

Imparare la matematica giocando

Andrea Bertoni*

*Docente di matematica e scienze presso l'Istituto Comprensivo di Rivanazzano Terme (PV) – Componente del Consiglio Direttivo dell'associazione Mathesis Pavia; aerdnab87@gmail.com



DOI : 10.53159/PdM(IV).v3n3-4.051

Sunto: *Nel presente articolo vengono descritte alcune parti del progetto, realizzato durante l'anno scolastico 2020-2021 nella classe prima della scuola secondaria di primo grado, relativo all'utilizzo del gioco nell'insegnamento della matematica. In particolare, si fa riferimento ad alcune attività di geometria utilizzate per ripassare, introdurre o approfondire alcuni dei principali argomenti creando, attraverso il gioco, un ambiente di apprendimento coinvolgente e stimolante per gli alunni.*

Parole Chiave: *gioco, argomentazione, geometria, creatività*

Abstract: *This article describes some parts of a project, addressed to the first class of secondary school during school year 2020-2021, about the use of the game in the teaching of mathematics. In particular, I describe some geometry activities used to review, introduce or study in depth some of the main topics creating, through the game, an engaging and stimulating learning environment for the students.*

Keywords: *game, argumentation, geometry, creativity*

1 - Introduzione

Il presente articolo nasce a seguito di un progetto portato avanti nell'anno scolastico 2020-2021, nella classe prima della scuola secondaria di primo grado dell'Istituto Comprensivo di Rivanazzano Terme.

Durante il primo ciclo d'istruzione, al fine di incrementare le competenze matematiche, è necessario ricreare ambienti di apprendimento stimolanti in modo da garantire agli studenti la possibilità di vivere esperienze di apprendimento significative.

Come indicato nelle Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, due sono gli aspetti importanti: il primo è il ruolo ricoperto dal laboratorio, inteso «sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte [...]» (AA. VV. 2012); il secondo aspetto è rappresentato dalla componente ludica che ricopre un ruolo cruciale nell'educazione al rispetto delle regole, al miglioramento delle abilità comunicative e all'elaborazione di strategie adatte a differenti contesti.

Il progetto, realizzato con la collaborazione del Dott. Andrea Maffia dell'Università degli Studi di Pavia, si ispira al famoso gioco, di origini americane, delle escape room in cui ci si ritrova rinchiusi all'interno di una stanza e l'obiettivo è quello di risolvere una serie di enigmi per fuggire da questa. Sul modello di tale gioco, il suddetto progetto si basa sulla risoluzione di enigmi di ambito matematico presenti all'interno del libro *“Destinazione Bellatrix”*. Come nella

classica escape room, la collaborazione tra tutti i partecipanti al gioco è un fattore fondamentale e gli obiettivi principali dell'attività sono quelli di stimolare la logica, l'intuito, le capacità argomentative ed educare alla creatività e al pensiero divergente; quest'ultimo, in contrapposizione con la rigidità tipica del pensiero degli adulti, rappresenta la capacità di prendere decisioni razionali, ma al contempo fantasiose ed imprevedibili, grazie alla rottura di vincoli e al collegamento degli elementi attraverso associazioni inusuali.

Oltre alla semplice risoluzione degli esercizi, agli alunni è stato richiesto di esplicitare, con le proprie parole, il ragionamento ed il procedimento messo in atto, al fine di migliorare le proprie abilità argomentative e confrontare le diverse strategie risolutive, rendendo in questo modo gli alunni consapevoli di come uno stesso problema possa essere affrontato da diversi punti di vista.

Infine, per quanto riguarda gli enigmi di geometria, sono state create delle attività di approfondimento con il software di geometria dinamica "GeoGebra" che hanno permesso agli alunni di attuare una manipolazione diretta delle costruzioni fatte ed osservare come alcune proprietà geometriche restino valide, pur variando la posizione di punti e rette nello spazio.

