LA MATEMATICA NEL SUO ASPETTO FILOSOFICO E CULTURALE

Francesco Speranza
Dipartimento di Matematica, Università di Parma

Un po' di storia recente

Questo intervento è un invito a partecipare a un "programma di ricerca" sull'importanza della matematica nella cultura: e questo sia guardando al passato, sia studiando la situazione attuale. Inizieremo con alcune considerazioni sul rapporto fra matematica e cultura negli ultimi decenni.

Un libro di Enriques ha fatto il punto su matematica e cultura, nell'immediato anteguerra: *Le Matematiche nella storia e nella cultura* (1938). Sono evidenziate interazioni fra la matematica e le scienze, la tecnica, la filosofia e l'arte, mettendone in rilievo anche gli aspetti storici e psicologici. Sono pagine ancor oggi di grande interesse.

Tuttavia, si profilava ormai una tendenza ad allentare queste interazioni: soprattutto in Italia, sotto l'influsso del pensiero di Gentile, che non solo poneva una barriera fra "scienze" e "umane lettere", ma anche sconsigliava gli scienziati di interessarsi di quello che facevano i colleghi. L'organizzazione culturale lavorava in questo senso, promuovendo l'incomprensione fra studiosi di ambiti diversi, soprattutto quando uno appartiene all'ambito umanistico e l'altro a quello scientifico-tecnico.

Con la seconda guerra mondiale, del resto, si ebbe un trionfo per la tecnica e per la scienza: il radar, la propulsione a getto, la fissione degli atomi, gli antibiotici, ... Scienza e tecnica (i cui meriti, da allora fino a oggi, vengono spesso confusi) si prendevano una grossa rivincita sopra la "cultura umanistica".

C'erano anche novità per la matematica. I calcolatori irrompevano sulla scena, realizzando un ponte diretto fra matematica e tecnica, quasi senza l'intermediazione della fisica (come era stato fino ad allora). In questo modo, sembrava dopotutto realizzato il principio neoidealista, contro cui si era battuto Enriques, e secondo il quale la matematica rientrerebbe non nel campo della conoscenza, ma in quello dell'utilità (il che evidentemente non si concilia con *l'honneur de l'esprit humain).*

Entro la matematica, la grande novità era l'affermarsi della scuola bourbakista. Iniziatosi negli anni Trenta, con l'obiettivo apparentemente limitato di dare un nuovo taglio ai corsi universitari di analisi, si era andato via via sviluppando un nuovo modo di concepire e di costruire la matematica: per quanto qui ci interessa, fra i suoi principi fondamentali c'era quello di prendere le distanze da "una lunga tradizione" basata su "idee a priori sulle relazioni della matematica con il mondo esterno e con il mondo del pensiero". In altre parole, si trattava di autofondare la matematica: il piano è contenuto nel "libro primo" degli *Eléments de Mathématique,* che si propone di costruire un linguaggio formale nel quale inserire la teoria degli insiemi e l'idea di struttura (torneremo sul duplice modo di interpretare il trattato, prendendo come base di partenza la matematica classica, oppure cercando di rifondare tutto senza prerequisiti). D'altra parte, fin dal 1945 Eilenberg e Mac Lane avevano fatto un passo "oltre le strutture", con l'idea di categoria (i morfismi tra le strutture d'una determinata specie formano una categoria).

Vanno anche segnalati i notevoli risultati fondazionali di Cohen, negli anni Sessanta, e precisamente l'indipendenza dell'ipotesi del continuo dai restanti assiomi della teoria degli insiemi.

Di più: fin dagli anni Trenta, si andavano sviluppando correnti di pensiero centrate sul neopositivismo logico. Il programma era la costruzione d'una filosofia scientifica, che avrebbe dovuto por-

tare in ambito filosofico il rigore matematico. Dice Rota:
«... ipnotizzato dal successo della matematica, il filosofo resta vittima del pregiudizio che sia quello l'unico rigore possibile, e che la filosofia non possa far altro che imitarlo... ».

