Periodico di Matematica (IV) Vol. IV (3) settembre 2022, pp. 49-64

La probabilità è soltanto soggettiva

Giordano Bruno*

*Università Mercatorum; giordano.bruno@unimercatorum.it

DOI : 10.53159 /PdM(IV).v4n3.088

Sunto: *L'incertezza e il suo trattamento sono alla base della "complessità" della realtà. È assolutamente necessario, quindi, che didatticamente lo strumento che misura l'incertezza, ovvero la probabilità sia introdotta in maniera non fuorviante, presentandola come qualcosa di oggettivo e indipendente da chi, al contrario, valuta. Qui, si vuole ricordare ancora una volta come la concezione soggettiva delle probabilità (sviluppata da Bruno de Finetti) sia l'unica che garantisca un approccio corretto e coerente.*

Parole Chiave: *Grado di fiducia, scambiabilità, frequenza, sistemi complessi*

Abstract: *Uncertainty and its treatment are the basis of the "complexity" of the reality. It is necessary, therefore, that didactically the tool that measures uncertainty, probability, is introduced in a non-misleading way, presenting it as something objective and independent of whom, on the contrary, evaluates. Here, we want to remember once again how the subjective conception of probabilities (developed by Bruno de Finetti) is the only one that guarantees a correct and coherent approach.*

Keywords: *Degree of believe, exchangeability, frequency, complex systems*

È trascorso quasi un secolo da quando Bruno de Finetti ha definitivamente (anzi definettivamente, come amava dire lui) chiarito come la probabilità esista solo soggettivamente.

Eppure, ancora oggi, vediamo fiorire scritti, in particolare di carattere didattico, che parlano di probabilità oggettiva, misurata attraverso il rapporto tra casi favorevoli e casi possibili, oppure per mezzo della frequenza relativa di successo, ponendo sullo stesso piano le cosiddette impostazioni classica e frequentista con la concezione soggettivista della probabilità.

È allora, forse, opportuno cercare di riavvolgere il nastro e srotolarlo nella maniera più chiara possibile.

Fermiamoci, per prima cosa, a esaminare l'affermazione: la probabilità esiste solo soggettivamente.

Per probabilità, credo che possiamo essere tutti d'accordo, intendiamo la misura dell'incertezza, di che cosa? Di un fatto, un accadimento, una circostanza, possibili; di qualcosa che può essere vera o falsa (verificarsi o non verificarsi, più pragmaticamente).

Una misura, poi, può essere qualitativa e/o quantitativa.

Ma cosa misuriamo (nell'uno o nell'altro modo) quando ci troviamo di fronte all'incertezza?

Misuriamo il grado di possibilità, plausibilità, verosimiglianza che un determinato fatto ha per noi; stabilendo se per noi (singolarmente o con opinioni concordanti) quel fatto è in sé più o meno plausibile o lo è o meno nel confronto con altri; oppure assegnando alla sua possibilità un valore numerico in una scala predefinita: tanto più questo valore sarà alto, tanto più riterremo plausibile quel fatto e viceversa tanto più sarà basso, tanto meno lo riterremo tale.

In poche parole, come dice de Finetti, la probabilità è il "grado di fiducia" che un "individuo" ha nel verificarsi di un dato evento.[1]

Questa, che per lui, è una definizione, non è riducibile ad un'altra indeterminata, del tipo: la probabilità è il grado di fiducia nel verificarsi di un dato evento!

Il grado di fiducia di chi?

Qui si apre, un'interessantissima questione, che ho cercato di esporre in altro scritto (Bruno, 2020), sull'aspetto sistemico della concezione di de Finetti.

Il grado di fiducia che esprime una valutazione di probabilità non è né astratto, né intrinsecamente oggettivo (ovvero ricavabile solo da leggi predeterminate) ma è necessariamente formulato da un soggetto, che si può identificare con un "io" (o al più un "noi"[2]).

E ciò accade perché ogni valutazione, ogni grado di fiducia, è il risultato dell'informazione che ogni singolo soggetto possiede nel contesto di spazio e tempo in cui si trova.

