Periodico di Matematica (IV) Vol. IV (1) marzo 2022, pp. 87-96

Fisica e Geometria: un inseparabile binomio

Onofrio Casoria*

*I.T.C.S.G. Masullo – cassabato@inwind.it

DOI : 10.53159/PdM(IV).v4n1.067

Sunto: *Si presentano alcuni esempi di applicazione della matematica nella rappresentazione dei fenomeni fisici sperimentati nelle classi di un Istituto per geometri.*

Parole Chiave: *Equazioni, Piano cartesiano, moto di un corpo*

Abstract: *Here are some examples of the application of mathematics in the representation of physical phenomena experienced in the classes of an Institute for geometers.*

Keywords: *Equations, Cartesian plane, motion of a body*

1 - Il piano cartesiano

Negli Istituti Tecnici, ad indirizzo Biotecnologico e CAT, l'insegnamento della Fisica è previsto per il primo biennio e prevede lo studio della Fisica Classica, la cui modellizzazione è basata sulla Geometria Euclidea.

Le difficoltà degli studenti nell'apprendimento della Fisica sono in gran parte provocate da carenze di carattere matematico, in particolare su come applicare i teoremi di Geometria euclidea e di Geometria analitica ai problemi di cinematica, dinamica, termodinamica ed elettromagnetismo.

Diversamente dai decenni scorsi, attualmente le indicazioni nazionali prevedono all'inizio del percorso didattico della fisica, per gli alunni del primo anno, la conoscenza del concetto di piano cartesiano e della risoluzione dell'equazione ad un'incognita.

Il grafico cartesiano, infatti, ci consente di fornire indicazioni qualitative e quantitative in merito allo studio di un fenomeno fisico. Pertanto è indispensabile che il docente di fisica negli Istituti Tecnici richiami il concetto di piano cartesiano e delle relative proprietà anche se sono già state trattate dal docente di matematica.

È opportuno far osservare agli studenti alcune relazioni esistenti tra:

- l'equazione di primo grado, rappresentata nel piano cartesiano dalla retta, e lo studio di un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme (Fig.1);
- l'equazione di secondo grado, rappresentata dalla parabola nel piano cartesiano, e lo studio di un corpo che si muove di moto rettilineo uniformemente vario (Fig.2).

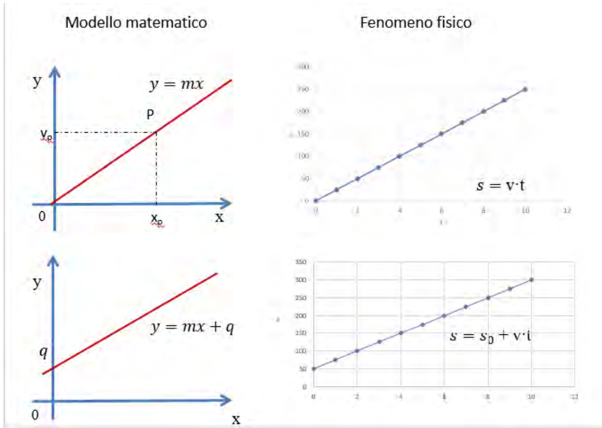

Fig. 1

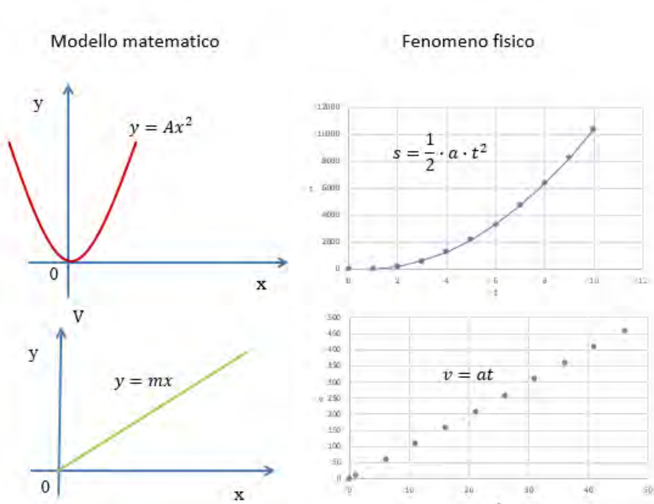

Fig. 2

Precisamente l'equazione $y = mx$ che individua la proporzionalità diretta tra le variabili x e y è rappresentata nel piano cartesiano dalla retta che passa per l'origine degli assi, mentre in fisica descrive il moto di un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme con partenza nell'origine del sistema di riferimento (s_0 = 0). Il secondo grafico rappresenta lo stesso moto quando si parte da un punto diverso dall'origine degli assi ($s_0 \neq 0$) (Fig.1).