Pericolosa era soprattutto la convinzione che quella fosse anzi la sola filosofia, costruita una volta per tutte, senza riguardo per la storia del pensiero. Questo poteva sembrare una sonante vittoria della matematica sulla filosofia: in effetti, si trattava di una sconfitta di entrambe. Per la filosofia, che avrebbe perso la sua libertà, il suo diritto di investigare sul pensiero; ma anche per la matematica, che avrebbe perso un interlocutore stimolante, e la fonte di inesauribili motivazioni. Inoltre, era convinzione corrente nell'ambito neopositivista che l'unica metodologia ammessa in matematica fosse quella assiomatica: i postulati sarebbero arbitrari e quindi la matematica non sarebbe altro che un sistema di tautologie. Queste correnti guadagnarono importanza allorché i loro fondatori, in massima parte austriaci e tedeschi (il "circolo di Vienna"), ripararono, con l'avvento del nazismo, nei paesi anglosassoni; là trovarono un'atmosfera culturale particolarmente ricettiva, e si svilupparono nuove scuole.

C'erano voci controcorrente; per esempio, quelle di Bachelard (1884-1962) e di Gonseth (1890-1975); ma essi potevano sembrare sostenitori di posizioni ormai superate. Fu invece determinante l'entrata in scena di Karl Popper (1902-1994); in realtà il suo libro fondamentale è del 1934; ma l'edizione inglese è del 1959. Considerato all'inizio vicino al circolo di Vienna, se ne distaccò ben presto. In sintesi, possiamo dire che, a proposito del classico dilemma fra "scienza sicura" e scetticismo, Popper sceglie, come Enriques, Bachelard e Gonseth, la "terza via": la scienza è un continuo progredire, è una costruzione sempre rinnovata. Una delle sue caratteristiche più importanti è di aver combattuto il neopositivismo anche con le sue stesse armi; e di essersi battuto contemporaneamente (per esempio) contro Wittgenstein, che negava l'esistenza di problemi filosofici, e contro la filosofia com'è di solito insegnata nelle nostre università, vale a dire senza collegamenti con problemi reali, soprattutto quelli suggeriti dalla scienza.

Con la sua "filosofia critica", Popper sostenne l'idea che la scienza è *sempre* una impresa critica, che mette in discussione se stessa; una teoria è scientifica nella misura in cui si espone, progredendo, a ulteriori controlli, che potrebbero portare a una sua falsificazione. Thomas Kuhn ebbe però buon gioco a mostrare (1962) che questo è vero solo in certi periodi (di "scienza rivoluzionaria"), mentre la maggior parte degli scienziati svolge il proprio lavoro in un contesto di "scienza normale".

Tuttavia, queste ricerche riguardavano le scienze sperimentali, soprattutto la fisica; si allargava così la forbice tra filosofia delle scienze e filosofia della matematica. Del resto, anche Bachelard spesso si preoccupava di segnalare un distacco fra di esse, per esempio quando affermava che lo sviluppo della matematica non ha incontrato "ostacoli epistemologici".

E qui che si inserisce Imre Lakatos (1922-1974). Rifugiatosi dalla nativa Ungheria a Londra, e approdato alla "School of Economics" dove insegnava Popper, si lancia nell'impresa di portare le idee di Popper nella riflessione sulla matematica. In questo si ricollega (quasi sicuramente, senza esserne al corrente) al pensiero di Enriques e di Gonseth: ma questo non incide sull'originalità delle sue idee (Enriques e Gonseth erano interessati soprattutto alla geometria, Lakatos alla logica). L'idea centrale è la fallibilità della matematica: per Lakatos, essa è "quasi empirica" (di qui anche un riavvicinamento tra filosofia delle scienze sperimentali e filosofia della matematica): i potenziali falsificatori di una teoria assiomatizzata sono i "fatti" delle teorie informali dalle quali quella ha preso le mosse (1967). Come Popper e ancor di più Kuhn avevano valorizzato la storia delle scienze sperimentali, così Lakatos valorizza la storia della matematica: essa fornisce esempi concreti di formazione di concetti e di teorie, è anche l'approccio empirico all'epistemologia.

