

Il calcolo dei valori esatti della funzione zeta è stato un compito piuttosto difficile: [Eulero](#) riuscì nel [1735](#) ad avere una formula esatta per la funzione zeta di s . Il suo metodo si poteva applicare per tutti gli [pari](#):

; la dimostrazione di questo fatto è la soluzione del [problema di Basilea](#).

Più in generale è stato dimostrato che:

dove B_n è l' n -esimo [numero di Bernoulli](#). Non sono note formule analoghe, per i valori della funzione zeta in corrispondenza a valori dispari (e maggiori di 1). Sommando i primi termini della serie che definisce la funzione zeta si possono però ottenere valori approssimati:

La [razionalità](#) e la [trascendenza](#) di questi valori è da molti anni al centro dell'interesse di molti studiosi di [teoria dei numeri trascendenti](#). Alla data del [2014](#), non è noto se essi siano trascendenti o meno, mentre l'irrazionalità è stata dimostrata solo per la [costante di Apéry](#) $\zeta(3)$ da [Roger Apéry](#) nel [1978](#). Ci sono inoltre altri risultati parziali sull'irrazionalità di queste costanti; ad esempio, è stato dimostrato che almeno uno tra $\zeta(5)$, $\zeta(7)$, $\zeta(9)$, e $\zeta(11)$ è irrazionale.

Altri valori