

Matematica al primo ciclo

Federica Accorroni* Carlo Toffalori**

* Università di Camerino; federica.accorroni@unicam.it

** Università di Camerino; carlo.toffalori@unicam.it



DOI: 10.53159 /PdM(IV).v4n2.083

Sunto: Presentiamo la serie di incontri “Matematica al primo ciclo”, destinata ai docenti di matematica della scuola secondaria di primo grado e svolta a primavera 2022.

Parole Chiave: Didattica inclusiva; Gioco; Manufatti.

Abstract: We present the series of meeting “Matematica al primo ciclo” (“Mathematics in the first cycle”), intended for teachers of mathematics of the lower secondary school and held in spring 2022.

Keywords: Inclusive education; Game; Artifact.

1 - Introduzione

La didattica della matematica nella scuola secondaria di primo grado è questione delicata per svariati motivi. Nel corrispondente triennio, infatti, da un lato gli studenti iniziano

il loro processo verso la maturità, e al tempo stesso la matematica comincia a rivelare le sue caratteristiche di astrazione, pur restando congiunta in un unico insegnamento con altre scienze “meno” esatte e più direttamente legate all’osservazione del mondo e alle sperimentazioni.

Nel triennio, poi, la matematica, come del resto tutte le altre materie, si rivolge indistintamente a tutti gli studenti, e non solo, come nei successivi gradi di istruzione, a quelli che, seguendo le loro inclinazioni e optando per specifici indirizzi di studio, decidono di seguirla più intensamente.

Nella progettazione didattica, quindi, bisogna tenere in considerazione diversi approcci, che siano capaci di coinvolgere il maggior numero di alunni, da quelli più interessati alla matematica a quelli che la rifiutano per antipatia o pregiudizio. Particolare attenzione va posta nei confronti degli alunni con bisogni educativi speciali, sia per disturbi evolutivi specifici (DSA), come la discalculia, sia per disturbi legati a fattori socioeconomici, linguistici e culturali.

D’altra parte il mondo cambia, e quindi anche gli strumenti di apprendimento e insegnamento devono evolversi e adeguarsi, seguendo la realtà: tanto capita anche in matematica.

I docenti di matematica della scuola secondaria di primo grado manifestano largamente il desiderio di conoscere ed esplorare vie nuove, capaci di incuriosire, meravigliare, attrarre e coinvolgere gli studenti, così da favorire e migliorare il loro rapporto con la materia e possibilmente mostrarne il rapporto vivo, profondo e fertile con la vita di tutti i giorni e la realtà che ci circonda.

Muovendo da queste premesse, l'Associazione Amici della Matematica delle Marche, Mathesis di Camerino, si è attivata per organizzare nel 2022 insieme all'Università di Camerino una serie di incontri di aggiornamento *Matematica al primo ciclo*, dedicati appunto alla didattica nella scuola secondaria di primo grado, ma anche nella scuola primaria. Agli appuntamenti hanno partecipato anche i docenti di un corso regionaleUSR, proprio dedicato alla matematica nella scuola secondaria di primo grado.

2 - Un anno fa

Già nel 2021 si era tenuta un'analogha sequenza di incontri. In quell'occasione una riflessione sugli obiettivi generali dell'educazione matematica al primo ciclo era stata sviluppata da Pietro Di Martino, allora Presidente della CIIM-UMI. La difficoltà di apprendimento in matematica era stata analizzata da Anna Baccaglioni-Frank; l'atteggiamento negativo verso la matematica da Rosetta Zan; l'importanza di una didattica inclusiva da Elisabetta Robotti. Erano state poi presentate varie esperienze di didattica laboratoriale in algebra, geometria e non solo, grazie ai contributi di Antonella Castellini, Francesca Tovenà, Francesca Morselli e Monica Testera, Tonia Esposito. In particolare si erano sottolineati l'uso degli artefatti e l'importanza di educare all'argomentazione. Finalmente, Saverio Tortoriello aveva descritto il progetto delle Medie Matematiche, che vuole estendere alla secondaria di primo grado quell'esperienza del Liceo Matematico, che così rapidamente si è estesa negli ultimi anni in Italia.