Soffermiamoci, un attimo, ad esaminare l'etimologia del termine informazione, che riporto dal Dizionario Treccani:

> *informazióne s. f. [der. di informare; cfr. lat. informatio -onis «nozione, idea, rappresentazione» e in epoca tarda «istruzione, educazione, cultura»]. – 1. ant. e raro. L'azione dell'informare, di dare forma cioè a qualche cosa: "altrimenti*

1 Evento è qui usato in senso scientifico: una proposizione logica che può assumere solo due valori, vero o falso.

2 Nel caso di convergenza di un insieme di soggetti verso un'unica valutazione.

> *è disposta la terra nel principio de la primavera a ricevere in sé la i. de l'erbe e de li fiori, e altrimenti lo verno" (Dante). 2. Atto dell'informare o dell'informarsi, nel senso di dare o ricevere notizia: per una più esauriente i. sull'argomento si vedano i volumi ...; libertà d'informazione, intesa come libero accesso alla verità attraverso i mezzi che interpretano e formano la pubblica opinione. Con sign. più concr., nell'uso com., notizia, dato o elemento che consente di avere conoscenza più o meno esatta di fatti, situazioni, modi di essere, ecc.*

Non credo ci sia bisogno che mi dilunghi ulteriormente per evidenziare che di per sé l'informazione che ogni soggetto possiede in merito ad un determinato evento non possa essere oggettiva.

Mentre, il singolo soggetto, come ha espresso bene de Finetti, se vorrà essere "coerente" dovrà esprimere oggettivamente il proprio grado di fiducia sulla base dell'informazione posseduta.

Non mi soffermo su questo aspetto, che è l'architrave della concezione soggettivista di de Finetti e che può essere sviscerato opportunamente nel primo volume del suo *Teoria delle probabilità* (de Finetti, 1970).

Quello che mi preme mettere in evidenza è il fatto che tale impostazione si inserisce pienamente nel cambiamento di paradigma in tutti i campi del sapere che viene operato nel Novecento, a partire dalle scienze fisiche e da quelle biologiche.

Non è più il determinismo che con le sue leggi naturali dà spiegazione di quella che chiamiamo realtà; ma si affacciano a noi (per rappresentarne solo una parte) la relatività einsteiniana, la teoria dei quanti con il principio di indeterminazione di Heisenberg, il neodarwinismo evoluzionista con le mutazioni, la teoria dei sistemi dinamici complessi con le proprietà emergenti.

Come scrive de Finetti, nel suo *L'invenzione della verità* (de Finetti, 2006, p. 77):

> *Non v'è più, nella previsione scientifica, una certezza assoluta; v'è soltanto una certa probabilità che può al massimo divenire tanto grande da meritare il nome di certezza pratica.*

E indicava in *La logica dell'incerto* di «assumere come strumento fondamentale del pensiero scientifico al posto della logica ordinaria categorica, rigida, fredda, una logica viva, elastica, psicologica» (de Finetti, 1989, p. 7).

Inoltre, tale logica (de Finetti, 1989, pp. 144,145):

> *non dovrebbe essere considerata come una teoria ausiliaria per quelle branche della scienza che non hanno ancora scoperto meccanismi deterministici che pur "devono" esistere: essa deve invece essere considerata come la premessa logica dell'intero ragionamento induttivo. Così come l'ordinaria logica a due valori è lo strumento necessario di ogni ragionamento in quei casi in cui è pertinente soltanto il realizzarsi oppure no di un evento, così la logica del probabile, la logica di una scala continua di valori, è lo strumento necessario di ogni ragionamento in cui entra, in modo esplicito o implicito, un grado di dubbio, un giudizio di certezza pratica o di impossibilità pratica o infine una stima della verosimiglianza di un evento qualsiasi.*

Pertanto, riprendendo l'osservazione riferita al cambiamento di paradigma, questa è assolutamente giustificata anche in riferimento all'impostazione di de Finetti sulla probabilità.

Aggiungo che un ruolo decisivo viene proprio giocato dal soggetto che valuta l'incertezza. È esattamente lo stesso ruolo che svolge l'osservatore nel caso dei "sistemi complessi".

Un sistema complesso di per sé non esiste al di fuori di un osservatore che, rilevandone una o più proprietà emergenti con il proprio modello cognitivo, lo determina.

Per riportare un esempio, molto noto dopo il Nobel al fisico Giorgio Parisi, pensiamo ad uno "stormo" di uccelli: lo individuiamo come un sistema dinamico complesso nel momento in cui un osservatore ne coglie le proprietà emergenti, dovute alle interazioni degli uccelli tra di loro (quelle che ci appaiono come meravigliose e rapidissime evoluzioni e mutamenti di configurazione in cielo) e quando quelle interazioni tra i componenti dello stormo venissero a cessare per l'osservatore, quel sistema (quello stormo) non esisterebbe più. Ma ciò succederebbe anche quando dovesse scomparire l'osservatore!