2 - Il pensiero divergente

Fin da Aristotele, la logica è stata esaltata come l'unico strumento in grado di trarre frutto dall'intelletto, ma le nuove idee, per il loro carattere imprevedibile, stanno ad indicare che non sono il risultato di un ragionamento logico. Di conseguenza, si rileva l'esistenza di un diverso procedimento

intellettivo, riconoscibile soprattutto quando riesce a formulare risposte semplici che appaiono ovvie solo dopo la loro formulazione. Per convenzione, si è soliti utilizzare l'espressione *pensiero verticale* per indicare il metodo logico e l'espressione *pensiero laterale o divergente* in riferimento all'uso della creatività.

Il pensiero laterale non è una nuova formula magica, ma semplicemente un più creativo modo di servirsi dell'intelletto.

Una disciplina che fa un buon uso del pensiero laterale è la matematica moderna, la quale, scartati i rigidi schemi entro cui nel passato si presentava, fornisce allo studente la possibilità di accostarsi ad essa con scelte deliberate dando il gusto dell'acquisizione personale.

Questa metodologia di lavoro incoraggia l'alunno a considerare un problema da diversi punti di vista e a prendere coscienza delle svariate vie che possono essere percorse al fine di giungere alla soluzione del quesito, garantendo un miglioramento più rilevante della duttilità intellettuale dell'allievo.

Il pensiero creativo è da considerarsi come una competenza trasversale, che costituisce un elemento che va oltre l'apprendimento e la formazione generale, perché ha come obiettivo lo sviluppo sia cognitivo che sociale dell'alunno, attraverso cui le abilità acquisite sono applicabili in diversi contesti della vita quotidiana.

Il pensiero laterale o divergente è caratterizzato dalla capacità di generare soluzioni differenti e ingegnose per uno stesso problema. Si tratta di una concentrazione mentale spontanea, fluida e non lineare che spinge a considerare il

problema da diversi punti di vista, portando, così, a diverse soluzioni.

Secondo gli studiosi Löwenfeld e Brittain l'intelligenza e la creatività vengono spesso confuse tra loro. La creatività non per forza ha a che fare con l'intelligenza: un ragazzo con un alto quoziente intellettivo può ottenere ottimi risultati nei test di creatività, ma anche no. I test d'intelligenza enfatizzano il pensiero convergente, dove la risposta è già stata determinata a priori. Al contrario, i test di creatività tentano di misurare il pensiero divergente, dove la risposta corretta non è mai unica.

Il sistema scolastico, solitamente, tende ad enfatizzare particolarmente l'intelligenza, il pensiero convergente, che conduce gli alunni a pensare ad un'unica risposta corretta o ad una soluzione che gode di approvazione generale. Le attività creative, invece, danno importanza e stimolano il pensiero divergente, nel quale non ci sono risposte esatte, ma situazioni che permettono più vie di sviluppo, come nel caso delle domande a soluzione aperta (Löwenfeld & Brittain, 1984).

3 - Alcune attività di geometria

Il libro *"Destinazione Bellatrix"*, scritto dal Dott. Andrea Maffia, è stato il punto di partenza di tutte le attività affrontate. L'autore narra una storia fantastica che funge da filo conduttore tra gli svariati enigmi che riguardano i principali argomenti di aritmetica e geometria trattati durante il primo anno della scuola secondaria di primo grado. In particolare, relativamente alla geometria, le attività riguardano la capacità di misurare lunghezze ed angoli anche

attraverso l'utilizzo appropriato degli strumenti, le unità di misura, la posizione reciproca di rette complanari, i triangoli e la loro classificazione e i poligoni regolari.

La storia narra della navicella spaziale “Numerion” che sta trasportando un carico prezioso verso Bellatrix, stella della costellazione di Orione, quando tutto d'un tratto, si perde ogni forma di comunicazione con il capitano. Lo scopo della missione è scoprire cosa sia successo al capitano e far arrivare la navicella a destinazione.

Nei successivi sottoparagrafi vengono descritte due delle principali attività di geometria affrontate durante il progetto.

3.1 - La misura di un angolo e l'uso del goniometro

Uno dei primi quesiti di geometria che gli alunni hanno dovuto affrontare ha riguardato la misura degli angoli e l'utilizzo appropriato del goniometro.