3 - Giochi competitivi e giochi collaborativi

L'edizione 2022 di "*Matematica al primo ciclo*" si è invece concentrata su nuove esperienze didattiche, spesso laboratoriali, aperte al gioco e all'osservazione del mondo circostante. È stato un piacere e un onore ospitare relatrici e relatori di grande autorevolezza, talora, come già nel 2021, insigniti di premi nazionali per le attività da loro sviluppate. I partecipanti hanno gradito la varietà e la vivacità degli spunti proposti, che proviamo a riassumere qui.

Un comune denominatore di molti degli interventi è stato il gioco, visto come strumento chiave di apprendimento della matematica. Un'idea non nuova - già descritta da Platone, che nel dialogo *Le Leggi* elogia espressamente in proposito gli Egiziani e il loro sistema educativo - eppure ancora attualissima.

Quando si parla di competizioni in matematica, numerosi sono gli esempi che vengono alla mente, dalle gare internazionali come le Olimpiadi ai giochi dell'Università Bocconi, dai Kangarou della matematica ai giochi del Premio Morelli. In verità le Olimpiadi si rivolgono solo ai ragazzi degli ultimi tre anni delle scuole secondarie di secondo grado, ma le altre iniziative prevedono spesso sezioni anche per la scuola del primo ciclo.

Si obietterà che i giochi competitivi sono esclusivi e non inclusivi: sembrano fatti apposta per privilegiare gli studenti più bravi e mortificare gli altri. Ma almeno la formula di una gara a squadre si muove in tutt'altra direzione: attraverso di essa, infatti, tutti i ragazzi senza esclusioni vivono l'opportunità non solo di confrontarsi con problemi inusuali, ma anche di collaborare, fornendo ciascuno il proprio

contributo. Si instaura cioè l'apprendimento tra pari, perché si favoriscono la discussione, il rispetto reciproco, il riconoscimento delle competenze altrui – tutti fattori alla base dello sviluppo delle abilità sociali. La partecipazione alla competizione è di per sé motivante, ma quello che più conta è la possibilità di lavorare insieme.

Per permettere alle scuole di organizzare loro proprie competizioni, oppure sessioni di allenamento per le gare nazionali, nel 2008 Sandro Campigotto ha creato il sito *Phi Quadro*. Ce ne ha parlato in uno degli incontri del ciclo. Il fine ultimo dell'iniziativa è quello di consentire agli studenti una preparazione adeguata a essere competitivi nelle sfide ufficiali. Tuttavia, almeno in questo caso, il mezzo è più importante dello scopo finale. Infatti impegnare gli alunni in gare fra gruppi all'interno della stessa classe, tra classi dello stesso istituto o anche tra diverse scuole (usando il software a disposizione), li conduce a dedicare del tempo a “fare matematica”. Oltre a partecipare e a organizzare questi allenamenti, gli insegnanti registrati possono consultare i testi delle gare già svolte con le relative soluzioni ed utilizzare le varie domande anche come spunto per le lezioni curricolari.

Avendo come fine ultimo quello di giocare in squadra “perché insieme si fa molta più matematica che da soli”, il sito *Phi Quadro* dedica una sezione pure alla scuola secondaria di primo grado, coinvolgendo gli studenti più giovani con gli stessi criteri usati per i loro colleghi più grandi.

Non c'è tuttavia per i giochi di matematica solo il modello competitivo, individuale o a squadre: a esso si affiancano i giochi dichiaratamente collaborativi, il cui unico scopo è di stimolare il rapporto di cooperazione tra gli studenti, inclusi

quelli apparentemente meno dotati, favorire la fantasia e la libertà, evitare il vecchio sistema di esercizi ripetitivi, superare quindi in ogni ragazzo un comportamento solo acquiescente e passivo e ogni paura di sbagliare.