Analogo è il discorso per il moto uniformemente vario la cui rappresentazione geometrica pone spunti a diversi collegamenti sia relativi a problemi algebrici che fisici. Infatti la rappresentazione della parabola permette la comprensione di elementi teorici (equazioni e disequazioni) e la risoluzione di problemi di natura fisica (il moto dei gravi, il lancio di un corpo, ecc…).

Dalla generalità dell'equazione $y = Ax^2+Bx+C$ trasformata nella legge oraria del moto:

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0$$

è opportuno soffermarsi sul significato dei coefficienti A, B, C che nel nostro caso rappresentano

$A = \frac{1}{2}at^2$ $\quad$ a = accelerazione costante

$B = v_0t$ $\quad$ v_0 = velocità iniziale

$C = s_0$ $\quad$ s_0 = posizione iniziale.

Nel caso in cui $v_0 = 0$ si ha che :

$$s = \frac{1}{2}at^2 + s_0$$

$$y = Ax^2 + C$$

In questo caso si fa osservare ai discenti che il vertice della parabola è sull'asse delle ordinate, per cui la variazione di *B* individua la traslazione della parabola lungo la direzione dell'asse delle *x*.

Se risulta B = 0 e C = 0 la parabola (simmetrica rispetto all'asse delle ordinate) ha vertice nell'origine degli assi e dal punto di vista fisico l'equazione per descrivere il moto uniformemente accelerato diventa:

$$s = \frac{1}{2}\, a\, t^2$$

utilizzata nel caso della caduta dei gravi in cui $a = g$.

2 - Gli invarianti

Un altro argomento oggetto della presente trattazione riguarda la definizione di grandezze vettoriali. Infatti, molti fenomeni fisici sono rappresentati analiticamente con le grandezze vettoriali.

Senza entrare in merito al concetto di campo vettoriale che rientra tra i temi da proporre negli anni successivi, è opportuno presentare in modo semplice, ma senza trascurare il rigore, gli elementi essenziali che caratterizzano queste grandezze, in particolare le proprietà che si conservano durante i movimenti, cioè gli invarianti.

In matematica, un vettore è definito come classe di equivalenza di segmenti equipollenti. In fisica, è opportuno far presente che una grandezza è rappresentabile come vettore se:

- vale la legge del parallelogramma (in tal modo si esprime la classica somma di vettori);
- è invariante rispetto ai sistemi di riferimento per traslazione, mettendo in evidenza che le componenti del vettore sugli assi cartesiani del sistema Oxy sono uguali alle componenti sugli assi del sistema O'α β (Fig. 3).

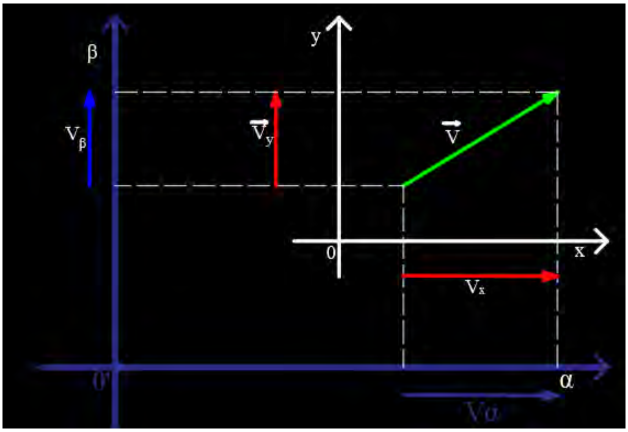

Fig. 3

Un altro problema è l'esigenza di introdurre le funzioni goniometriche per definire il prodotto scalare e il prodotto vettoriale che permettono di rappresentare due concetti fisici fondamentali: il lavoro e il momento di una forza.

