LA FAMA «IMMERITATA» DI ENOPIDE DI CHIO

Riassunto. – La tradizione attribuisce ad Enopide di Chio due proposizioni (12ª e 23ª) del primo libro degli *Elementi* di Euclide che possono considerarsi, secondo l'ipotesi di Attilio Frajese, la 12ª e la 22ª.

Nel presente lavoro, dopo aver riportato varie ipotesi relative a tali attribuzioni considerate troppo limitate per la fama di matematico acquistata nell'antichità da Enopide, si prende in esame la circostanza che solo in queste proposizioni Euclide usa rette «infinite». Da queste singolari eccezioni, infatti, si può cercare di risalire a qualche considerazione sul contributo matematico di Enopide.

* * *

Nel famoso «Riassunto» di Proclo (V sec. d. C.) nel quale il commentatore del primo libro degli *Elementi* di Euclide fa una rapida rassegna dei matematici greci da Talete ad Euclide (1), viene citato anche il matematico Enopide di Chio (vissuto attorno al 450 a. C.) come avente una certa fama nella geometria della quale avrebbe indagato «molte cose» (2).

Nel corso del suo *Commento*, però, Proclo attribuisce ad Enopide soltanto due proposizioni di Euclide e precisamente la 12ª e la 23ª ovviamente del primo libro [I,12 e I,23] e da un altro suo passo si può dedurre che Enopide si sarebbe occupato, forse, della distinzione tra teorema e problema (3).

---

(1) Proclo di Licia, *Commento al primo libro degli «Elementi» di Euclide* (*Εἰς το πρῶτον τῶν Ευκλείδου στοιχείων βιβλίον*). Il «Riassunto» si trova nella seconda parte del prologo (cfr. l'edizione critica di G. Friedlein, Lipsia, Teubner, 1873; 65 (7) - 68 (6)). Molto è stato scritto sulla validità delle fonti cui si è servito Proclo per le notizie storiche che fornisce, lontane da lui talvolta dieci secoli. Nessuno ha però mai contestato a Proclo preparazione e serietà. Accettiamo dunque, in questa sede, l'attendibilità di Proclo rimandando ad altri lavori la giustificazione di questa dichiarazione che abbiamo comunque in animo di affrontare in un prossimo nostro studio (cfr. ad esempio Attilio Frajese, *Talete di Mileto e le origini della geometria greca*, «Boll. UMI», 1941, n. 1; Thomas Heath, *A History of Greek Mathematics*, Oxford, Clarendon Press, 1921, vol. I, cap. IV, par. «The 'Summary' of Proclus», pp. 118-121; Paul Tannery, *La Géometrie Grecque, comment son histoire nous est parvenu, et ce que en savons*, Paris, Gauthier-Villar, 1887, cap. V (p. 66 sgg.) «Le résumé historique de Proclus»; si consulti anche la recente «Postilla: Il problema delle fonti di Proclo», pp. 345-348 apparsa nella prima traduzione italiana del *Commento* di Proclo ad opera di Maria Timpanaro Cardini, Pisa, Giardini ed. e stamp., gennaio 1978.

(2) Friedlein, *ed. cit.*, pp. 65 (21) - 66 (2): «Dopo di costui [cioè di Pitagora] Anassagora di Clazomene si occupò di molte cose di geometria e anche Enopide di Chio, quest'ultimo più giovane di Anassagora.... ».

(3) L'attribuzione non è certa perchè sarebbero stati i seguaci di Zenodoto, a sua volta legato ad Enopide, ad occuparsi di tale distinzione (cfr. Friedlein, p. 80 (15-16)).

Si tratta inoltre degli unici riferimenti matematici relativi ad Enopide che viene citato anche da altri autori ma solo per risultati astronomici o per aver indagato sulle piene del Nilo ([1]).

Le due proposizioni che sarebbero da attribuirsi ad Enopide sono, secondo Proclo, il quale cita, in occasione di una di queste, esplicitamente Eudemo di Rodi (fine IV sec. a. C.) autore di una smarrita *Storia della geometria e dell'astronomia*:

I,12 « Ad una data retta illimitata, da un punto dato esterno ad essa, condurre una linea retta perpendicolare ».

I,23 « Costruire su una data retta, e [con vertice] in un [dato] punto di essa, un angolo rettilineo uguale ad un angolo rettilineo dato » ([2]).