L'enigma di fronte al quale ci si trova raffigura una stanza le cui pareti sono ricoperte da specchi: su una parete ci sono 3 emettitori laser e sulle altre pareti ci sono 6 ricevitori (Fig. 1). Quando il laser colpisce la parete, il raggio incidente viene riflesso formando un angolo pari all'angolo di incidenza; nel caso in cui viene colpito un ricevitore, questo si illumina.

L'obiettivo dell'attività è capire quali ricevitori verranno colpiti dai raggi laser ricostruendone il percorso fatto.

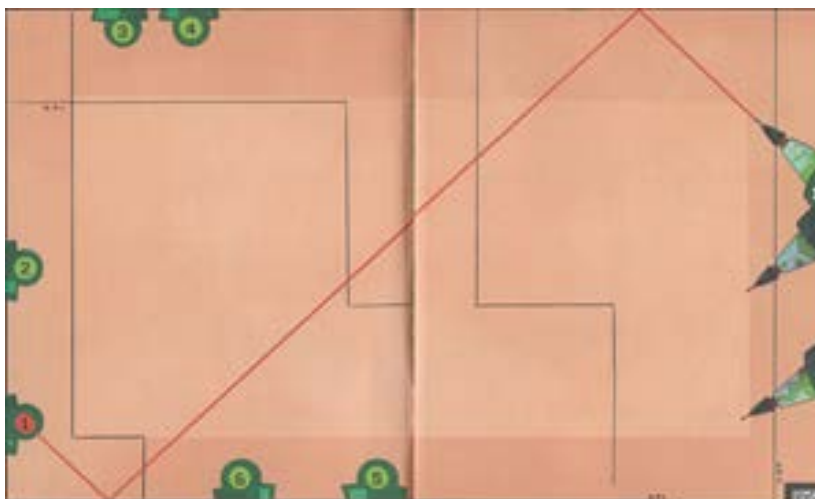


Fig. 1 - Rappresentazione della stanza

La presente attività è stata affrontata in classe fornendo ad ogni alunno una fotocopia dell'enigma e chiedendo loro di provare a risolvere, in circa 20 minuti, il quesito e di descrivere brevemente il ragionamento fatto. Durante l'attività alcuni alunni hanno iniziato subito a mostrare le prime difficoltà non ricordando come utilizzare in maniera corretta il goniometro. Per alcuni, la difficoltà principale è stata quella di capire come posizionare in maniera corretta lo strumento e, di conseguenza, misurare l'ampiezza di un angolo; altri, seppur fossero in grado di misurare l'ampiezza dell'angolo di incidenza, hanno avuto difficoltà nel riprodurre il corrispondente angolo riflesso.

Al contrario, la maggior parte della classe non ha avuto alcuna difficoltà nel portare a termine il lavoro utilizzando in maniera corretta il goniometro, anche grazie al fatto che, pochi mesi prima, il suo utilizzo era stato ripassato durante le lezioni pratiche di tecnologia (Fig. 2).