Allo stesso modo la probabilità di un evento non è un'"etichetta" attaccata ad esso, non si sa come e da chi, è solo la manifestazione di un "sentimento" relativo a quell'evento da parte di un singolo individuo (o un gruppo di individui che fanno la stessa valutazione). Quell'etichetta scomparirebbe allo sparire del soggetto valutatore (l'osservatore).

Chi non riesce ad accettare che le cose stiano in questo modo si pone fuori dal contesto scientifico attuale.

Peraltro, ci si dimentica sempre che anche la matematica ha i suoi problemi di indecidibilità (vedi il teorema di Gödel, o l'ipotesi del continuo), ma con ciò non crolla certamente.

Per non aggiungere, poi, che la matematica è fondata su assiomi o postulati e, ad esempio, la negazione della validità del quinto postulato di Euclide ha dato luogo alle geometrie non euclidee.

Quindi anche la matematica che costruiamo non è oggettivamente determinata, ma lo è soggettivamente sulla base della scelta degli assiomi.

Allora, correttezza vuole che quando si tratta la probabilità, le si deve attribuire un significato che permetta di trasformarla in una misura qualitativa oppure in una misura numerica, e solo successivamente proseguire eventualmente per via assiomatica.[3]

Dobbiamo abituarci a divulgarla partendo dal suo significato, allontanandoci da metafisicherie che mascherano la realtà dei fatti: nei confronti dell'incertezza abbiamo come strumento per trattarla solo la probabilità soggettiva e come mezzo principe per aggiornare le nostre valutazioni il "teorema di Bayes", che tiene conto anche dei dati statistici, ma che alla fine ci restituisce una probabilità che sempre soggettiva rimane.

E per quanto l'uomo si sforzi, attraverso ad esempio i big data e la cosiddetta intelligenza artificiale, non riuscirà mai a fare "predizioni" certe, dovrà limitarsi a fare "previsioni" che, per loro natura, anche nel migliore dei casi (con probabilità estremamente alta) potranno non avverarsi.

---

[3] Ma non è certamente questo il miglior modo per introdurla e svilupparla didatticamente!

Ritengo questo aspetto un fatto culturale molto profondo e che investe l'etica di quello che insegniamo ai nostri giovani, sempre più bombardati da false certezze, spesso indotte anche dalle straordinarie capacità tecnologiche di cui l'uomo si è dotato.[4]

Nascondere l'incertezza insita nella realtà e ancor di più la nostra relativa impossibilità, per quanto prima detto, di avere strumenti oggettivi per valutarla, è il comportamento peggiore che possiamo adottare.

Ma come si dirà e allora le due impostazioni più note riguardanti il calcolo delle probabilità: quella "classica" e quella "frequentista", cosa ci stanno a fare?

Esaminiamo da vicino entrambe e cerchiamo ancora una volta di chiarire cosa sono.

Intanto, a mio parere, c'è già un equivoco nel chiamarle, impostazioni o concezioni, sono semplicemente degli strumenti operativi che hanno ragione di essere solo sotto determinate condizioni, come ha ben chiarito Bruno de Finetti, ma evidentemente occorre tornarci sopra.

Partiamo dall'impostazione classica, in cui la probabilità di un evento E è data dal rapporto dei casi favorevoli al realizzarsi di E rispetto a tutti i casi possibili. Naturalmente i casi possibili devono essere tutti ugualmente possibili, ovvero detto in altri termini ciascuno dei casi possibili deve avere la stessa probabilità di verificarsi.

Ecco che la definizione usata ci porta ad una tautologia: si vuole definire la probabilità usando la stessa!

---

[4] In altri scritti (Bruno, 2012) ho trattato anche l'aspetto, per certi versi contro intuitivo, della necessità in determinate situazioni di addirittura cercare di non ridurre l'incertezza!

Quindi questa non è una definizione logicamente accettabile e, anche tralasciando che tale definizione si riferirebbe ad una piccolissima parte degli eventi che possiamo considerare e di cui ci può interessare valutarne la probabilità, dobbiamo necessariamente concludere che è un errore trattarla come fondativa di una impostazione matematica della probabilità.

Mentre, può essere adottato come criterio di valutazione quando gli eventi in gioco sono considerati soggettivamente equiprobabili.

Infatti, se abbiamo una famiglia di eventi E_1, E_2, …, E_n, di cui uno ed uno solo può verificarsi (costituenti cioè una partizione dell'evento certo Ω) e che io giudico essere equiprobabili, allora la probabilità che uno qualunque di quegli eventi si verifichi è necessariamente $1/n$, mentre la probabilità che se ne verifichino almeno m (con $m \leq n$) è necessariamente m/n.