Ed ecco i rispettivi commenti di Proclo, limitatamente all'attribuzione ad Enopide, delle due costruzioni: (I,12) « Enopide fu il primo a ricercare questo problema ritenendolo utile all'astronomia, designando secondo la maniera antica la perpendicolare mediante lo gnomone, poichè lo gnomone è all'orizzonte secondo angoli retti » ([3]). (I,23) « Anche questo è un problema e, come disse Eudemo, la sua scoperta è piuttosto di Enopide che di Euclide » ([4]).

Osserviamo inoltre le due costruzioni poste da Euclide ([5]).

I,12. - Sia AB la retta *infinita* assegnata e C sia il punto esterno ad essa. Si consideri un punto D nel semipiano opposto a quello in cui si trova C.

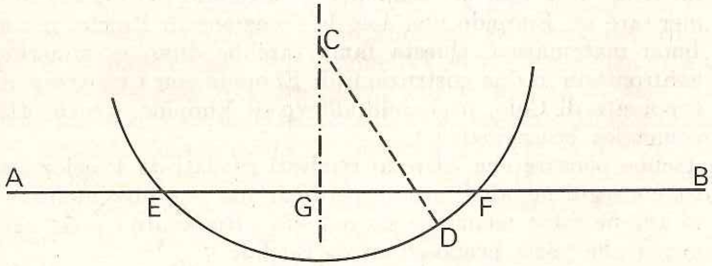

Fig. 1.

Con centro in C e raggio CD si tracci una circonferenza indicando con E ed F i punti d'incontro di essa con la retta data. Unendo il punto di mezzo G del segmento EF con C si ha la perpendicolare chiesta essendo uguali i due triangoli $\overset{\triangle}{CEG}$ e $\overset{\triangle}{CGF}$ cosicchè sono uguali gli angoli adiacenti $\widehat{EGC}$ e $\widehat{CGF}$.

([1]) Cfr. a questo proposito Paul Henri Michel, *De Pythagore à Euclide*, Paris, Les Belles Lettres, 1950, pp. 254-255.

([2]) Cfr. *Gli Elementi di Euclide*, a cura di Attilio Frajese e Lamberto Maccioni, Torino, UTET, 1970, pp. 93 e 112.

([3]) Friedlein, 283 (7-10).

([4]) Friedlein, 333 (5-6).

([5]) Sono state già indicate le pagine dalle quali iniziano le due proposizioni ne *Gli Elementi di Euclide*, a cura di A. Frajese e L. Maccioni (vedi nota 2, p. 77). Le dimostrazioni pur essendo quelle di Euclide sono espresse liberamente.

I, 23. - Sia α l'angolo assegnato di vertice A e BC la retta sulla quale va costruito un angolo uguale ad α. Si prendano sui lati di α due punti qualsiasi D ed E in modo che si abbia il triangolo $\overset{\triangle}{ADE}$. Poichè Euclide ha insegnato nella proposizione precedente a costruire un triangolo con tre segmenti assegnati (e un lato su una retta data), basta allora costruire un triangolo con i lati uguali a quelli del triangolo $\overset{\triangle}{ADE}$ con il lato che deve essere uguale ad AE (oppure ad AD) sulla data retta BC e dall'uguaglianza dei due triangoli (3º criterio di uguaglianza: 1,8 in Euclide) si ottiene quanto si voleva (in fig. 2 l'angolo $\widehat{HFG} = \alpha$):

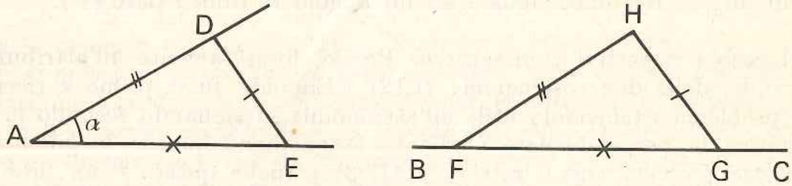

Fig. 2.

Molti studiosi di storia della matematica si sono meravigliati come dei problemi così semplici (come abbiamo visto la I,12 è una semplicissima costruzione geometrica e la I,23 un immediato corollario della I,22) abbiano potuto far meritare ad Enopide non solo la menzione di Proclo, ma anche una fama di buon matematico. Questa fama sarebbe dunque immeritata, tanto più se si confrontano le due costruzioni di Enopide con i contemporanei risultati che Ippocrate di Chio, probabile allievo di Enopide, aveva ottenuto con finezza geometrica eccezionale [1].