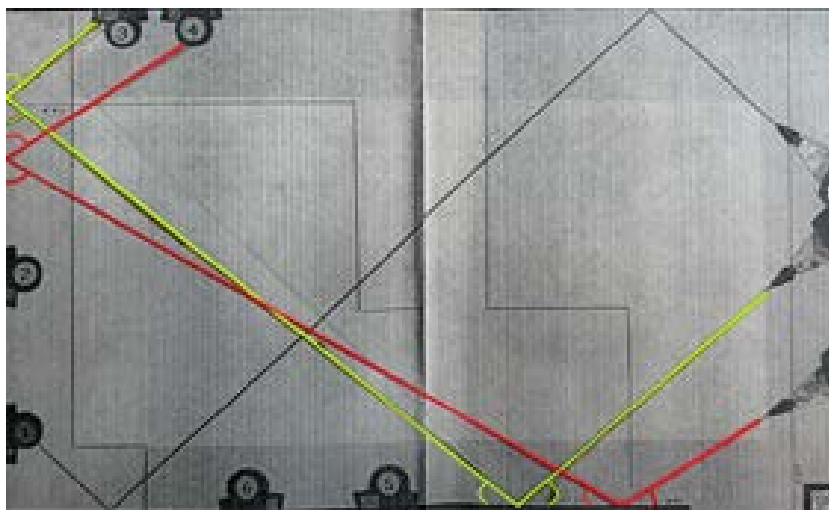


Fig. 2 – Esempio di risoluzione dell'enigma con l'uso del goniometro

Infine, un solo alunno ha risolto l'attività senza l'utilizzo del goniometro, ma semplicemente usando il righello. Nella descrizione il ragazzo sostiene di aver preso alcuni punti di riferimento nel disegno e di «aver misurato la distanza orizzontale tra il punto di riferimento considerato e il punto in cui il raggio laser impatta sulla parete»; successivamente ha riportato, solo orizzontalmente, tale misura dall'altra parte e, di conseguenza ha disegnato il raggio riflesso cercando di mantenere la stessa inclinazione di quello incidente (Fig. 3). Inconsapevolmente il ragazzo ha introdotto l'idea di pendenza di una retta seppur in maniera non del tutto corretta.

A seguito di questa strategia risolutiva è stato spiegato alla classe il concetto di pendenza o inclinazione di una retta rispetto ad una linea orizzontale di riferimento, presentandola come il rapporto tra uno spostamento verticale e uno orizzontale, cioè il rapporto tra la variazione verticale ed

orizzontale che separa due punti appartenenti alla retta presa in esame.

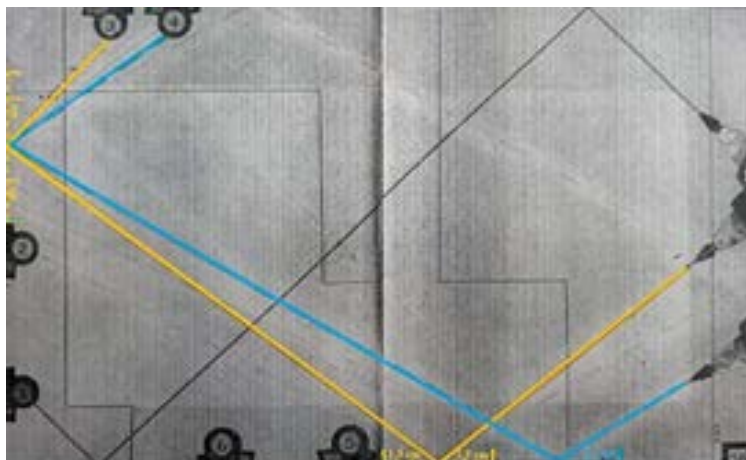


Fig. 3 – Risoluzione dell'attività senza l'uso del goniometro

In questo modo l'alunno ha modificato e corretto il proprio lavoro considerando sia la distanza orizzontale tra il punto in cui il raggio laser impattava sulla parete e il punto di riferimento scelto, sia la distanza verticale tra quest'ultimo e il raggio laser, riportando infine le due misure, in maniera corretta, nel lato opposto.

Grazie a questa attività gli alunni hanno potuto osservare come lo stesso quesito sia stato risolto in due modi differenti, in un caso utilizzando il goniometro e nell'altro, rifacendosi al concetto di pendenza di una retta, attraverso l'uso del righello.

3.2 - I poligoni

Un altro quesito di geometria affrontato ha riguardato i poligoni regolari. Esso ha rappresentato sia la prosecuzione di

un'attività svolta con GeoGebra, inerente ai triangoli, sia il punto di partenza per approfondire alcuni concetti e proprietà riguardanti i poligoni.

In questo caso, gli alunni si sono trovati di fronte ad un enigma in cui era presente il tesserino identificativo del capitano della navicella spaziale (Fig. 4), sul quale era riportata la seguente scritta: «codice identificativo: PENTAGONO REGOLARE».



Fig. 4 – Tesserino del capitano

L'obiettivo dell'attività era di riuscire a disegnare un pentagono regolare partendo dal vertice indicato con la freccia rossa e collegando tra loro alcuni dei punti indicati.

