

Le congetture sulla forma dell'universo

Franco Eugeni * - Alberto Trotta**

* Già professore ordinario di Filosofia della Scienza.

** Professore di Matematica e Fisica presso IISS "S. Caterina da Siena-
Amendola" Salerno

Sunto. In questo articolo vengono riportate alcune delle tappe del percorso che è stato fatto da cosmologi, fisici teorici e matematici al fine di elaborare un modello teorico generale in grado di descrivere l'universo in modo unitario e coerente e di stabilirne la "forma".

Parole Chiave: Universo, teorie, varietà differenziabili, dimensioni.

Abstract: This paper is a report about conjectures and theories proposed by cosmologists, theoretical physicist and mathematicians in order to develop a general theoretical model, capable of describing the universe in a unitary and coherent way and of establishing its "shape".

Key words: Universe, theories, differential manifolds, dimensions.

1 - Introduzione

Enorme è la difficoltà di elaborare un quadro coerente dell'universo che tenga pienamente conto di una molteplicità di elementi quali ad esempio la gravitazione e la teoria quantistica. Nell'indagine sulle dimensioni nascoste dell'Universo, ci si chiede fino a che punto, possono spingersi i ricercatori, in assenza di una qualsiasi prova di carattere

fisico? La stessa domanda può essere posta ai teorici delle stringhe, impegnati a mettere a punto, una teoria completa della natura purtroppo in assenza di riscontri empirici. È come esplorare una caverna oscura e profonda senza avere la più pallida idea della sua conformazione. Cimentarsi in una esplorazione in condizioni così sfavorevoli può sembrare una follia.

2 - La ricerca ha inizio

Iniziamo la nostra esplorazione partendo da un lavoro (Bertotti, 1980, p. 33) del 1948 di Hermann Bondi e Tomas Gold, nel quale è stato asserito che le leggi della fisica non possono essere indipendenti dalla struttura dell'universo e viceversa la struttura dell'universo non può che dipendere dalle leggi della fisica, ne consegue che vi può essere una situazione stabile e autoperpetuantesi. In tal caso si può supporre che le proprietà e l'aspetto dell'universo siano le stesse non solo da posto a posto, ma anche da istante a istante, ipotesi che va sotto il nome di "*principio cosmologico perfetto*". Qui non staremo a sostenere che tale principio sia vero o se è una ipotesi di lavoro, ma affermiamo che se esso non vale, la scelta della variabilità delle leggi fisiche diventa così ampia che la cosmologia non può più essere ritenuta una scienza. In frangenti come questo la matematica può venirci in soccorso, visto che in passato il suo utilizzo ha comportato il raggiungimento di notevoli risultati. Cominciamo con lo studio dello spazio, la cosa apparentemente più ovvia e più evidente, ma che è forse la più misteriosa e difficile da intuire. È notorio che lo spazio fisico sia un ente dotato di proprietà,

quindi non un semplice contenitore e neppure un oggetto solo numerico. Nello spazio infatti si muovono le masse, si trasmette la luce ed esso ospita anche il fermento degli stati virtuali della meccanica quantistica. Inoltre ha la proprietà di potersi ripiegare su sè stesso rinchiudendosi. Altre proprietà sono quelle espresse nelle equazioni della relatività generale. Una fra tutte è la sua metrica: la quantità che determina la scala delle distanze. È la metrica infatti che definisce il tipo di geometria, che ha tale spazio e, applicandola, ci fornisce tutte le informazioni delle quali abbiamo bisogno per stabilirne la sua forma. Una volta che si è dotati della capacità di eseguire misure possiamo determinare con grande precisione la piattezza dello spazio, come pure la deviazione dalla piattezza ovvero la sua curvatura, che è la cosa più interessante di tutte. Cominciamo ad evidenziare che per molto tempo lo spazio fu ritenuto tridimensionale e che solo all'inizio del XX secolo si passò ad una concezione quadridimensionale aggiungendo alle tre dimensioni spaziali una dimensione temporale. Fu Einstein che abbandonata l'idea di un universo stazionario, che per un certo periodo l'aveva affascinato, con la teoria della relatività riuscì a rivoluzionare il nostro modo di concepire lo spazio e il tempo non più intesi come entità assolute, ma relative. Einstein diede una descrizione geometrica del tempo e dello spazio e la geometria di riferimento non fu né la geometria di Euclide né la geometria analitica di Dessectiunes René ma la geometria differenziale di Gauss e di Riemann (la geometria delle varietà differenziabili a n dimensioni, con curvatura e metrica locali) la quale divenne la chiave della soluzione dei suoi problemi, trovandosi egli alle prese con l'idea di uno spazio curvo quadridimensionale, cioè di uno