Si potrebbe pensare che, oltre ai risultati rivelati da Proclo, Enopide abbia potuto conseguirne altri ormai perduti, ma sarebbe molto strano per Proclo non averne fatto menzione sia nel suo « Riassunto » e sia nel corso dei suoi commenti alle varie proposizioni di Euclide.

È vero però che Euclide non pone nei suoi *Elementi* tutti i risultati matematici a sua conoscenza ma solo quelli che gli consentono una costruzione lemmatica della materia ed avrebbe potuto trascurare importanti scoperte di Enopide la cui mancanza si sarebbe riflessa poi nel commento ad Euclide scritto da Proclo. Ma è ugualmente vero che nessun autore che parla di Enopide cita i suoi risultati matematici, tranne Proclo che, come sappiamo, si limita alle due attribuzioni relative alle due proposizioni di Euclide [1].

---

[1] I risultati che, con sicura attribuzione, vanno ascritti ad Ippocrate sono: la quadratura delle lunule, la trasformazione del problema della duplicazione del cubo in quello dell'inserzione di una doppia media proporzionale e, infine, la prima stesura di *Elementi* di geometria. Per l'importanza di questi lavori e per una loro interpretazione unitaria cfr. *La « riduzione » di Ippocrate di Chio* di S. Maracchia, in « Cultura e scuola », 1975, n. 56.

[1] In verità nel primo cenno su Enopide di Proclo quest'ultimo invoca anche la testimonianza di Platone che nei *Rivali* avrebbe ricordato Anassagora e Enopide « come coloro che hanno acquistato rinomanza (δόξαν) nelle matematiche » (Friedlein, 66 (4)).
Notiamo però che il dialogo viene considerato fondatamente apocrifo e che inoltre

Altre attribuzioni ad Enopide sono, quindi, alquanto improbabili o, comunque, sconosciute, troppo generico apparendo quelle « molte cose » pur attribuite, come abbiamo già visto, dallo stesso Proclo ad Enopide. Le critiche e le ipotesi avanzate dagli storici della matematica sono pertanto tutte basate su due risultati attribuitigli esplicitamente da Proclo e che, data la precisione con cui quest'ultimo si esprime, non vengono contestate.

Per osservare le diverse ipotesi dei vari storici si può consultare la nota di Attilio Frajese, *Il cerchio nella geometria di Enopide di Chio* (1) nella quale esse vengono presentate e discusse.

Tra queste, di particolare rilievo ci sembra quella di Arpad Szabò che, seguendo un'idea di Thomas Heath, giunge alla conclusione, anche se in forma un po' dubitativa, che ad Enopide risalgano i primi tre postulati di Euclide (7).

In questi tre postulati, com'è noto, si stabiliscono le possibilità di congiungere due punti con una retta (1°), di prolungare la retta di quanto si vuole da entrambe le parti (2°) (la retta era infatti intesa, almeno da Euclide, come il nostro segmento) e di poter costruire circonferenze con centro e raggio assegnati (3°). Ebbene nelle costruzioni di Enopide si adoperano appunto queste operazioni: la sua fama dunque è dovuta, secondo Heath-Szabò, non solo ad un maggior rigore espresso dalla necessità di dover mostrare costruzioni presumibilmente prima di lui solo presupposte, ma proprio al consapevole uso e alla esplicita enunciazione dei primi tre postulati (di Euclide) necessari per tali costruzioni.

Noi, però, consideriamo molto più probabile l'ipotesi avanzata da Frajese nel lavoro citato. Frajese, osservando intanto la scarsa consistenza della proposizione I,23, semplice corollario, come abbiamo già visto, della precedente I,22, fa risalire a quest'ultima costruzione [« Con tre rette, uguali a tre date rette costruire un triangolo; occorre inoltre che la somma di due di esse comunque prese sia maggiore della rimanente »] il risultato di Enopide.

Frajese, pertanto, esaminando le proposizioni I,12 e I,22 nota in esse un « carattere *comune* ed *esclusivo* delle due costruzioni » (p. 289): entrambe si occupano delle condizioni di intersezione e precisamente la I,12 tra retta e circonferenza e la I,22 tra due circonferenze.