Anche in questo caso, agli alunni è stata fornita una fotocopia del quesito ed è stato richiesto di provare a risolverlo in circa 10-15 minuti. Quasi tutti gli alunni della classe sono riusciti a disegnare un pentagono, ma nessuno di

loro lo ha disegnato nel modo richiesto: tutte le loro figure erano poligoni convessi con 5 vertici, ma nessuna era regolare. Dalla discussione che ne è scaturita, i ragazzi hanno sottolineato che la principale difficoltà riscontrata è stata rappresentata dal fatto che il poligono fosse leggermente ruotato e non avesse la base "orizzontale", rappresentazione dei poligoni che sono soliti vedere durante la scuola primaria.

Dopo essere arrivati ad una soluzione condivisa dell'enigma, l'attività è stata utilizzata come punto di partenza per attuare degli approfondimenti sui poligoni. In primo luogo, è stato affrontato il concetto di diagonale di un poligono ed è stato richiesto agli studenti di provare a tracciare le diagonali in un triangolo, in un quadrilatero, nel pentagono appena costruito e in un esagono. Analizzando i risultati trovati, attraverso la discussione gli alunni sono stati condotti a ricavare la regola che permette di calcolare il numero delle diagonali di un poligono conoscendo il numero di lati:

$$n. \text{ diagonali} = \frac{[n \cdot \text{lati} + (n \cdot \text{lati} - 3)]}{2}$$

A supporto dei risultati ottenuti, l'attività è stata riprodotta attraverso il software GeoGebra (Fig. 5 e Fig. 6), che ha permesso agli alunni di rappresentare poligoni con un numero elevato di lati, non semplici da disegnare sul quaderno, di osservare le corrispondenti diagonali e di verificare la veridicità della relazione precedentemente ottenuta.

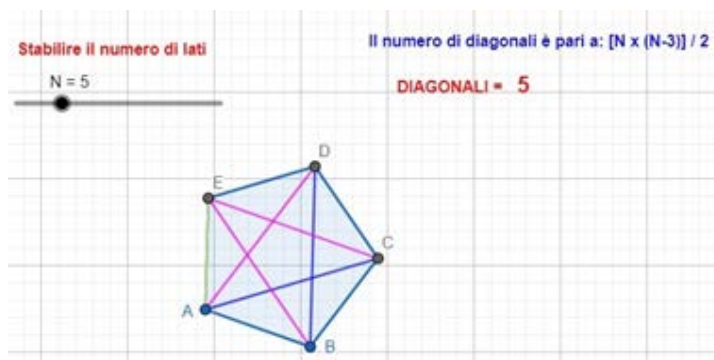


Fig. 5 – Esempio di rappresentazione con GeoGebra delle diagonali di un poligono con 5 lati

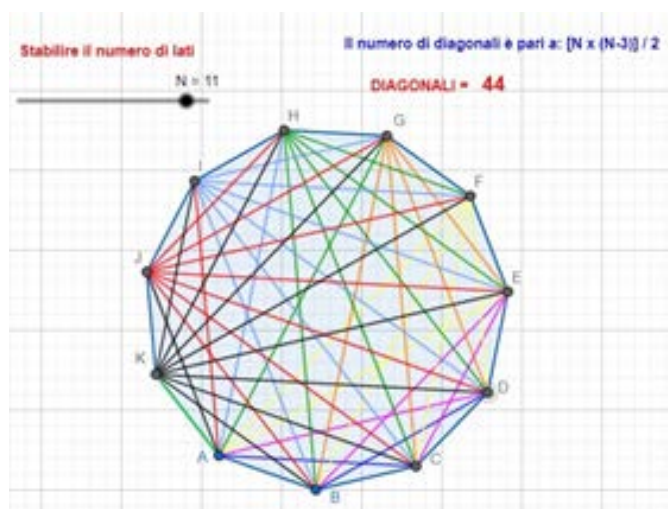


Fig. 6 – Esempio di rappresentazione con GeoGebra delle diagonali di un poligono con 11 lati

Un ulteriore approfondimento ha riguardato lo studio della somma degli angoli interni di un poligono. Alcuni mesi prima, attraverso l'uso di GeoGebra, sono state ricreate due attività al fine di dimostrare e far comprendere meglio agli alunni che la somma degli angoli interni di un qualsiasi triangolo è sempre pari a 180° . Nella prima attività è stato costruito un triangolo ed è stata misurata l'ampiezza degli

angoli nei suoi vertici, osservando che la loro somma è 180° , valore che resta invariato anche muovendo i vertici del triangolo e variando l'ampiezza dei suoi angoli (Fig. 7).