spazio-tempo che non fosse parte o come suol dirsi “fosse immerso” in uno spazio più grande. Riemann avendo messo a punto una cornice concettuale esattamente come la concepiva Einstein, portò lo stesso Einstein a dichiarare, con una certa audacia, che la geometria di Riemann fosse in perfetto accordo con la fisica della gravità. Inoltre Einstein non solo riconobbe che lo spazio-tempo poteva essere descritto nei termini della geometria di Riemann, ma si rese conto che la sua stessa fisica poteva essere influenzata dalla geometria dello spazio-tempo. Così, proprio perché disponeva del tensore metrico di Riemann, stabilì la forma e le altre proprietà (la geometria, in altre parole) dello spazio-tempo, secondo questa nuova concezione e scrisse le sue equazioni facendo uso del calcolo tensoriale, al quale era stato introdotto da Grossman¹, e la sintesi tra geometria e fisica è rappresentata dalla famosa equazione di campo di Einstein:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$$

la quale costituisce il cuore della teoria generale della relatività ed esprime il fatto che la geometria dello spazio-tempo ($G_{\mu\nu}$, il tensore di curvatura di Einstein) è determinata dalla distribuzione della materia e dell'energia ($T_{\mu\nu}$, il tensore stress-energia), dove G è la costante di Newton che caratterizza l'intensità della gravità. In altri termini, la materia e l'energia dettano la curvatura dello spazio e questo mostra che la gravità, ovvero la forza che stabilisce la forma del cosmo su grande scala, può essere considerata una sorta d'illusione dovuta alla curvatura dello spazio e del tempo. Il tensore metrico della teoria Riemanniana, non solo

descriveva la curvatura dello spazio-tempo, ma descriveva anche il campo gravitazionale della teoria di Einstein. A questo punto possiamo dire che mentre la relatività speciale aveva unificato spazio e tempo attraverso la definizione dello spazio-tempo, la successiva teoria generale della relatività unificava spazio e tempo con materia e gravità. Questa fu una svolta concettuale decisiva. Se ora prendiamo in esame uno spazio privo di massa, cosa possiamo dire in relazione all'equazione di campo di Einstein? Un caso speciale, proprio di tale questione, era stato considerato dal matematico Eugenio Calabi anche se vi si era accostato da una prospettiva puramente matematica.¹ La questione che affronta Calabi risulta essere intimamente legata alla teoria della relatività generale e alla domanda se può esserci gravità nel nostro Universo, anche se lo spazio è vuoto, ossia se è totalmente privo di materia, possiamo rispondere affermativamente solo se Calabi è nel giusto. Nel 1977 fu dimostrata la congettura di Calabi da Shing-Tung Yau (Yau, Nadis, 2019). Pertanto possiamo rispondere positivamente alla domanda : nel vuoto vi è gravità? La curvatura rende possibile la gravità in assenza di materia? E gli spazi di Calabi-Yau soddisfano l'equazione di Einstein in caso di assenza di materia? Tali spazi chiamati varietà di Calabi-Yau sono soluzioni delle equazioni differenziali di Einstein. È intuibile che per descrivere gli spazi di Calabi-Yau sono necessarie molte equazioni. Questi spazi sono delle varietà differenziabili a variabili complesse, di difficile intuizione², si dice che sono con spinore armonico non

¹ Le varietà iperkähler definite da Eugenio Calabi nel 1978.