« Così come la I,12 include un postulato riguardante le intersezioni tra cerchio e retta – scrive Frajese (p. 293) – così la I,22 ne include un altro dello stesso genere (ambedue sono deducibili da considerazioni di continuità) riguardante le intersezioni tra cerchio e cerchio ». « Si tratta – aggiunge poco

---

la menzione del Pseudo-Platone è molto indiretta poichè in sostanza si tratta di Socrate che osserva due ragazzi i quali « discutevano intorno ad Anassagora e ad Enopide: tracciavano cerchi e cercavano di imitare con le posizioni delle mani le inclinazioni e molto si appassionavano » (cfr. A. FRAJESE, *Il cerchio nella geometria di Enopide di Chio*, « Archimede », 1976, 6, p. 285).

Come giustamente osserva Frajese, Enopide viene ivi presentato « più nella sua qualità di astronomo che in quello di geometra ».

Per un'analisi della scarsa attribuibilità dei *Rivali* a Platone cfr. *Platon, Dialogues suspects* (in *Platon, Ouvres complètes*, tome XIII, 2e partie), par Joseph Souilhé, Paris, Les Belles Lettres, 1962, p. 107 sgg.

(1) *Op. cit.* nella nota precedente.

(2) Per HEATH (cfr. l'*op. cit* in nota 1, p. 76), pp. 174-176. Per SZABÒ cfr. *Anfäge der Euclidischen Axiomensystem*, in « Archive for History of Exact Sciences », I, 1960.

dopo – di questioni aventi rilevanza critica, riguardante proprietà del cerchio, nel suo comportamento rispetto ad una retta ».

Se osserviamo infatti la I,12 possiamo notare intanto che il segmento CD, unendo due punti posti su semipiani diversi, *deve* incontrare necessariamente la retta AB (origine dei semipiani) in un punto K, interno al cerchio tracciato poiché CK è minore del raggio CD (anche questa necessità deriva da

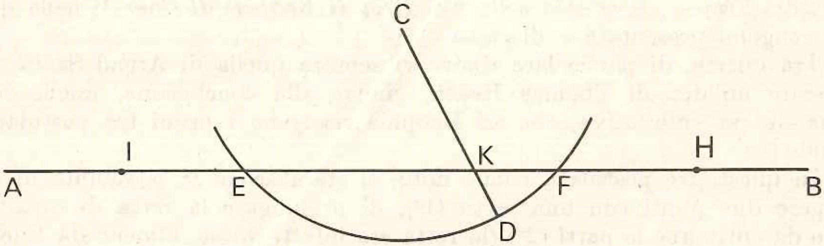

Fig. 3.

una intuizione di continuità) inoltre, data l'infinità della retta, esisteranno sicuramente da entrambe le parti due punti H ed I esterni al cerchio. In tal modo, poichè il segmento KH, appartenente alla retta AB, congiunge due punti, uno interno e l'altro esterno al cerchio, *deve* necessariamente incontrare la circonferenza in un punto (F). Analogamente si può ragionare per il punto E.

Ecco dunque, con l'uso di un criterio di continuità, stabilita la condizione perchè una retta sia secante una circonferenza: *la condizione è che essa abbia un punto interno ad essa* (K nel nostro caso) [1].

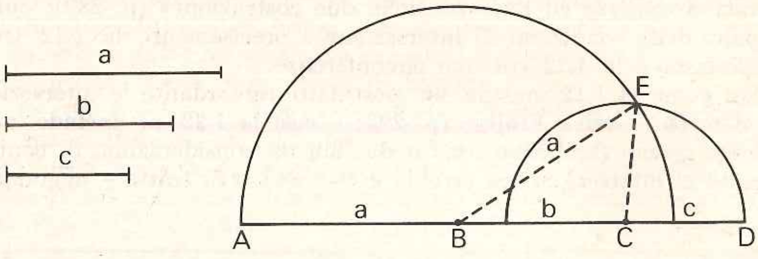

Fig. 4.

Osserviamo anche la I,22. Siano a, b, c i segmenti assegnati. Si vuole costruire un triangolo che abbia i lati rispettivamente uguali a questi (con

[1] Cfr. a questo proposito appunto per tale continuità anche il commento a questa proposizione nell'edizione degli *Elementi di Euclide e la critica antica e moderna*, a cura di Federigo Enriques e altri collaboratori, libri I-IV, Roma, Stock Ed., 1925, pp. 75-76.

la condizione che ciascuno sia minore della somma degli altri due). Su una semiretta, la cui origine indichiamo con A, riportiamo consecutivamente $AB = a$; $BC = b$; $CD = c$.