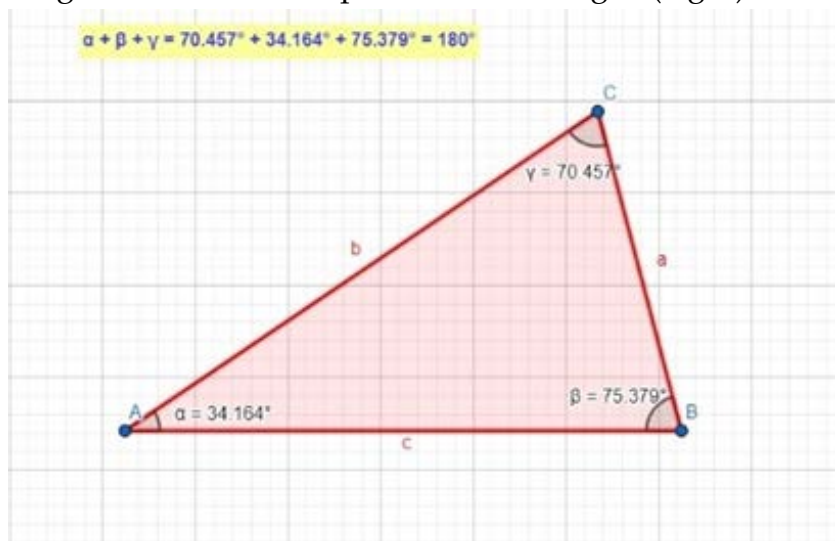


Fig. 7 – Attività 1 relativa alla somma degli angoli interni di un triangolo

La seconda attività ha previsto la costruzione di un triangolo e successivamente di una retta parallela al lato \overline{AC} e passante per il vertice \overline{B} (Fig. 8).

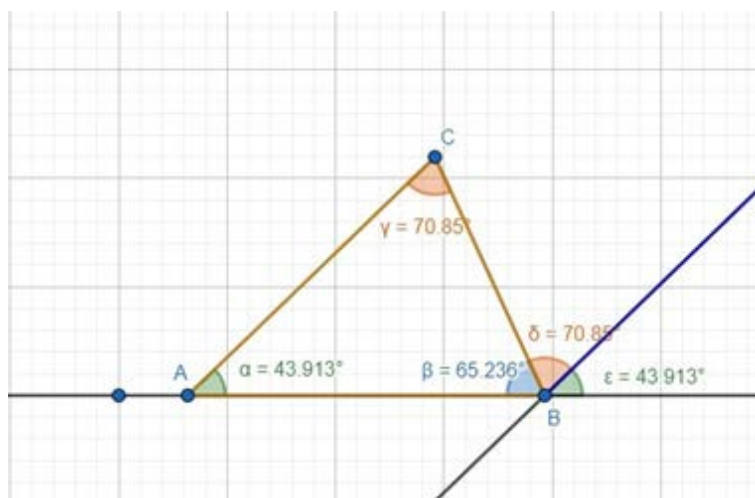


Fig. 8 – Attività 2 relativa alla somma degli angoli interni di un triangolo

In questo modo è stato possibile fare le seguenti osservazioni: l'angolo $\delta \cong \gamma$, in quanto angoli alterni interni e l'angolo $\alpha \cong \varepsilon$, poiché angoli corrispondenti. Ne consegue che i tre angoli β , δ e ε formano un angolo piatto, dimostrando nuovamente che la somma degli angoli interni di un triangolo è pari a 180° .

Ritornando all'enigma sul pentagono regolare, agli alunni è stato chiesto di trovare un modo per calcolare la somma degli angoli interni del pentagono. Dopo aver lasciato loro un po' di minuti per pensare, alcuni ragazzi hanno ipotizzato di tracciare due diagonali dividendo il pentagono in 3 triangoli; in questo modo, sapendo che la somma degli angoli interni nei triangoli è di 180° , hanno ricavato velocemente la somma degli angoli nel pentagono.

La discussione è proseguita considerando un'ulteriore strategia che ha previsto la divisione della figura in 5 triangoli aventi un vertice in comune al centro del poligono.