"Fuori" della matematica

Siamo così arrivati agli anni Sessanta - Settanta. Nonostante la voglia di alcuni matematici di rinchiudersi nella propria cittadella, assistiamo a considerevoli interventi del pensiero matematico. Intanto una più forte matematizzazione della fisica (per esempio, la teoria dei gruppi assume un ruolo essenziale). Ma anche in altri campi la matematica trova nuovo posto: recentemente, si è sviluppata una biomatematica, cioè l'applicazione di metodi statistici e numerici alla biologia.

Siamo qui nell'ambito della "matematizzazione dell'esperienza fisica", cioè dell'interazione fra matematica e scienze della natura (che trova espressione nelle "Facoltà di scienze", nella "Classe di scienze naturali" d'una accademia, nell'insegnamento di "Scienze matematiche, chimiche, ..."). Ma sappiamo ormai che alla matematica questa associazione esclusiva sta stretta. Per esempio, stiamo assistendo alla matematizzazione della linguistica: le grammatiche generative funzionano assai bene per i linguaggi formali (in particolare, per quelli dell'informatica), ma il metodo si può applicare anche ai linguaggi naturali (Noam Chomsky). In qualche modo connessa alla matematizzazione della linguistica (chi l'avrebbe mai pensato!) è quella della genetica, basata sul "linguaggio del DNA".

Di tipo diverso è l'interazione fra matematica e psicologia: anche chi non condivide gli entusiasmi di Piaget per la matematica moderna non può negare che il pensiero matematico (in questo caso, non si tratta di *strumenti* matematici) abbia avuto una forte influenza su una corrente significativa e influente della psicologia. Ancora, possiamo notare che lo spirito strutturalista ha pervaso non solo la matematica, ma molte altre discipline: la linguistica, l'antropologia, la psicologia (Piaget 1967). In ambito francofono, culla dello strutturalismo, i vari rami trovano punti di contatto: in Italia, mi sembra che i matematici coltivino il proprio strutturalismo, e gli "umanisti" i loro: sia colpa della separazione delle "due culture" (che evidentemente da noi è assai più accentuata che altrove), o della scarsezza della cultura di base fornita dalla nostra scuola, questo è un segno preoccupante.

Infine, si osservi che anche ai giorni nostri si trovano interessanti incontri fra arte e matematica: conosciutissimo è Maurits Escher, ma possiamo citare anche Magritte (forse ispirato ad aspetti "formali" più che matematici), Reutersvård, Grignani, ... Sul significato culturale di questi incontri torneremo nel seguito.

Vorrei concludere questo paragrafo con una osservazione. E stato spontaneo parlare in questa occasione di interessi "fuori" della matematica. Nella premessa al suo trattato, Bourbaki, per demarcare in qualche modo le frontiere della matematica, dice che le dimostrazioni sono caratteristiche della matematica. E chiaro che in circostanze concrete conviene fissare dei limiti fra discipline; ma in linea di principio, quando si sta parlando di questioni molto generali, è giusto farlo? In uno scritto di fisica teorica non può trovare posto una vera e propria "dimostrazione"? Si dirà che un fisico ha in mente qualche particolare interpretazione o applicazione dei suoi sviluppi: ma anche un matematico ha spesso in mente un'interpretazione di quanto sta facendo. E questo si può ripetere anche per altri ambiti. Enriques diceva che c'è una sola scienza, entro la quale si operano delle suddivisioni per ragioni pratiche, per meglio organizzare il lavoro degli scienziati (e l'apprendimento degli allievi): ma che occorre evitare di pretendere che queste suddivisioni siano qualcosa di necessario, di assoluto.

In questo senso, sarebbe preferibile non dare troppa importanza a una espressione come "applicazioni della matematica": essa fa pensare a una matematica che esiste di per sé, prima delle discipline alle quali "si applica": anzi, indipendentemente dal resto della cultura umana. Invece, a volte una riflessione matematica "pura" ha preceduto la "applicazione esterna" (è il caso delle varietà riemanniane e del calcolo differenziale 'assoluto', che la teoria della relatività ha trovato già sviluppati); ma molte altre volte quella che oggi vediamo come "applicazione" ha preceduto la teoria (per esempio, problemi di geometria delle curve e di fisica matematica hanno preceduto l'introduzione del calcolo differenziale).