Con centri in B e C si descrivano le circonferenze di raggi rispettivi $BA = a$ e $CD = c$. Indicando con E uno dei due punti d'incontro di queste, si ottiene il triangolo $\overset{\triangle}{BEC}$ che risolve il problema.

Sino a qui Euclide. Notiamo però che la condizione posta nell'enunciato assicurare, come mostra anche Proclo nel suo commento, che le due circonferenze si *devono* incontrare. Solo che Proclo mostra che le due circonferenze non possono nè essere tangenti nè esterne (analogamente avrebbe potuto mostrare l'impossibilità di essere una interna all'altra) altrimenti non sarebbe stata verificata la condizione premessa e cioè essere un qualsiasi lato minore della somma degli altri due. « Da ciò i cerchi – conclude Proclo – si devono necessariamente tagliare reciprocamente » (1).

Mostriamo ciò in un sol caso dato che analogamente si potrebbe ragionare sugli altri due. Facciamo vedere, ad esempio, che le due circonferenze non possono essere esterne; se ciò accadesse, infatti, il segmento b (distanza dei due centri B e C) dovrebbe essere maggiore di $a + c$ che sono i rispettivi raggi e questo contravviene alla condizione premessa.

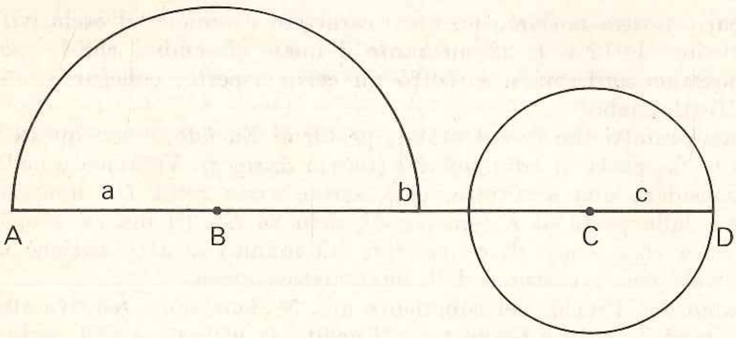

Fig. 5.

Oltre la semplice osservazione di Proclo, senza dubbio sottointesa da Euclide, Frajese fa notare che in questa proposizione si stabilisce la condizione perchè due circonferenze siano secanti: *la condizione è che la distanza dai centri sia minore della somma dei raggi e maggiore della loro differenza* (condizione quest'ultima che si ottiene immediatamente dalle diseguaglianze premesse portando uno dei due termini da un membro all'altro).

Inoltre, osserva ancora Frajese, anche nella I,22, come accadeva nella I,12, vi è un tacito seppure cosciente ricorso ad un criterio di continuità, infatti tenendo presente la fig. 6, si può concludere che l'arco DF della circonferenza di centro C congiunge due punti, D ed F, uno esterno e l'altro interno al cerchio di centro B (D è esterno per le condizioni premesse e già

(1) Friedlein, 332 (12).

osservate, F è poi interno perchè è più vicino al centro B del punto G sempre per le condizioni premesse) (1).

L'arco *deve* quindi incontrare la circonferenza di centro B in un punto (E).

Le conclusioni di Frajese, accettata la premessa di trasferire alla I, 22 la costruzione di Enopide, sono assai convincenti poichè rispondono senza forzature a tutti i dubbi e a tutti gli interrogativi relativi alla « immeritata » fama di Enopide.

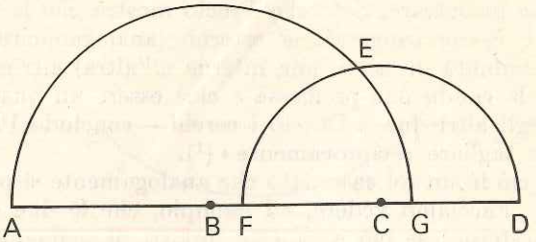

Fig. 6.

Da parte nostra notiamo un altro carattere « comune ed esclusivo » delle due costruzioni I, 12 e I, 22 mediante il quale ci sembra che le ipotesi di Frajese possano confermarsi e, sotto un certo aspetto, collegarsi anche con l'ipotesi Heath-Szabò.