In questo modo la somma degli angoli interni del pentagono è stata ottenuta moltiplicando 180° per il numero di triangoli e sottraendo l'angolo giro formatosi al centro della figura (Fig. 9).

Dopo aver vagliato le due costruzioni, gli studenti sono stati condotti a ricavare le due relazioni che permettono di calcolare la somma degli angoli interni di un qualsiasi poligono. Le relazioni ottenute sono le seguenti:

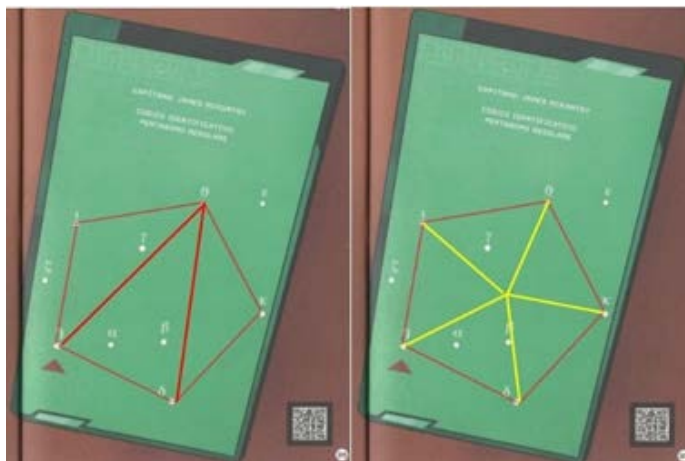


Fig. 9 – Rappresentazione delle due strategie per il calcolo della somma degli angoli interni del pentagono

1° costruzione $\text{somma angoli} = (n.\text{lati} - 2) * 180^\circ$

2° costruzione $\text{somma angoli} = n.\text{lati} * 180^\circ - 180^\circ$

L'intera attività si è conclusa andando a ricreare le due costruzioni con GeoGebra al fine di osservare come varia la somma degli angoli interni di un poligono al variare del numero dei lati (Fig. 10 e Fig. 11).

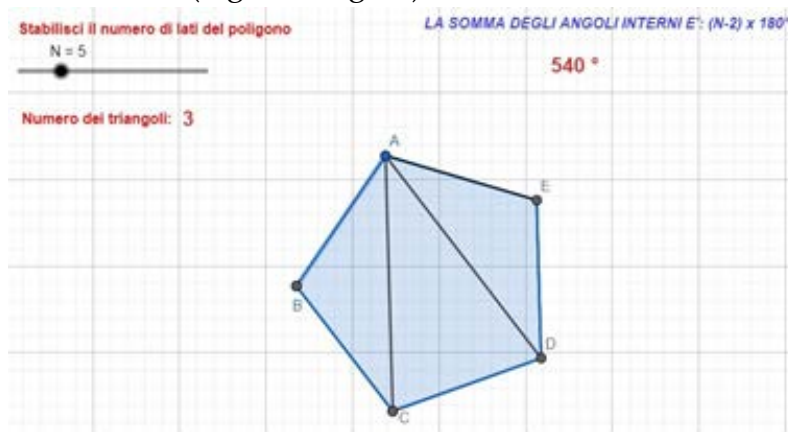


Fig. 10 – Rappresentazione con GeoGebra della prima strategia per il calcolo della somma degli angoli interni del pentagono