Sviluppi nella matematica e nella sua filosofia

Recentemente sono state dimostrate alcune importanti congetture, come quella dei quattro colori e 'il grande teorema' (che finora non era un teorema!) di Fermat. Alcuni aspetti di tali dimostrazioni hanno suscitato notevoli dibattiti: per esempio, possiamo accettare una dimostrazione condotta usando un potente calcolatore, ma che, pur possedendo le caratteristiche formali di una dimostrazione, è così complessa che nessun essere umano potrà mai controllarla di persona?

Un altro significativo dibattito si sta svolgendo a proposito della "rivoluzione" bourbakista. Non se ne discute la validità scientifica, bensì la sua adeguatezza a presentarsi come fondamento del sistema matematico, e soprattutto il progetto di costruire l'insegnamento della matematica secondo la scansione degli *Eléments de Mathématique* (iniziando cioè con le strutture "madri" per procedere per loro combinazioni) (Rouche 1995). Nella scuola francese, dove questa linea era stata applicata in modo più deciso, si è avuta una "controriforma", che ha letteralmente messo al bando le idee portanti della riforma scolastica bourbakista; in tal modo "si è buttato il bambino assieme all'acqua sporca", poiché l'operazione è avvenuta senza una adeguata base di riflessione.

Questa riflessione si è tuttavia sviluppata, in vario modo, negli ambienti dei "didattici della matematica". In qualche misura, la riflessione sulla matematica avviene secondo vie caratteristiche di ciascun Paese, un po' secondo le rispettive tradizioni, un po' a causa dei problemi che le singole comunità si trovano a dover affrontare. Per esempio, i francesi hanno riscoperto Gaston Bachelard, e in particolare la sua idea di "ostacolo epistemologico" (il principale ostacolo che si oppone allo sviluppo di una nuova conoscenza è la stessa conoscenza precedente, proprio in quanto essa funziona per risolvere certi problemi): ma mentre Bachelard riteneva che la sua idea non si applicasse alla matematica (nella cui storia vedeva uno sviluppo continuo), i "didattici" francesi superano questa limitazione, ed estendono l'idea a quella di "ostacolo didattico" (riferita allo sviluppo delle conoscenze del singolo individuo).

Si è affermata anche l'idea che la storia sia importante per la didattica: sia per la formazione degli insegnanti, sia per la presenza nell'insegnamento. Ci si interroga sul ruolo della storia (ormai è superata l'idea di proporre dei singoli episodi). In complesso, questa riflessione sul valore della matematica e sul suo insegnamento ha rilanciato gli studi di filosofia della matematica (o, se vogliamo essere più precisi, di epistemologia della matematica: l'epistemologia è quella parte della filosofia che si occupa della conoscenza scientifica).

Chiaramente, a proposito di filosofia le opinioni possono essere diverse, e quindi si pone il problema di scegliere la filosofia che può meglio aiutarci ad affrontare i nostri problemi (potremmo cercare di "fare tutto in casa", ma è meglio tenere presenti anche le grandi tradizioni epistemologiche). Molti si sono riconosciuti nella filosofia di Lakatos, che valorizza anche i livelli "informali" della matematica, e che ne enfatizza il carattere "non assoluto", aperto alle revisioni.

Si deve lamentare qui un fenomeno che potrebbe sembrare marginale, ma che nella effettiva realtà vissuta non lo è. Oggi la lingua della comunicazione internazionale è l'inglese: è un dato di fatto al quale non ci si può sottrarre. Ma questo non significa che ciò che è stato scritto in altre lingue debba essere ignorato: eppure basta scorrere molte bibliografie per vedere citate solo opere in inglese o traduzioni in inglese (ignorare l'edizione originale, in una bibliografia scientifica, è addirittura scorretto). L'opera di Popper, finché fu disponibile solo in tedesco, non fece molta impressione: si dovette attendere, dopo venticinque anni, la traduzione inglese. Così, nonostante i contributi dei pensatori fra la metà dell'Ottocento e la metà del Novecento, molti che parlano oggi della "filosofia critica" la fanno cominciare da Popper. Un ritorno a quei pensatori è non solo storicamente doveroso, ma può suggerire ulteriori sviluppi della filosofia critica. In particolare, come i francesi stanno rivalutando Bachelard, e gli svizzeri Gonseth, così noi italiani possiamo dare un contributo con un approfondimento dell'opera di Enriques, di Vailati, ...