Notiamo infatti che in entrambi i problemi Euclide, e son queste le sole volte che lo fa, parla di *retta infinita* (εὐθεῖα ἄπειρος). Veramente nella I, 22 Euclide considera una semiretta, cioè, scrive « una retta DE limitata in D e illimitata dalla parte di E (ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ E) » (2) ma ciò non cambia la circostanza eccezionale di considerare un infinito in atto anzichè un infiniti potenziale com'è costume della matematica greca.

Notiamo che Proclo, nel commento alla 3ª definizione relativa alla linea, enumera i modi in cui « il Geometra » (Euclide) la utilizza: « Egli, scrive, l'utilizza in tre modi. In effetti l'utilizza come finita da entrambe le parti quando si tratta [ad esempio] di costruire un triangolo su una linea data e finita [I, 1]; poi come finita da una parte e infinita dall'altra nel problema: ' Con tre rette uguali a tre rette date, costruire un triangolo ' [I, 22], poichè egli dice nella sua costruzione ' sia data una retta limitata da una parte e illimitata dall'altra '.... (3). La linea è dunque presa in tre modi da Euclide ».

---

(1) Se si osserva la fig. 5, che non verifica le limitazioni premesse, si vede che D è esterno al cerchio di centro B, ma anche F, punto diametralmente opposto a D, lo è. Analogamente si potrebbe verificare ciò per tutti gli altri casi che non verificano le condizioni.

(2) Cfr. l'edizione critica degli *Elementi* curata da Heiberg, vol. I, Lipsia, Teubner, 1969, p. 31.

(3) A questo punto vi è una lacuna solitamente colmata col considerare anche la linea illimitata da entrambe le parti (il che, da come scrive Proclo, mi sembra fuor di dubbio) citando a questo proposito la I, 12.

Per il commento relativo a tale lacuna cfr. Paul ver Eecke nella sua edizione del *Commento* di Proclo, Bruges, Desclée de Bouver, 1948, p. 92.

Questa circostanza non è peraltro sfuggita a Frajese nel suo commento agli *Elementi* di Euclide ([1]). Noi ne vogliamo trarre alcune conseguenze.

Notiamo innanzi tutto che considerare nella I,12 una retta limitata avrebbe potuto portare, data l'arbitrarietà del punto D (vedi fig. 7), alla circostanza che la retta *non* si sarebbe incontrata con la circonferenza. Per avere la sicurezza di tale intersezione tra la circonferenza e la retta quest'ul-

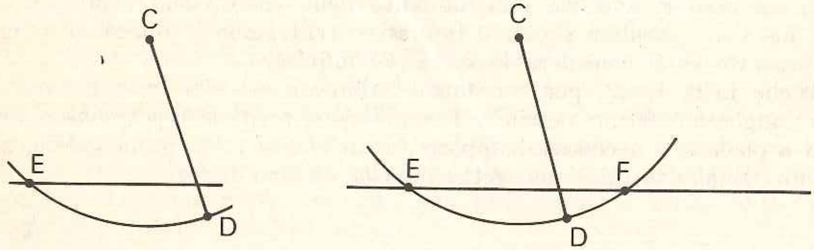

Fig. 7.

tima, più che essere prolungabile indefinitamente, il che con varie posizioni del punto D implicherebbe appunto successivi prolungamenti della retta, deve considerarsi, meglio ancora, infinita. In altre parole anche la indefinita prolungabilità della retta porterebbe comunque all'esistenza dei punti di intersezione, ma l'infinità attuale evita procedimenti iterativi soggetti a possibile critica ([2]). Inoltre Euclide prende D « dall'altra parte della retta AB »

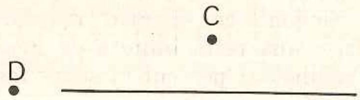

Fig. 8.

il che limiterebbe le scelte poichè in talune circostanze potrebbe non risultare chiaro se D è proprio « dall'altra parte » della retta a meno che questa non si consideri appunto infinita (vedi fig. 8).

([1]) Cfr. *Gli Elementi di Euclide*, a cura di A. Frajese e L. Maccioni, (*op. cit.* in nota 2 p. 77), p. 111, « va in fine notato – scrive infatti Frajese – che in questa proposizione I, 22 viene considerata una semiretta, cioè una *retta* delimitata da una parte. E, come s'è veduto, nella I,12 si considera una retta illimitata dalle due parti (....) ma in ogni altro caso Euclide considera sempre rette terminate dalle due parti (segmenti) postulandone tuttavia la prolungabilità ». Dobbiamo aggiungere, però, che Frajese non ritiene, come noi, che si possa trattare di un infinito in atto poiché questo, ci ha detto a voce, troppo contrasterebbe con tutta l'opera di Euclide in cui l'infinito viene usato solo in senso potenziale.