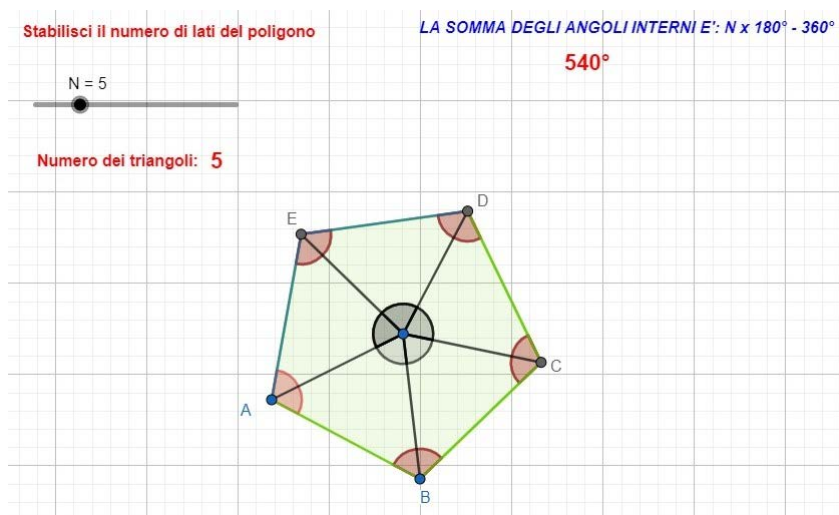


Fig. 11 – Rappresentazione con GeoGebra della seconda strategia per il calcolo della somma degli angoli interni del pentagono

4 - Osservazioni e conclusioni

Come ricorda il fisico e matematico francese Jules Henri Poincaré «creare, inventare consiste proprio nel non costruire le combinazioni scontate, ripetitive, ma costruire unicamente quelle originali e innovative [...]».

I ragazzi hanno bisogno di avvalersi dell'impiego del pensiero divergente, che deve essere costantemente stimolato, al fine di poter osservare le cose da differenti prospettive e saper affrontare le svariate situazioni andando a combinare tra loro le conoscenze, le abilità e le competenze possedute.

Dalle osservazioni effettuate durante il progetto è stato possibile riscontrare grande entusiasmo e serietà da parte

degli alunni nell'affrontare le diverse attività. In particolare, la richiesta costante di esporre ed argomentare le proprie strategie risolutive ha permesso un notevole miglioramento delle abilità argomentative e dell'utilizzo di un linguaggio specifico; inoltre, il costante confronto ha portato gli alunni ad un incremento delle proprie capacità di gestire una conversazione, rispettando i tempi altrui e accettando le eventuali osservazioni fatte dai compagni di classe.

L'utilizzo del software di geometria dinamica "GeoGebra", oltre a creare percorsi di approfondimento agli enigmi di geometria affrontati, ha permesso agli alunni una miglior visualizzazione e comprensione di alcune proprietà geometriche, attraverso la diretta manipolazione delle costruzioni fatte, garantendo così il raggiungimento di un apprendimento più significativo rispetto al semplice studio teorico che, in alcuni casi, diventa mnemonico e privo di una vera comprensione.

L'aspetto più significativo di tale attività è stato l'inclusione, all'interno del gruppo classe, di quegli alunni che mostravano qualche debolezza in matematica o con bisogni educativi speciali (BES), i quali, in un contesto di questo tipo, completamente slegato da qualsiasi forma di valutazione, in cui chiunque era libero di poter esprimere la propria idea, sono riusciti ad interagire in maniera costruttiva con l'intero gruppo classe al fine di risolvere gli enigmi proposti, apportando il proprio contributo, in alcuni casi con idee vincenti.

In conclusione, un'attività di questo tipo, in cui la componente ludica è un pretesto per ripassare, introdurre o approfondire alcuni argomenti matematici, è una metodologia

didattica che, oltre a mantenere alto l'interesse e l'attenzione degli alunni, permette di stimolare la creatività ed il pensiero divergente. Tali pratiche dovrebbero affiancare costantemente la "didattica classica", al fine di incrementare tale competenza trasversale e indurre gli studenti a conoscere ed essere consapevoli delle proprie potenzialità.

Bibliografia (sono riportati alcuni esempi)

AA. VV. (2012). Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione.

AA. VV. (2018). Indicazioni Nazionali e nuovi scenari.

Antoninetti A. (2011). La creatività s'impara. Metodi e tecniche per lo sviluppo del pensiero divergente a scuola. Giunti Editore.

De Bono E. (1969). Il pensiero laterale. Come produrre idee sempre nuove. BUR Rizzoli.

Löwenfled V., Brittain W. L. (1984). *Creatività e sviluppo mentale*. Giunti Barbera.

Maffia A. (2020). Destinazione Bellatrix. Esplora, risolvi e impara la matematica. Erickson.

Poincaré J. H. (1997). *Scienza e metodo*. Einaudi.