Ripensare oggi i progressi del passato

Cerchiamo di chiarire alcune linee portanti del programma di ricerca indicato all'inizio. Si tratta di trovare un ruolo della matematica nella cultura adeguato a tutti gli sviluppi di questa: non solo sviluppi "tecnici", ma anche nuovi punti di vista "filosofici".

Questo comporta anche un ritorno, un ripensamento di precedenti modi di affrontare il problema: e quindi un ruolo per la storia della cultura. Possiamo rifarci a una intuizione di Bachelard: «l'antico spiega il nuovo e lo assimila; viceversa, il nuovo afferma l'antico e lo riorganizza». Possiamo anzi dire che nello "statuto" di un concetto, di una teoria scientifica è compresa la sua storia, anche quando c'è stato un profondo cambiamento: per esempio, la teoria della relatività è comprensibile solo sulla base della fisica galileiana-newtoniana; e questa si comprende soprattutto in contrapposizione alla fisica aristotelica.

Questi principi si possono applicare, in qualche misura, anche alla filosofia della scienza: per esempio, gli sviluppi della geometria e della meccanica e la conseguente riflessione filosofica hanno ridimensionato l'epistemologia kantiana; ma ne hanno anche valorizzato alcuni aspetti, per esempio i motivi costruttivistici, suggerendone una interpretazione più flessibile. La storia assume così una funzione essenziale per la comprensione di una teoria.

Queste idee si possono applicare anche alla matematica? Per molti la risposta è positiva. E vero che essa "conserva" i risultati del passato molto più che non le scienze sperimentali; ma anch'essa ha subito profondi cambiamenti nel modo di considerare i problemi, le teorie: anch'essa, si può dire, ha vissuto significative "rivoluzioni". Per esempio, pensiamo alla "crisi delle grandezze incommensurabili" (Platone redarguiva i suoi concittadini perché ignoravano il problema! E noi, che cosa dovremmo fare?). Essa ha comportato il passaggio alla concezione degli enti matematici come oggetti ideali (e in questo senso i suoi effetti sono ben vivi ancora oggi), la supremazia della ragione sull'esperienza (poiché la prima riesce a scoprire delle verità che alla seconda sfuggono), e della geometria sull'aritmetica (che non era in grado di descrivere la complessità dei fatti spaziali). Ripensare alla rivoluzione delle grandezze incommensurabili permette, oggi, di comprendere meglio la diversità che intercorre fra una geometria intuitiva-sperimentale nella quale non viene esplicitato il carattere ideale degli enti matematici, e una geometria razionale per cui tale carattere è ineludibile.

A prima vista potrebbe sembrare che in tal modo si scavi un abisso fra l'una e l'altra specie di geometria. Così non è; la risposta ci viene da Galileo, che, affermando contro gli aristotelici l'applicabilità della geometria allo studio del mondo naturale, ha dato il via alla grande rivoluzione scientifica del Seicento, e quindi alla moderna scienza naturale.

La crisi degli incommensurabili è stata sicuramente la scintilla che ha fatto scattare nell'ambito del pensiero greco il razionalismo "consapevole" della priorità della ragione sui sensi: filone in cui si situano i pitagorici, gli eleati (quale razionalista più assoluto di Parmenide?), Democrito, Platone (fino a estendere la sua influenza anche su Aristotele). Rammentiamo qui le parole che Enriques rivolgeva a Croce, quando ironicamente lo considerava capace d'intuire (a differenza d'altri) che «la conoscenza delle Matematiche sia un elemento essenziale della cultura del filosofo, e soprattutto per chi voglia intendere appieno la storia dell'idealismo avanti il secolo decimonono. Pitagora e gli Eleati, Platone, Descartes, Leibniz, debbono riuscire di necessità incomprensibili a chi sia estraneo allo spirito matematico che li informa ...».