² Per maggiori dettagli vedere l'argomento geometria differenziale in "Enciclopedia del Novecento"

nullo e sono privi di simmetria globale, ma sono dotati di simmetrie interne interessanti. Gli spazi di Calabi-Yau trovano applicazioni essenzialmente nell'ambito della fisica teorica e in particolare in un modello della teoria delle stringhe, che postula che l'universo debba avere una forma del tipo di un prodotto cartesiano $M \times V$ di due varietà, dove M è una varietà quadridimensionale (lo spazio-tempo) e V una varietà di Calabi-Yau compatta a tre dimensioni complesse (6 dimensioni reali).

Fu la ricerca di una nuova "teoria del tutto" che portò i teorici delle stringhe ad ipotizzare spazi del genere. Nel 1995, Edward Witten mostrò che tutte le cinque teorie delle stringhe (Yau, Steve, 2019) rappresentavano aspetti diversi di una medesima teoria sovrastante, che chiamò M-teoria non rivelando mai il significato della M . Tale teoria presenta la caratteristica di esistere in undici dimensioni che la distingue dalle cinque teorie delle stringhe che ne prevedono dieci. Sul numero delle dimensioni i fisici sono in disaccordo. Infatti alcuni affermano che le dimensioni siano dieci, altri propendono per undici. Inoltre il fisico Strominger ritiene che la nozione di dimensione non sia assoluta.

Perfino colui che è l'indiscutibile autore della M-teoria, lo stesso Witten, concede che le descrizioni dell'Universo in dieci o undici dimensioni siano entrambe corrette asserendo che non esista una teoria più fondamentale dell'altra e limitatamente ad alcuni fini una teoria potrebbe essere più utile dell'altra. Ormai la comunità dei fisici teorici ritiene che le teorie unificate siano possibili solo a condizione che lo spazio abbia dimensioni maggiori di quelle alle quali la vita quotidiana ci ha abituati. Come è noto le grandi teorie della

fisica del XX secolo sono state la teoria quantistica, la relatività ristretta, la relatività generale e la teoria quantistica dei campi. Le teorie ora menzionate sono legate l'una all'altra: la relatività generale fu costruita sulla base della relatività ristretta e la teoria quantistica dei campi si fonda sulla relatività ristretta e sulla teoria quantistica. Benché tali teorie abbiano avuto un notevole successo, non sono senza problemi. Si può però ritenere che la soluzione dei vari problemi che affliggono queste teorie, che prese a sé stanti sono incomplete, è teoricamente possibile nel momento in cui se ne trovi una nuova che le combini in modo appropriato. Sembra che la teoria delle stringhe possa essere una soluzione al nostro problema. In effetti tale teoria sembra anche accordarsi con tutto quello che sappiamo della fisica delle particelle e nello stesso tempo offre la possibilità di affrontare argomenti intrecciati con le nozioni di spazio e tempo: come ad esempio la gravità e i buchi neri. Il fisico Robert Dijkgraaf, dell'università di Amsterdam, sostiene che le "teorie di gauge" - come le equazioni di Yang-Mills che descrivono l'interazione nucleare forte - forniscono una rappresentazione fondamentale della natura e tali teorie sono strettamente connesse con quella delle stringhe (Yau, Steve, 2019). Questo è vero in virtù di tutte le dualità che sanciscono un'equivalenza tra la simmetria di campo e la geometria delle stringhe. Inoltre la suddetta teoria non solo quantizza la gravità, ma la prevede, così come afferma Edward Witten. Essa però, nonostante sia consistente dal punto di vista della matematica e non presenti contraddizioni, è sempre sottoposta a condizioni di fallibilità. Non vi è però alcun dubbio che nel corso della sua evoluzione abbia fornito alla matematica

