascella (a cura di), *Viaggio attorno all'Evoluzione*, Ziqqurat ed. (2009).⁴

⁴ Il volumetto è citato nell'elenco delle opere di Giulio Giorello su Wikipedia, che è un elenco dei volumi prodotti e dove, tuttavia, non

Con Giulio mi sono trovato a condividere due punti importanti. Intanto l'idea del paradigma indiziario, che nasce dalla nostra passione comune per il personaggio Sherlock Holmes, idea , a nostro avviso da diffondere perché ben più presente di quanto non sembri a prima vista nelle azioni sociali dell'uomo. La seconda idea è relativa allo stato dell'arte del credere. La questione è ritenere se la natura sia retta da un dio che agisce in modo provvidenziale a favore dell'uomo, o se il tutto sia retto dal caso. In termini più scientifici si tratta dell'alternativa del disegno intelligente, contrapposto al gioco delle forze della natura derivanti dall'ordine naturale che nasce dalle condizioni di equilibrio dell'intero cosmo. Sono due atti di fede entrambi. Abbiamo condiviso la scelta dell'ordine naturale prodotto dal caso, magari con motivazioni personali diverse, ma è stato un bellissimo confronto.

appaiono tantissimi articoli di Giulio Giorcello, alcuni dei quali andrebbero riscoperti.

Profili biografici degli Autori

Franco Eugeni (Teramo) – eugenif3@gmail.com

Coordinatore PHD. Già professore ordinario di Discipline Matematiche e di Logica e Filosofia della Scienza in varie Università (Modena, L'Aquila, Chieti, Milano, Roma). È stato presidente nazionale della Società Italiana di Matematica e Fisica "Mathesis", direttore di dipartimento e delegato rettorale per la Didattica. È membro onorario della "Romanian Society for Fuzzy Systems" a Iasi. Direttore dei periodici telematici «Ratio Mathematica», «Eiris (Epistemologia dell'Informatica e Ricerca Sociale)», «SEM Bollettino dell'AFSU, Vol. I (1), 2018.(Skills for Economic Management)», «Divulgazione della Scienza e della Filosofia». È stato Presidente dell'Accademia Piceno Aprutina dei Velati (APAV, fondata nel 1598). È presidente dell'Accademia di Filosofia delle Scienze Umane (AFSU). È condirettore dei periodici «Science & Philosophy» e «Bollettino dell'AFSU» ed è fondatore della rinata rivista "Periodico di Matematica", dopo 100 anni dalla sua chiusura nel 1918. È membro dei Consigli Scientifici delle Riviste «Italian J. of Applied Mathematics» e «J.of Interdisciplinary Mathematics». È stato membro dei Consigli Scientifici dei «Rendiconti di Matematica» e del «Journal of Optimization and Economic Science». È Commendatore della Repubblica e professore onorario nell'Università A. Cuza di Iasi (Romania). Per le ricerche vedasi il sito Research Gate.

Luca Nicotra (Roma) – luca.nicotra1949@gmail.com

Ingegnere meccanico e giornalista pubblicista. Autore di circa 300 articoli, tecnici e di divulgazione scientifica, e di vari libri fra cui Bruno de Finetti: un matematico scomodo, la prima biografia mondiale del grande scienziato. Ha svolto attività di ricerca nel campo della trasmissione del calore e nel settore dei sistemi di guerra elettronica. Esperto di sistemi computerizzati per la progettazione e produzione meccanica. È Presidente dell'Associazione Culturale "Arte e Scienza", membro onorario dell'Accademia Piceno Aprutina dei Velati (APAV) e dell'Accademia di Filosofia delle Scienze Umane (AFSU), membro del comitato scientifico

della rivista «Science & Philosophy», fondatore e direttore responsabile dei periodici «ArteScienza», «Bollettino dell'Accademia di Filosofia delle Scienze Umane», «Periodico di Matematica». Direttore editoriale della casa editrice UniversItalia. Per le ricerche si veda il sito Research Gate.