Il razionalismo del Seicento e del Settecento ha analogamente la sua sorgente nella rivoluzione scientifica di Galilei e Newton da un lato (strettamente connessa con la matematica) e con quelle del simbolismo algebrico e della geometria analitica dall'altro: a prima vista quest'ultima sembra esprimere una certa continuità con la matematica precedente, ma ha poi prodotto profondi cambiamenti nel modo di pensare la matematica.

Stiamo ripercorrendo alcuni grandi momenti della storia del pensiero matematico, per mettere in pratica il principio affermato più sopra: questi cambiamenti sono illuminati dal successivo sviluppo, in particolare sono oggi meglio comprensibili alla luce delle epistemologie critiche sviluppatesi negli ultimi decenni. D'altra parte, essi sono, direttamente o indirettamente, presenti ancora oggi nei nostri modi di pensare; o, se siamo un po' meno ottimisti, essi *debbono essere presenti,* se vogliamo evitare che le grandi acquisizioni della scienza di oggi abbiano un vero significato culturale.

Per venire a tempi più recenti, possiamo citare la rivoluzione non euclidea, che ha fatto tramontare il mito di una scienza (la geometria) che permettesse di raggiungere una conoscenza sicura (d'una parte) della realtà: dopo tale rivoluzione, la geometria o va considerata scienza empirica, soggetta alla possibile falsificazione dell'esperienza (Riemann, Enriques), o come scienza astratta, libera da condizionamenti fisici (Poincaré). La chiave per far coesistere i due punti di vista sta probabilmente nelle epistemologie di stampo quasi-empirista inaugurate da Lakatos.

La crisi dei fondamenti si riallaccia ai cambiamenti prodotti dalla geometria non euclidea. Essa ha portato anche nella teoria degli insiemi la "perdita della certezza" che aveva toccato la geometria; e molti logici considerano che anche la logica e la teoria degli insiemi siano dopotutto da edificare su basi empiriche (Lakatos 1967).

Matematica e arte

I rapporti fra matematica ed espressione artistica in altri tempi sono stati studiati ampiamente: per esempio, la passione dei greci per le proporzioni; o la ricerca delle rappresentazioni spaziali e dell'unitarietà dello spazio nei pittori del Trecento e del Quattrocento (fino ad arrivare, con l'Alberti, a teorizzare una sintesi fra la nuova espressione artistica, la matematica e una filosofia neoplatonica: Panofsky 1924). Oggi si notano certi interessi comuni fra arte e matematica, più in generale fra arte e scienza (all'argomento è stata dedicata la Biennale di Venezia del 1986): possiamo chiederci se è possibile ritrovare delle idee portanti comuni.

Intanto, oggi più che in altri tempi, una forte componente estetica è presente nella valutazione di un'opera matematica. Essendosi in molti casi allentati i rapporti con la realtà fisica, diviene importante una "coerenza" interna, un senso di soddisfazione estetica, che va ben al di là della correttezza dei risultati.

Ancora, da alcuni decenni si parla di "arte astratta": la si può far risalire all'inizio del Novecento (Cubismo, 1908, Futurismo, 1909). Per la matematica, l'idea di astrazione è ben presente da secoli, ma l'enfasi su di essa (collegata alle astrazioni di ordine superiore) è di data relativamente recente: uno dei momenti essenziali è stata la "decisione", conseguente alla rivoluzione non euclidea, che si potesse costruire una teoria scegliendone arbitrariamente i postulati: e poi il sorgere del problema dei fondamenti. In questo caso, a differenza di quanto è accaduto in altre occasioni, sono stati "i matematici in senso stretto" a precedere gli artisti. Ho preferito parlare di "matematici" e "artisti" anziché di "matematica" e "arte", perché, se è abbastanza sicuro decidere se una persona appartiene all'una o all'altra categoria, resta difficile, almeno a questi livelli molto generali, tracciare un taglio netto fra arte e matematica).