nuove idee, dalle quali attingere, nuovi strumenti e nuovi orientamenti. La scoperta della simmetria speculare³, che ne è un esempio, ha creato un indotto di attività nel campo della geometria algebrica ed enumerativa. Una grande difficoltà nell'ambito della teoria delle stringhe e le varietà di Calabi-Yau è rappresentata dal problema dei "moduli" (Yau, Steve, 2019, p. 302), i quali determinano sia la forma, che la grandezza, di una qualsiasi varietà topologica provvista di fori. Il nodo qui è che se non c'è niente che limiti la grandezza e la forma della varietà di Calabi-Yau, ogni speranza di ricavare una fisica realistica a partire dalla geometria delle varietà topologiche, resterà frustrata. La pubblicazione di un lavoro⁴ conosciuto come KKLТ, dal nome dei suoi autori: Shamit Kachrun Renata Kallosch e Andrei Linde della Stanford University, nonché Sandip Trivedi del Tata Institute in India, è generalmente considerata la prima testimonianza di un modo coerente di stabilizzare tutti i moduli, sia quelli di forma che quelli di grandezza. La stabilizzazione di forma e di volume è di fondamentale importanza, se vogliamo dare una spiegazione all'inflazione cosmica, secondo la quale quasi tutte le caratteristiche dell'Universo osservabile sono il risultato di un periodo di crescita esponenziale, breve ma esplosivo al tempo del Big Bang. Tale crescita, secondo questa teoria, è alimentata dalla presenza del cosiddetto campo inflattivo, che fornisce l'energia positiva che governa l'espansione. Diciamo che sia la forma che il volume sono stabilizzati quando c'è qualcos'altro che contrasta l'espansione

³ Simmetria speculare, o simmetria a specchio è una simmetria che può sussistere su due varietà di Calabi-Yau.

o la compressione così come è stato spiegato da Raman Sundrum⁵ della John Hopkins University. Sono le "brane" (le brane sono un elemento essenziale della geometria delle stringhe), nello scenario presentato da KKLT, con il proposito di creare uno spazio-tempo compatto e stabile (tale risultato è stato ottenuto non in un sol modo, ma in diverse maniere), che rendono possibile un meccanismo finalizzato alla realizzazione di un modello dell'Universo che conosciamo, con gli strumenti dei quali disponiamo: un Universo influenzato in maniera notevole dall'inflazione. La pubblicazione di KKLT illustra come i moduli possano essere stabilizzati, dimostrando di conseguenza come una varietà di Calabi-Yau possa ridursi ad un insieme di forme stabili o quasi-stabili. Questo significa che è possibile considerare le cosiddette varietà di Calabi-Yau di specifica topologia, nonché stabilirne i modi con cui ciascuna di tali varietà possa essere equipaggiata di flussi e di brane, e procedere a una vera e propria enumerazione di tutte le possibili configurazioni. Il problema è che il numero di configurazioni possibili è elevato, arriva a 10^{500} , e trattasi di una cifra solo indicativa. Pertanto si può asserire che, in virtù della complessità topologica delle varietà di Calabi-Yau, le equazioni della teoria delle stringhe presentano un numero elevato di soluzioni. Ciascuna di esse corrisponde ad una diversa varietà di Calabi-Yau di geometria diversa, che a sua volta, comporta particelle diverse, costanti fisiche diverse e così via. Inoltre essendo le varietà di Calabi-

⁵ Fisico delle particelle che ha concentrato la sua ricerca sulle dimensioni dello spaziotempo, sulla supersimmetria, sulle brane (domini o strisce di varie dimensioni spaziali all'interno di uno spazio a più dimensioni).