Tanto per fare un esempio banale, si consideri il lancio di un dado. Per ragioni di simmetria è ragionevole attribuire uguale probabilità al presentarsi di una qualunque delle 6 facce nel lancio del dado. Ciò vuol dire immediatamente e necessariamente attribuire probabilità pari ad 1/6 a ciascuna delle facce. E attribuire probabilità 1/2 alla probabilità che si presenti una faccia con un numero pari, perché basta sommare 3 volte 1/6.

Ecco, allora, che da una semplice valutazione soggettiva di equiprobabilità si può arrivare ad utilizzare il rapporto dei casi favorevoli su quelli possibili come criterio di valutazione di altri eventi.

Naturalmente c'è da considerare che le situazioni in cui è ragionevole pensare ad un'equiprobabilità dei costituenti sono sostanzialmente quelle in cui è presente una qualche situazione di simmetria e in particolare questo accade nei giochi (lancio di una moneta, lancio di un dado, estrazioni di carte da un mazzo, estrazioni con restituzione da un'urna di composizione nota, …), mentre nei casi di maggiore interesse pratico l'equiprobabilità dei costituenti è un caso assolutamente limite.

Si pensi, ad esempio, ad una situazione in cui una persona X è malata e si considerino i costituenti:

X ha la malattia A, X ha la malattia B, …, X ha la malattia Z, vi sembra plausibile giudicare equiprobabili questi eventi?

Pertanto, appare a me, del tutto scorretto procedere nella didattica della probabilità, partendo da valutazioni che si rifanno al criterio della cosiddetta impostazione classica. È vero che sono le situazioni più semplici da trattare, ma è anche vero che sono le più fuorvianti perché danno l'idea di una probabilità oggettiva, se non si è prima ben addestrati a valutazioni soggettive e quindi eventualmente all'attribuzione (appunto soggettiva) di equiprobabilità ai costituenti.

Passiamo, ora, a trattare il caso della cosiddetta impostazione frequentista e limitiamoci a considerarne la versione che generalmente si usa didatticamente: la probabilità di un evento E riferito ad una serie di prove ripetute equiprobabili e indipendenti è la frequenza relativa di successo di E, ovvero il numero di volte in cui E si verifica sul totale delle prove, purché queste siano in numero sufficientemente grande. Ora si può enunciare la definizione frequentista della probabilità come la si vuole, ma la sostanza è quella qui rappresentata.

Anche in questo caso, vi sono molte obiezioni da fare: intanto il numero sufficientemente grande chi lo stabilisce e come? E poi, in realtà le prove sono supposte tra loro equiprobabili e indipendenti (probabilisticamente) e questo chi lo stabilisce? Lo stabilisce il soggetto che valuta e allora siamo punto e accapo come nel caso classico. Inoltre, perché se uno valuta ciascuna prova equiprobabile e indipendente (probabilisticamente) da qualunque altra dovrebbe apprendere qualcosa sulla possibilità del verificarsi di E?

Siamo nel campo del mistero più profondo. Non credete che tutto ciò sia fuorviante per i nostri studenti?

Ma anche qui si può rimediare e chiarire attraverso l'impostazione soggettiva quando è lecito valutare una probabilità attraverso la frequenza relativa di successo.

La chiave di tutto ciò sta nella "scambiabilità" (introdotta da Bruno de Finetti), che didatticamente può essere presentata così: considerata una successione di eventi E_1, E_2, …, $E_{n, \dots,}$ essi si dicono scambiabili se importa solo quanti e non quali si verificano (cioè non conta l'ordine con cui si verificano).

Questo, ad esempio, è il caso di estrazioni con restituzione da un'urna di composizione incognita o di lancio di una moneta che può darsi che sia asimmetrica.

Ciò significa in termini probabilistici che si ha la stessa probabilità per una qualunque successione in cui si presentino, ad esempio, h successi su n prove.

Ovvero, in termini formali:

$$P(E_{i_1} \wedge E_{i_2} \wedge \dots \wedge E_{i_h} \wedge E^c_{i_{h+1}} \wedge \dots \wedge E^c_{i_n}) =$$

$$P(E_1 \wedge E_2 \wedge \dots \wedge E_h \wedge E_{h+1}^c \wedge \dots \wedge E_n^c),\text{ per ogni } i \in \mathbb{N}.$$

Quindi, se consideriamo l'esempio delle "estrazioni con restituzione da un'urna di composizione incognita" (in cui non conosciamo, ad esempio, la percentuale di palline rosse presenti) e troviamo 80 palline rosse sul totale di 100 estratte è lecito pensare che gli eventi considerati siano scambiabili, perché qualsiasi successione di eventi in cui sono presenti 80 palline rosse e 20 bianche ha la stessa probabilità di presentarsi.