Una proposta molto interessante al riguardo, pensata proprio per la scuola secondaria di primo grado, ci è stata illustrata da Andrea Maffia, che ha presentato i suoi *Escape books*. Al momento (2022) ne sono stati pubblicati due: *Destinazione Bellatrix* per la prima media, e *La tomba di Akhenaten* per la seconda. Il successivo volume per la terza media è ancora in preparazione. Si tratta di libri con una struttura non lineare, che muovono da una ambientazione fantastica e propongono come filo conduttore un'avventura da portare a termine. Ogni pagina è contrassegnata da un numero con tre cifre; per arrivare al traguardo bisogna risolvere degli enigmi la cui soluzione è, appunto, un altro numero di tre cifre che indica la successiva pagina da leggere.

Ognuno di questi enigmi tratta un contenuto matematico relativo al periodo scolastico di riferimento, senza seguire però nemmeno in questo caso un ordine prevedibile. I ragazzi cioè, non sanno in precedenza quale concetto matematico sarà necessario per superare la prova.

Di fronte ai vari problemi ragazze e ragazzi dovranno elaborare la giusta strategia riportando alla memoria concetti già appresi, oppure individuando percorsi alternativi che aprono la strada a nuove conoscenze. Si attiva così un apprendimento informale e libero.

In questa come nelle altre esperienze che stiamo descrivendo, il ruolo dell'insegnante resta fondamentale. Gli si affida il delicato compito di agire da mediatore, cercando di

mettere in evidenza le connessioni tra quanto emerso nel gioco e i contenuti della lezione curricolare.

Come si è già sottolineato, nella proposta di Maffia non si prevede alcuna competizione: non ci sono vincitori e non è importante finire prima degli altri. Il gioco è quindi inclusivo, e si fonda sulla convinzione che lo sviluppo del pensiero matematico richieda tempo e riflessione.

4 - Leonardo

Le stesse caratteristiche sono evidenti nella proposta di cui ci ha parlato Daniele Pasquazi, autore del gioco *I ludi geometrici di Leonardo da Vinci*. Si tratta di un'idea ispirata dagli studi di Leonardo sulle figure geometriche, in particolare sul problema della "quadratura" delle superfici curve, cioè della loro trasformazione in superfici equivalenti di cui sia più semplice determinare l'area. Queste ricerche leonardesche compaiono nel *Codice Atlantico*. Probabilmente il loro obiettivo principale era la quadratura del cerchio, cioè la costruzione di un quadrato di area esattamente uguale a quella di un cerchio di raggio assegnato. La difficoltà di raggiungere lo scopo con i mezzi geometrici classici della riga e del compasso portò Leonardo a fare miriadi di tentativi. La sua curiosità lo indusse poi a estendere il problema ad altre superfici curve.

Nel gioco in questione, oltre alla riproduzione dei disegni di Leonardo con le superfici da "quadrare" e alla spiegazione preliminare di alcune equivalenze, ragazze e ragazzi hanno a disposizione lunule, triangoli, porzioni di cerchio in plexiglass per costruire e modificare concretamente queste figure. Gli

studenti, divisi in gruppi, devono arrivare alla “quadratura” usando i suddetti materiali a loro disposizione.

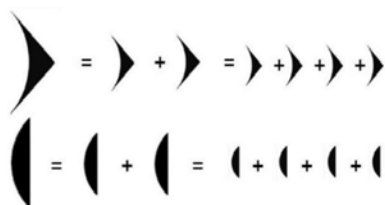
La proposta di questo gioco nasce per rispondere ad una specifica esigenza: da recenti indagini condotte su ragazze e ragazzi di età compresa tra 11 e 14 anni emerge la loro tendenza a confondere i concetti di uguaglianza, equivalenza e isoperimetria delle figure piane. Spesso, inoltre, nella risoluzione dei problemi geometrici gli alunni tendono a utilizzare, come purtroppo sappiamo, un approccio meccanico, ridotto alla mera applicazione di formule. Pare invece importante che essi sviluppino una capacità di percezione geometrica, che permette di rilevare, comprendere ed utilizzare le caratteristiche che definiscono una figura.