Yau soluzioni delle equazioni di Einstein nel vuoto, ciascuna di esse implica modi diversi di incorporare flussi e brane e ciascun modo corrisponde ad un universo caratterizzato da uno stato di vuoto diverso e, pertanto, da un'energia del vuoto diversa.

3 - Esistono più universi?

La sorpresa in relazione a tutto questo è che un buon numero di fisici teorici ritengono che tutti questi possibili universi potrebbero di fatto esistere. Susskind ritiene che non ci sia modo di aggirare le soluzioni multiple della teoria delle stringhe. Alcuni fisici in origine avevano sperato che vi fosse una sola varietà di Calabi-Yau, la quale potesse caratterizzare le dimensioni nascoste della teoria delle stringhe. Ma si può già ritenere un risultato positivo il fatto che il numero possibile di varietà di Calabi-Yau sia finito e non infinito.

Un altro problema che si pongono i cosmologi è quello relativo al calcolo delle costanti e in particolare a quello inerente alla costante cosmologica. I cosmologi di oggi dimostrano di essere disposti ad accettare l'idea che costanti fondamentali, un tempo ritenute sacre e inviolabili, possano variare. La loro maggiore apertura è evidenziata dal modo in cui si sono viste nascere molte costanti nella teoria delle stringhe. Dalla vasta gamma di stati di vuoto che si rinviene in queste teorie emerge che vi sono innumerevoli "contratti" diversi delle costanti, che producono universi possibili coerenti. Le costanti appaiono oggi cose ordinarie che possono assumere ogni sorta di valore e variare se l'universo evolve da un vuoto all'altro, così che il loro rango risulta essere

abbassato nell'ambito cosmologico. Una costante fondamentale è la cosmologica, ma neanche di essa si può dire che sia determinata in maniera unica e completa.

Einstein introdusse il termine cosmologico Λ nella sua equazione di campo per creare un modello di universo statico ed equilibrare l'attrazione di gravità a scala cosmica. Ma poi l'abbandonò, quando divenne chiaro che l'universo è in espansione. Oggi i fisici teorici hanno introdotto nell'equazione di campo un nuovo termine cosmologico imposto dalla teoria quantistica secondo la quale lo spazio vuoto può possedere una piccola densità di energia.

Tale termine viene rappresentato nell'equazione dal seguente prodotto $\rho_{\text{VAC}} g_{\mu\nu}$, dove ρ_{VAC} rappresenta la densità di energia nel vuoto, mentre $g_{\mu\nu}$ è il tensore metrico spazio-temporale. Pertanto oggi come equazione di campo, si considera la seguente :

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G (T_{\mu\nu} + \rho_{\text{VAC}} g_{\mu\nu}).$$

In tempi molto recenti i fisici Douglas Shaw e John D. Barrow hanno affrontato il problema in maniera completamente nuova (Barrow, 2011), aggiungendo a quelle trovate da Einstein un'altra equazione, la quale fa sì che la costante cosmologica si comporti come una forma di energia soggetta all'occorrenza a variazioni e questo ci consente di fare una predizione precisa dell'attuale grandezza della curvatura spaziale dell'universo visibile: la curvatura dovrebbe essere positiva e il valore osservabile della sua energia effettiva dovrebbe essere -0,0056. Le attuali osservazioni dimostrano che questa energia di curvatura è

compresa tra $-0,0056$ e $+0,0084$. L'attuale paradigma della costante cosmologica ci fornisce un quadro di un universo inflattivo che ai primordi ha subito un'espansione accelerata e che ha previsto con efficacia una speciale configurazione di variazioni minime, osservabili nella radiazione di fondo residua, dei primi stadi di espansione dell'Universo. Mediante i super computer che simulano la complessità degli ammassi di galassie e le osservazioni compiute con i nuovi telescopi, si è riusciti a mappare un universo che è comprensibile, ma sconcertante, ossia un universo che è membro di un multiverso costituito da universi reali dotati di proprietà diverse.