Il problema sorge perché le funzioni goniometriche vengono proposte al terzo o quarto anno della Scuola di secondo grado con l'introduzione della circonferenza goniometrica.

In realtà la circonferenza goniometrica serve esclusivamente per linearizzare la viabile indipendente delle funzioni (seno, coseno, tangente...), essendo quest'ultima (variabile) rappresentata da un angolo cioè una parte di piano non rappresentabile sull'asse delle ascisse.

Del resto, la funzione seno è rappresentata sull'asse delle ascisse e la funzione coseno sull'asse delle ordinate. Ciò significa che le due funzioni sono invarianti rispetto ai sistemi di riferimento.

Pertanto, le funzioni seno e coseno possono essere introdotte direttamente sugli angoli, attraverso i criteri di similitudine dei triangoli (Fig. 4).

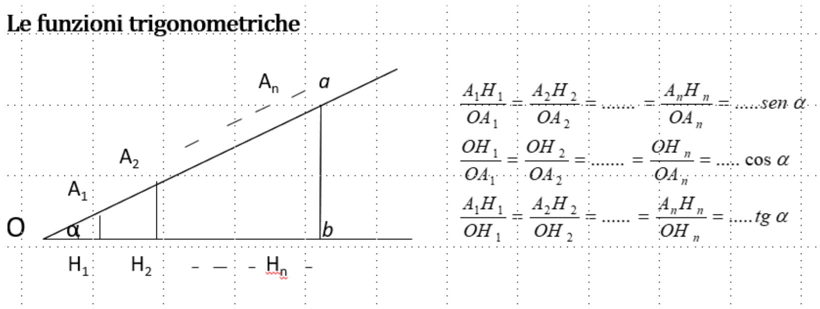

Fig. 4

Un altro esempio di invariante è la direzione del prodotto vettoriale. Infatti è quella perpendicolare al piano contenente i segmenti orientati che rappresentano i vettori che si moltiplicano.

Pertanto, l'asse di rotazione è l'unica direzione invariante rispetto al movimento (Fig. 5).

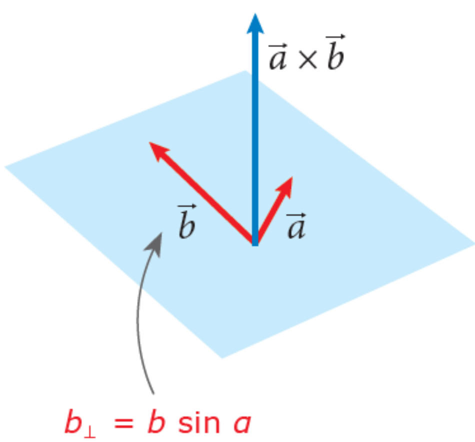

Fig. 5

Ciò lo si può far osservare considerando la rotazione di una porta intorno alla cerniera a cui è applicata (Fig. 6). Didatticamente si può proporre la questione agli studenti mediante il problema:
Si applichi una forza F, parallela al piano orizzontale, in un punto del piano a in modo da far ruotare il piano a intorno alla retta r fino a sovrapporsi al piano β. Si osserva immediatamente che c'è una retta nello spazio che non cambia la propria direzione. Le rette parallele alla retta r restano ancora parallele ad r?