([2]) Notiamo che nel corso della dimostrazione per ben 4 volte viene ripetuto l'aggettivo « infinito » (già presente nell'enunciato) il che, data la tendenza della matematica greca, è piuttosto singolare.

Il senso di questa giustificazione non muta anche a voler seguire la spiegazione di Proclo che, pur considerando nel commento della I, 12 l'infinito attuale sostanzialmente impossibile, giustifica la necessità della retta presa infinita per la sicurezza che ne viene dell'esistenza della perpendicolare. Potrebbe accadere, dice Proclo, che prolungando la retta questa passi per il punto e la costruzione non sarebbe più possibile, oppure, aggiungiamo noi, che la perpendicolare non cada sulla retta se non dopo il suo prolungamento. Nel primo caso si avrebbe l'impossibilità della costruzione voluta, nel secondo un altro possibile processo interativo; entrambe le obiezioni vengono però superate se si considera la retta *già* infinita.

Anche nella I, 22, per consentire l'allineamento dei tre segmenti dati la cui lunghezze (fermo restando le condizioni premesse) potrebbero essere grandi a piacere, è necessario supporre, anzichè una retta prolungabile, piuttosto una semiretta, cioè una retta *infinita* da una parte.

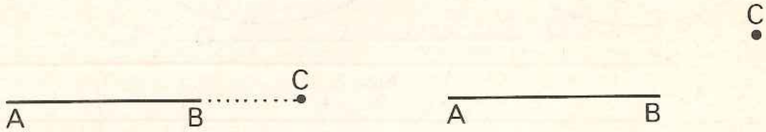

Fig. 9.

Riassumendo quanto è stato detto finora vediamo che:

1) Le costruzioni che si incontrano nei libri di Euclide sono sempre costruzioni al finito, nè vi sono altre proposizioni in cui vengono considerate rette infinite in atto.

2) Solo nelle due proposizioni attribuite ad Enopide: I, 12 e, secondo l'ipotesi di Frajese, I,22, vengono considerate rispettivamente una retta infinita da entrambe le parti e una retta infinita da una sola parte.

3) Enopide cerca le condizioni per cui vi siano intersezioni tra retta e circonferenza e tra due circonferenze (Frajese).

Possiamo allora dedurre da quanto già osservato che:

a) Considerando l'infinito potenziale si sarebbe potuto cadere in una serie di iterazioni che avrebbe potuto dare la sensazione di un problema apparentemente non definito del tipo dei paradossi di Zenone contemporaneo di Enopide (questa circostanza ci sembra abbastanza significativa poichè da essa può dedursi l'attualità di ragionamenti che traevano dalla indefinita iteratività delle operazioni la loro carica paradossale).

b) La presupposta infinità della retta o della semiretta nelle due proposizioni (si ammette riguardo all'infinito, per così dire, il meno possibile) fa tacere le eventuali obiezioni di iterazioni.

Si potrebbe dunque concludere che, essendosi occupato Enopide delle condizioni di intersezione tra retta e circonferenza e tra due circonferenze (secondo la verosimile ipotesi di Frajese), sia stato proprio lui a considerare per primo esplicitamente l'infinità della retta per sfuggire probabilmente ai tranelli di ragionamenti sofistici. Con ciò non vogliamo inserire i meravigliosi e fecondissimi paradossi di Zenone nei falsi ragionamenti di tipo sofistico. Però, dato che essi (non ancora ben dominati dal punto di vista matematico) dovevano essere, come abbiamo già detto, di grande attualità e di dominio pubblico, sembra credibile pensare piuttosto a loro parafrasi che ripetessero, a torto e a ragione, argomentazioni dello stesso tipo.

Euclide, poi, pur postulando la retta come un segmento prolungabile tanto quanto basta, secondo lo spirito della matematica greca, avrebbe conservato in queste due costruzioni di Enopide, e in queste sole!, l'infinità attuale della retta per non riaprire le antiche polemiche cioè « per convincere », come scrive Clairaut a proposito della scienza dimostrativa di Euclide, « dei Sofisti ostinati che si gloriavano di respingere le verità più evidenti » (1).