Un caso emblematico è quello di M. Escher (1898-1971). Egli ebbe una "abilità matematica implicita", analoga a quella degli artisti islamici, che realizzarono nelle loro opere i gruppi di isometrie piane, o degli artisti occidentali prima di L. B. Alberti, che anticiparono la prospettiva e perfino l'idea di piano cartesiano. La sua opera conobbe una svolta importante dopo il congresso internazionale dei matematici, tenutosi ad Amsterdam nel 1954, durante il quale ebbe il modo di incontrarsi con H. S. M. Coxeter: fra l'altro, Escher tradusse in incisioni il modello circolare di piano iperbolico di Poincaré; ma, a suo dire, seguendo dal punto di vista matematico alcune tracce di Coxeter, senza riuscire a seguirlo quando questi andava oltre le nozioni geometriche elementari.

A mio avviso è opportuna una ulteriore riflessione su queste interazioni fra matematica e arte. Nel Quattrocento, il punto di incontro fu rappresentato anche da una filosofia che voleva dare una spiegazione unitaria. Oggi la situazione è senza dubbio molto più complessa: sono in gioco anche altri campi, per esempio la psicologia, e non appare semplice la ricerca di una filosofia idonea a coordinare i vari aspetti. Fra gli argomenti che hanno oggi una notevole importanza in proposito, c'è quello delle immagini mentali, che non è nuovo in assoluto (lo si riscontra già chiaramente delineato in Proclo), ma che è oggetto di un vivace dibattito.

Va pure notato che gli aspetti essenziali di alcuni argomenti matematici "strategici" (come la geometria non euclidea) sono per ora al di fuori della cultura di un cittadino medio (quella che si può apprendere nelle scuole superiori), ma oggi appare possibile, anzi necessario, farli rientrare in essa (in Italia, basterebbe attuare i programmi Brocca).

Più in generale, possiamo riconoscere che negli ultimi decenni vi sono stati molti autori interessati alle interazioni della matematica: fra di essi vi sono stati alcuni che istituzionalmente si possono considerare matematici, e altri di diversa "collocazione" (non vorrei enfatizzare troppo la distinzione fra gli uni e gli altri).

Oggi vi sono molti libri che sono di piacevole lettura ma che danno anche un'idea di importanti "fatti" della matematica e del loro significato culturale. La matematica, nei prossimi anni (il 2000 è stato proclamato "anno internazionale della matematica"), può e deve riprendere, in modo adeguato ai nuovi tempi, quel ruolo centrale nella nostra cultura che ha avuto per secoli.

BIBLIOGRAFIA

G. BACHELARD, 1938, *La formation de l'esprit scientifique,* Vrin, Paris (tr. ital. *La formazione dello spirito scientifico,* Cortina, Milano)
B. ERNST, 1978, *Le miroir magique de M. C. Escher,* Taschen, Berlin
F. ENRIQUES, 1938, *Le matematiche nella storia e nella cultura,* Zanichelli, Bologna
F. GONSETH, 1936, *Le mathématiques et la réalité,* Alcan, Paris
I. LAKATOS, A *Renaissance of Empiricism in the Recent Philosophy of Mathematics?* in *Philosophical Papers,* vol. 2, Cambridge U. P., Cambridge
E. PANOFSKY, 1924, *Die Perspektive als "symbolische Form",* Teubner, Leipzig-Berlin (tr. ital. *La prospettiva come forma simbolica,* Feltrinelli, Milano)
J. PIAGET, 1968, *Le structuralisme,* P.U.F., Paris
N. ROUCHE, 1995, *L'enseignement des mathématiques d'hier à demain,* CREM, Bruxelles
G.C. ROTA, *Matematica e filosofia: storia di un malinteso,* Boll. U.M.I., (7) 4-A (1990), 295-307
F. SPERANZA, *Il valore conoscitivo della geometria,* Per. di Mat., (VI), 1, n. 3/4 (1994), 5-18