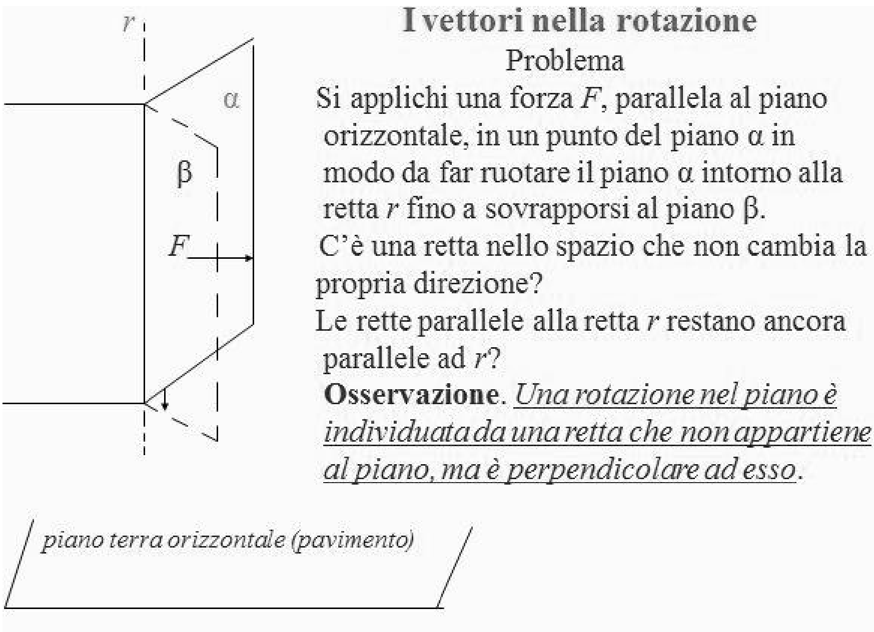

Fig. 6

Bibliografia

Cundari C. (1991). Disegno e Matematica per una didattica finalizzata alle nuove tecnologie, *Atti del Progetto del M.P.I. e del Dipartimento di Progettazione e Rilievo dell'Università "La Sapienza" di Roma (11-15 dicembre 1990; 6-10 maggio 1991; 8-12 dicembre 1991).*

Casolaro F.(1997). Modello geometrico non euclideo per lo spazio fisico, *Atti Convegno "Metodi di rappresentazione dell'incertezza nell'Architettura", Pescara, novembre 1997, pp.103-106.*

Casolaro F. (2002). Un percorso di geometria per la scuola del terzo millennio: dal piano cartesiano ad un modello analitico su uno spazio curvo, *Atti del Congresso Nazionale Mathesis "La Matematica fra tradizione e innovazione: un confronto europeo", Bergamo, ottobre 2002, pp.185-198.*

Casolaro F., Prosperi R. (2019). Quale geometria per la fisica classica? La geometria euclidea in S_2 e in S_3 per la rappresentazione dei fenomeni fisici, *Corso di Formazione per l'insegnamento della Fisica nelle Scuole Secondarie, Quaderni APAV n. 4, maggio 2019.*

Casolaro F. (2014). L'evoluzione della geometria negli ultimi 150 anni ha modificato la nostra cultura. Lo sa la Scuola? *Atti del Convegno "Euclide...oltre Euclide" (Castellammare di Stabia, 10-12 maggio 2013), "Science &Philosophy Divulgation" - DiSciPhil - Fascicolo 1(2014) - Fondazione "Panta Rei" Numero speciale di Ratio Mathematica.*

****

Principi della ricerca

Compito supremo del fisico è pertanto di cercare quelle leggi elementari più universali dalle quali si possa ottenere mediante deduzione pura l'idea del mondo. A queste leggi elementari non conduce nessuna via logica ma solo l'intuizione basata sull'immedesimazione con l'esperienza. Data questa incertezza metodologica, si potrebbe pensare che siano possibili sistemi della fisica teorica quanti se ne voglia e tutti equivalenti; e questa opinione è certo in linea di principio giusta. Ma lo sviluppo ha mostrato che di tutte le costruzioni pensabili solo una si è mostrata di volta in volta incondizionatamente superiore a tutte le altre. Nessuno che abbia effettivamente approfondito l'oggetto in questione potrà negare che il mondo delle percezioni determina praticamente in maniera univoca il sistema teorico, sebbene nessuna via logica conduca dalle percezioni ai principi della teoria; ciò è quanto Leibniz designò così felicemente con il nome di «armonia prestabilita». I fisici rimproverano severamente a certi teorici della conoscenza di non tenere conto a sufficienza di questa circostanza. Qui mi sembra pure che si trovino le radici della polemica avutasi qualche anno fa tra Mach e Planck.

Albert Einstein, *Principi della ricerca* (*Prinzipien der Forschung*) discorso pronunciato da Albert Einstein nel 1918 per la celebrazione del 60° compleanno di Max Planck, alla Società di Fisica di Berlino. Pubblicato per la prima volta in «Mein Weltbild», Querido Verlag, Amsterdam 1934, riprodotto in italiano in Max Planck, *Scienza, filosofia e religione*, Milano: Fratelli Fabbri, 1973.

****