Spesso la contestualizzazione in ambito geometrico fornisce pure un ottimo spunto per elaborare strategie risolutive per problemi aritmetici. L’oggetto geometrico, che è possibile disegnare, aiuta a concretizzare oggetti matematici astratti. Il disegno, tuttavia, di per sé è statico: una volta tracciata, la figura può essere osservata da un unico punto di vista. A volte, invece, per comprenderne le proprietà più profonde è utile osservarla in movimento. L’uso di un materiale che possa essere manipolato consente di considerare l’oggetto da prospettive diverse, di confrontare e congetturare. La manipolazione, come insegnano gli studi montessoriani confermati dalle recenti ricerche in ambito neuroscientifico, ha una valenza formativa enorme; l’esperienza manipolativa riesce ad attivare quei processi neurologici che consentono di immaginare i movimenti eseguiti con gli strumenti didattici anche quando si hanno di fronte figure disegnate. Se, in particolare, alla manipolazione è stato associato un concetto

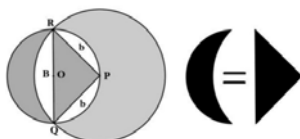
matematico, allora si può recuperare quel concetto ricordando la manipolazione con il manufatto.

Questa attività manipolativa, che stimola prevalentemente l'emisfero destro del cervello, facilita successivamente l'elaborazione del pensiero astratto, che è di pertinenza dell'emisfero sinistro. Nei ragazzi dell'età che si diceva, compresa tra gli 11 e i 14 anni, i processi di razionalizzazione non sono ancora pienamente maturi, e questo comporta una certa difficoltà a tenere sotto controllo tutti i passaggi concatenati di un ragionamento. I corretti modelli mentali che i ragazzi devono costruire a poco a poco sono allora favoriti dalla manipolazione di adeguati artefatti. La "dimostrazione figurata" attraverso il materiale che simula l'oggetto matematico conserva un certo rigore, anche se non coincide ancora con una prova formale.

I triangoli, le lunule e le porzioni di cerchio usate per "quadrare" le figure presenti nel *Codice Atlantico* di Leonardo sono quindi lo stimolo per veicolare il concetto di equivalenza tra figure piane apparentemente molto diverse. Partendo dalla duplicazione del quadrato si passa alla duplicazione del cerchio e delle figure che da esso si possono ricavare, fino ad ottenere equivalenze come la seguente:



Oppure si può arrivare alla equivalenza tra la lunula e il triangolo rettangolo isoscele



E ancora: questa esperienza, come del resto le altre che stiamo riferendo, può insinuare nei ragazzi l'idea che spesso più che la risoluzione di un problema sia importante la sua ricerca. I tentativi di risolvere un enigma apparentemente indecifrabile hanno generato nella storia, e possono continuare a generare nella didattica di oggi, una quantità enorme di stimoli.

Altro aspetto notevole di questa esperienza è quello estetico. La bellezza delle figure di Leonardo può avere una forte attrattiva nei confronti di quegli studenti che solitamente non sono interessati alla matematica. La possibilità di realizzare i disegni, magari arricchendoli da un punto di vista artistico, consente a tutti i ragazzi di partecipare e di superare quei pregiudizi che a volte impediscono di trovare lo spirito giusto per affrontare la matematica.

5 - Eliche e spirali

Un'analogia caratteristica si osserva nell'altra attività descritta da Cristina Sabena, Raffaele Casi e Chiara Pizzarelli. Stavolta non si tratta tanto di un gioco, quanto di