Ezio Sciarra (Chieti) - ezsciarra@gmail.com

Coordinatore PHD. Già Professore Ordinario di Filosofi a della Scienza e Metodologia delle Scienze Sociali. È stato preside di facoltà. Ha operato nelle Università di Teramo, Chieti e L'Aquila. È membro dell'Accademia Piceno Aprutina dei Velati (APAV).e dell'Accademia di Filosofia delle Scienze Umane (AFSU).

Francesco Speranza (Milano, 4/10/1932 – Parma, 19/12/1998) .

Si laureò in matematica all'Università di Pavia nel 1954 (22 anni) come alunno del Collegio Ghisleri. Dal 1954 al 1958 è assistente incaricato nell'università di Bologna alla Cattedra del prof. Mario Villa, i in questa uni fu assistente ordinario e professore incaricato nei corsi di Geometria analitica e di Geometria proiettiva fino al 1967 . Dopo una breve esperienza a Messina,dove ebbe come allievo Mario Giofriddo, che dfopo di lui creò una scuola di Teoria dei grafi. Speranza dal 1969 è stato professore di Geometria e poi di Matematiche complementari all'Università di Parma.

Alberto Trotta (Salerno) - albertotrotta@virgilio.it

Professore di Matematica e Fisica nelle Scuole Secondarie. Ha partecipato, specialmente come relatore a numerosi congressi nazionali indetti dalla Società Italiana di Matematica e Fisica “Mathesis”, della quale è stato presidente di sezione. Membro dell'Accademia di Filosofia delle Scienze Umane (AFSU). – Segretario di Redazione.

Norme per gli autori

Vengono qui riportate le principali norme editoriali che devono essere applicate dagli Autori per la redazione degli articoli. Una versione dettagliata ed esauriente è consultabili nel sito dell'AFSU.

VIRGOLETTE

A) Si scrivono tra virgolette basse o caporali all'interno del testo (« ») (« si ottiene mantenendo premuto Alt e componendo 174 sul tastierino numerico; » si ottiene mantenendo premuto Alt e componendo 175 sul tastierino numerico) :

- le citazioni quando non troppo lunghe (da valutarsi caso per caso) e inserite in modo tale da integrare lo stesso testo (parole fatte proprie dall'Autore);
- i discorsi diretti;
- le testate di periodici («L'Espresso»).

Ricordiamo che il punto fermo va generalmente fuori dalle virgolette (».), anche se all'interno c'è già un punto interrogativo, esclamativo o i puntini di sospensione; va invece all'interno delle virgolette quando la citazione o il discorso diretto (specie in narrativa) non è introdotto dai due punti, ovvero quando la citazione o la frase è preceduta da un punto.

B) Si scrivono tra virgolette alte o doppi apici (" "):

- le citazioni all'interno di citazioni. Esempio: Platone scrisse: «Un giorno Socrate disse: "Questo è un uomo"»;
- le parti pensate quando vanno distinte dal discorso diretto. Esempio: "Devo andare via" pensò Luigi tra sé e sé mentre intanto le diceva: «Resta, parliamo ancora»;
- le parole o frasi evidenziate in quanto:
- usate in senso ironico o prescindendo dal loro significato letterale (esempio: i "poveri" statunitensi possiedono soltanto un'automobile ciascuno);
- usate per esprimere un concetto particolare (il concetto di "rinascita", l'idea del "bello");
- di uso comune alle quali si vuole dare una particolare enfasi (da usare con moderazione);
- espressioni figurate o gergali (sciopero "a singhiozzo");
- le testate dei quotidiani ("la Repubblica");
- titoli di capitoli o parti di libri citati (nel capitolo "Aristotele nel Medioevo" parleremo di...);
- titoli di convegni, seminari, conferenze o interventi;

- denominazioni aggiunte a scuole, associazioni, musei, ecc. (il Conservatorio di Musica “Giuseppe Verdi”, il Circolo culturale “Cesare Pavese”, il liceo statale “Giacomo Leopardi”, l’ospedale “Sandro Pertini”, ecc.; ma: l’Accademia di Brera, il Teatro alla Scala).