Una lontana eco di queste polemiche si può ritrovare nello stesso Proclo ed è notevole che essa è presente in entrambi i commenti alle due proposizioni I, 12 e I, 22. Nel commento alla I, 12, infatti, dopo aver affrontato il problema dell'infinito sia nel caso specifico e sia generale, Proclo si rivolge « alle obiezioni (ἐπὶ τὰς ἐνστάσεις) fatte sulla costruzione del problema » (2) facendo vedere che la circonferenza costruita non può secare la retta in tre punti affrontando poi altre obiezioni minori.

Nel commento alla I, 22, inoltre, Proclo afferma che con la condizione supposta da Euclide si eliminano tutte le obiezioni che potrebbero sorgere (3) e aggiunge, poco dopo: « inoltre per eliminare d'ora in poi le obiezioni sulla costruzione » (4) mostrando, come abbiamo visto, che le due circonferenze si devono necessariamente incontrare.

Enopide avrebbe potuto quindi effettivamente occuparsi per primo, seguendo l'ipotesi di Heath-Szabò ma sempre per la ricerca delle condizioni di intersezioni tra curve (ipotesi Frajese) anche dei postulati ed averli stabiliti per tacitare polemiche effettivamente accadute o che sarebbero potute accadere con quei ragionamenti sofistici e paradossali tipici del suo tempo.

Questi postulati però, o per lo meno la condizione che una retta si potesse considerare anche nella sua infinità attuale, non sono quelli che compaiono in seguito negli *Elementi* di Euclide. Il secondo postulato euclideo infatti stabilisce che « Risulti postulato che una retta terminata si possa prolungare continuamente in linea retta ». Non dimentichiamo però che tra Enopide ed Euclide il filosofo Aristotele aveva sostenuto la sola possibilità dell'infinito potenziale (5) e ricordiamo che in altre occasioni Euclide mostra di accettare e seguire le conclusioni di Aristotele (6).

Nel corso di questo lavoro sono state osservate varie ipotesi sul significato del valore matematico di Enopide, ipotesi più o meno verosimili. Riba-

---

(1) Cfr. ALEXIS-CLAUDE CLAIRAUT, *Eléments de Géometrie*, Paris, 1765, Prefazione (nell'ed. citata l'autore è indicato con M. Clairaut).

(2) Friedlein, 286 (13-14).

(3) Friedlein, 330 (3).

(4) Friedlein, 330 (17-18): « .... le obiezioni che sono state introdotte contro la costruzione... » traduce P. ver Eecke nella sua citata edizione del *Commento* di Proclo (p. 282). « E che da quella condizione siano risolte le obiezioni mosse contro la costruzione.... » traduce M. Timpanaro Cardini nella sua edizione citata (nota 1, p. 76), p. 267. Notiamo il plurale usato da Proclo: « le obiezioni ». Queste potevano sorgere, quindi, non soltanto dal dover condizionare i segmenti assegnati affinchè potesse esistere il triangolo da costruire.

(5) Cfr. Aristotele, *Metafisica*, libro XI, cap. X.

(6) Ad esempio nella sistemazione dei princ pi (definizioni, postulati, nozioni comuni) o nel definire prima gli oggetti più semplici e poi quelli più complessi al contrario di quanto aveva mostrato talvolta Platone, cfr. a questo proposito S. MARACCHIA, *La matematica come sistema ipotetico-deduttivo. Profilo storico*, Firenze, Le Monnier, 1975, pp. 20-24.

diamo ancora che l'ipotesi espressa da Frajese ci sembra migliore delle altre e che, da parte nostra, abbiamo voluto far notare che anche la presenza nelle due proposizioni I, 12 e I, 22, e solo in esse, di « retta infinita » e di « semiretta infinita o illimitata da una parte » non può essere stato casuale.

Quello che però è certo è che il contributo matematico di Enopide non fu sicuramente di poco conto specialmente dal punto di vista della finezza e cioè del rigore. Dopo Enopide, infatti, come sappiamo, il suo allievo Ippocrate era già in grado, come narra Proclo, di organizzare i risultati geometrici in un sistema organico.

SILVIO MARACCHIA.

CREATIVITÀ E LOGICA.

Quando un matematico non ha più idee si dà all'assiomatica.

FELIX KLEIN.