un'esperienza del così detto "mateturismo", di una "passeggiata matematica", in cui la visita a una città o a uno specifico monumento suggerisce spunti inattesi di matematica. Nel caso specifico, si esplora uno degli edifici storici più belli di Torino, il Palazzo Madama nella centrale Piazza Castello, sede del Museo Civico di Arte Antica ma anche di mostre ed esposizioni. Il parametro della bellezza si trasferisce dal disegno leonardesco all'architettura della costruzione. Si esaminano al suo interno scale, fregi, decori, e se ne traggono esempi di curve come eliche e spirali. In questo modo si arriva non solo a un primo approccio elementare alla teoria geometrica soggiacente, ma anche agli strumenti matematici che consentono di disegnare queste stesse curve, come l'elicografo, oppure lo spiralografo di Archimede. Anzi, proprio attraverso l'esame diretto di scale e saloni e il contatto manuale con lo spiralografo, ragazze e ragazzi sono indotti a rilevare le proprietà più intime e nascoste di una spirale, per esempio come essa sia determinata dalla composizione di un movimento rettilineo di traslazione e di un movimento circolare di rotazione. Gli studenti sono poi progressivamente indotti a porsi gli interrogativi tipici del "matematico" professionista, relativamente alle analogie e differenze tra i vari tipi di spirale, ai cambiamenti prodotti dalla variazione di alcuni parametri, alla presenza di casi limite e così via. Muovendo dalla visita al Palazzo, e poi dal contatto manuale con le macchine matematiche, sono portati a riflettere e a generalizzare, grazie anche alla discussione collettiva, nuovamente mediata dall'insegnante: un apprendimento creativo, seppure spontaneo e quindi imprevedibile.

6 - I problemi come risorsa

Imparare divertendosi: questo è l'obiettivo auspicato anche da Sofia Sabatti, autrice del recente libro *Diario di bordo* sull'insegnamento in tempi di epidemia. Il suo intervento si è incentrato sulla presentazione del sito da lei curato *Problemi per matematici in erba* <https://www.problemi.xyz>. L'assunto iniziale è che i problemi – i famigerati esercizi di tante insopportabili lezioni di matematica – sono in realtà una risorsa. Lo sono – il discorso si ripete – se sanno ispirarsi alla realtà e se sono affrontati dagli studenti assieme, senza vincoli di tempo, in atteggiamento di ascolto e cooperazione, chiedendosi sempre il perché, avvalendosi dell'osservazione visiva e delle manipolazioni per azzardare le congetture e provare poi a discuterle e, possibilmente, convalidarle col ragionamento. Allora diventano inclusivi e non selettivi, coinvolgenti e non scostanti.

Il sito sopra indicato, accessibile liberamente, propone una varietà ricchissima di problemi, talora nuovamente collegati al gioco. Nella sua relazione Sofia Sabatti ne ha potuti proporre solo alcuni. Ma in essi si conferma come un approccio geometrico (come per esempio la questione di "affettare" un triangolo equilatero, cioè di suddividerlo in triangolini a esso simili ma più piccoli) conduce alla scoperta delle leggi dei quadrati, o dei numeri triangolari e delle loro proprietà.

Di una didattica che si affidi a occhi e mani per suscitare la riflessione ha parlato anche Antonella Castellini, stavolta a proposito specifico dell'algebra, e cioè della parte della matematica ritenuta più astratta, almeno tra quelle che si incontrano alle secondarie di primo grado. Così la reputa una grande maggioranza degli studenti: una branca nebulosa e

difficilmente accessibile, che si occupa di oggetti vaghi come numeri e lettere e cerca di metterli in contatto. Eppure l'algebra nasce storicamente come esempio di quella che oggi si chiama "modellizzazione", cioè di un impiego concreto della matematica. Astrarre significa infatti cogliere i principi essenziali, sfrondandoli di ogni dettaglio irrilevante, e arrivare al nocciolo di ogni questione.

Ma perfino quest'algebra così trascendente, se accostata nel modo che si diceva, cioè ispirata e assistita dall'osservazione geometrica e dalle manipolazioni, diventa chiara e quasi divertente, perfino quando tratta formule apparentemente oscure e noiose imposte dai programmi come i quadrati di binomi e trinomi, o le differenze di quadrati, o le proprietà distributive, e molto altro. Antonella Castellini ha presentato in merito un'amplissima serie di spunti, facili da riprodurre nella didattica quotidiana.

In conclusione: la serie di incontri di *Matematica al primo ciclo* 2022 è stata molto apprezzata dai partecipanti, proprio per la ricchezza e la freschezza delle idee proposte. Tanto era già accaduto nel 2021. Si spera che gli anni che verranno, a partire dal 2023, consentano di ripetere ancora al meglio l'esperienza.