4 - Conclusioni

Ancora lunga e tortuosa è la strada da percorrere per poter comprendere la struttura dell'universo, i suoi costituenti e tutte le multiformi leggi che lo governano. Riteniamo però che quanto finora è stato fatto contribuirà in maniera significativa al raggiungimento dell'obiettivo e che la geometria, come la intendiamo oggi sia destinata a cedere il passo ed essere sostituita da qualcosa di più potente, che attualmente non conosciamo. Questo sarebbe un formidabile salto epistemologico che segnerebbe una nuova era. Al fine di sondare l'universo al livello delle dimensioni nascoste o delle singole stringhe avremmo bisogno di una geometria applicabile su larga scala, come anche su scala ridotta. Molti fisici teorici ritengono che la geometria nella prospettiva della fisica, potrebbe essere un fenomeno "emergente", e non un fenomeno inerente ai fondamenti stessi della fisica. Del resto

come è noto il campo di riferimento della geometria ha subito continue trasformazioni nel corso dei secoli. Anche se non sappiamo quali possano essere i possibili sviluppi futuri siamo certi che essa nel futuro sarà più utile di quanto non lo sia oggi.

Bibliografia

Barrow John D. (2011). *The Book of Universes* Traduzione di Serra. Laura. Ristampa del 2018. Milano: Mondadori.

Battiston R. (2019). *La prima luce del cosmo*, Milano: Mondadori.

Bertotti B. (1980). *Introduzione a...La cosmologia*. Firenze: Le Monnier.

Gamov George (1966). *Trent'anni che sconvolsero la fisica*. Torino: Zanichelli.

Hawking Stephen W., Penrose Roger (2017). *The Nature of Space and Time*. Traduzione di Sosio Libero. Milano: BUR Rizzoli.

Yau Shing-Tung, Nadis Steve (2019). *The Shape Inner Space*. Traduzione di Piga Claudio. Milano: il Saggiatore.

«Le Scienze» edizione italiana di «Scientific American» (2004). Numero speciale numero 435 (novembre 2004). *L'eredità di Einstein*.

Kachru Shamir, Kallosh Renata, Linde Andrei, Trivedi Sandip (2003). De Sitter Vacua in String Theory. In *Physical Review D* 68.

La scienza per un matematico

«La scienza non è semplice riflesso di un ordine delle cose fuori di me, anzi è costruzione della realtà per opera della mente; ma la costruzione si fa sempre in funzione dei dati sperimentali, sicché i principi che, in un certo grado di sviluppo dell'evoluzione scientifica, traducono certe esigenze della nostra comprensione, evolvono essi stessi per accordarsi con una più larga realtà» (Federigo Enriques, Il significato della storia del pensiero scientifico, 1934/1936, ristampa Barbieri 2004, p. 22).

«... la corrispondenza fra i concetti scientifici e la realtà sensibile rimane sempre una corrispondenza approssimata, ma il valore obiettivo della razionalità del sapere consiste in ciò che il processo della scienza è un processo di approssimazioni successive illimitatamente perseguibile». (Federigo Enriques, Scienza e razionalismo, Zanichelli, 1912, p. 114).

La scienza per un fisico

«... il pensiero scientifico, che non è fatto di certezze acquisite: è un pensiero in movimento continuo, la cui forza è proprio la capacità di rimettere sempre in discussione ogni cosa e ripartire, di non aver paura di sovvertire un ordine del mondo per cercarne uno più efficace, e poi rimettere ancora tutto in discussione, sovvertire tutto di nuovo. Non aver paura di ripensare il mondo è la forza della scienza. [...] La realtà si ridisegna in continuazione in forme via via più efficaci. Il coraggio di reinventare in profondità il mondo: questo è il fascino sottile della scienza».

(Carlo Rovelli, Helgoland, Adelphi, 2020, pp. 82-83).