C) Le virgolette singole o apici semplici (‘ ’) non si usano mai, a eccezione della citazione all’interno di un discorso già tra apici doppi o di una scelta specifica e coerente in se stessa da parte dell’autore, specie se esperto di italianistica o linguistica.

D) Per esprimere minuti e secondi si usano le stanghette dritte (Bartali giunse a 1'45" da Coppi).

E) Per gli apici doppi e l’apice singolo (quest’ultimo ricorrente prevalentemente come apostrofo o elisione) utilizzare quelli tipografici o aggraziati, e non le stanghette dritte (“ ” e non " "; ‘ e non ').

SOTTOLINEATO

Il sottolineato non si usa mai; se c’è va sostituito con il corsivo. Non utilizzare mai insieme corsivo e sottolineato.

GRASSETTO

Il grassetto non si usa mai nel corpo testo, eventualmente soltanto nei titoli.

CORSIVO

Si scrivono in corsivo:

- i titoli di libri (italiani o stranieri), articoli di giornale e di rivista, brani poetici, racconti, opere d'arte, brani musicali, film, trasmissioni radiofoniche e televisive;
- le parole straniere quando non sono di uso comune nella lingua italiana (esempi: *Weltanschauung*, *cherchez la femme*; ma: film, festival, computer (da notare che la punteggiatura che segue il corsivo resta in tondo!);
- le denominazioni scientifiche delle scienze naturali;
- in alcuni contesti particolari, termini tecnici o specialistici;
- i titoli di brani musicali, tranne l'indicazione strumentale e il numero d'opera. Esempi: Sonata in la minore per pianoforte K. 310; Quinta Sinfonia in do minore op. 67; Sonata quasi una fantasia in do minore Al chiaro di luna per pianoforte n. 14 op. 27 n. 2 (N.B.: i vari elementi del titolo seguono sempre l'ordine indicato in questi esempi). I sottotitoli e le arie vanno in corsivo con l'iniziale maiuscola quando non sono quelli originali. Esempi: Patetica, La donna è mobile;
- i nomi propri di aeroplani, navi e divisioni militari.

PAROLE STRANIERE

Le parole straniere entrate nell'uso comune vanno in tondo e non prendono la desinenza del plurale. Esempi: i film, i box, i pub e non: i films, i boxes, i pubs.

CONGIUNZIONI "E", "ED"

Si usa sempre "e" ma si usa "ed" davanti a parola che inizia con "e".

PREPOSIZIONI "A" "AD"

Si usa sempre "a" ma si usa "ad" soltanto davanti a parola che inizia con "a".

RIFERIMENTI A NOTE

I numeri di rimando alle note devono essere scritti come apici di seguito al termine cui si riferiscono se non vi sono segni di punteggiatura. In caso contrario, devono essere scritti come apici di seguito al segno di punteggiatura. Esempi:

coltura¹

coltura;¹

coltura,¹

coltura:¹

coltura.¹

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

I riferimenti bibliografici seguono lo standard APA (Autore, anno di pubblicazione). I riferimenti bibliografici nel testo comprendono entro la parentesi tonda il cognome dell'autore e l'anno di pubblicazione:

(Eugeni & Ruscio, 2004)

Nella bibliografia posta a fine articolo, invece:

Eugeni Franco, Ruscio Edoardo (2004). *Carlo Forti, allievo di Niccolò Fergola, ingegnere sul campo*. Teramo, Edilgrafital.

Lo standard APA prevede, nella bibliografia, l'indicazione del cognome dell'autore seguito dalla iniziale puntata del nome. Per evitare casi di omonimia (per es. Raffaele Bombelli, Rocco Bombelli) e per maggiore informazione nelle ricerche bibliografiche che si intendessero seguire, preferiamo indicare per esteso anche i nomi degli autori come nell'esempio sopra riportato..

Per maggiori dettagli si rimanda alle norme di citazioni bibliografiche APA consultabile nel sito dell'AFSU.