Questo dato che rappresenta la frequenza relativa di successo può essere preso come stima della probabilità di pallina rossa alla 101-esima estrazione?

Consideriamo il problema in generale, vogliamo studiare cosa ricavare da quello che possiamo considerare un modello: estrazioni con restituzione da un'urna di composizione incognita (contenente n palline, con la proporzione di palline rosse $\frac{r}{n}$ non nota).

Supponiamo equiprobabili, inizialmente, le diverse ipotesi H_r = $\left\{Nell'urna\ sono\ presenti\ \frac{r}{n}\ \ palline\ rosse\right\}$ (con r = 0, 1, …, n), e consideriamo gli eventi E_i = $\{Pallina\ rossa\ alla\ i - esima\ estrazione\}$, si ha evidentemente $P(E_i|H_r) = \frac{r}{n}$.

Poniamo, poi, $E = E_{i_1} \wedge E_{i_2} \wedge \dots \wedge E_{i_h} \wedge\ E_{i_{h+1}}^c \wedge \dots \wedge E_{i_n}^c$, dove gli eventi E_i sono "scambiabili" (contando solo quanti se ne verificano e non quali).

Pertanto, per l'equiprobabilità e l'indipendenza condizionata degli E_i risulterà:

$$P(E) = \sum_{r=0}^{n} P(H_r)P(E|H_r) = \sum\nolimits_{r=0}^{n} P(H_r)\left(\frac{r}{n}\right)^h \left(1 - \frac{r}{n}\right)^{n-h}.$$

Applichiamo, infine, il teorema di Bayes, e otteniamo (considerando l'ipotesi di equiprobabilità delle ipotesi H_r, per cui $P(H_r) = \frac{1}{n+1}, r = 0, \dots, n$)

$$P(H_r|E) = \frac{P(H_r)P(E|H_r)}{P(E)} = \frac{\frac{1}{n+1}\left(\frac{r}{n}\right)^h \left(1-\frac{r}{n}\right)^{n-h}}{\frac{1}{n+1}\sum_{r=0}^{n}\left(\frac{r}{n}\right)^h \left(1-\frac{r}{n}\right)^{n-h}}$$
$$= k\left(\frac{r}{n}\right)^h \left(1-\frac{r}{n}\right)^{n-h}.$$

Ora questa espressione (proporzionale a una binomiale) assume il suo valore massimo quando $\frac{r}{n} = \frac{h}{n}$ (che rappresenta la frequenza relativa di successo).

Possiamo, perciò, rispondere positivamente alla domanda che avevamo lasciato senza risposta.

E più in generale, dire che quando si ha a che fare con una famiglia di eventi scambiabili è ragionevole valutare la probabilità di un evento ulteriore, appartenente alla stessa famiglia, per mezzo della frequenza relativa di successo[5].

Tutto qui il rapporto tra probabilità e frequenza, senza ricorrere a fumose metafisicherie (quali la cosiddetta legge empirica del caso), ma basandosi solo sulla nozione di scambiabilità che deriva immediatamente dalla concezione della probabilità soggettiva, unica concezione degna di questo nome.

Non sono per natura un estremista, ma ho espresso in maniera decisa la mia posizione, perché ritengo che molti

---

[5] Naturalmente se dovessimo, ad esempio, valutare la probabilità della vittoria del prossimo incontro di un pugile, sapendo che su 100 incontri ne ha vinti 80 e persi gli ultimi 20, sfido chiunque a valutare quella probabilità pari all'80%.

danni si possano evitare se la logica del probabile (o logica dell'incerto) viene ben presentata e insegnata.

Al contrario, ritengo che partire e soffermarsi sulle due "cosiddette" impostazioni (quella classica quella frequentista) può essere fuorviante, in quanto induce a usare una valutazione di probabilità non come un bisturi delicato quale deve essere, ma come una sorta di meccanismo specializzato, dal comportamento deterministico e oggettivistico, facile da usare alla bisogna in maniera indiscriminata un po' in tutte le circostanze.

E non è molto più significativo e interessante per dei ragazzi valutare, ad esempio, la probabilità che uno (ciascuno) possa vincere un concorso per entrare alla Facoltà di Medicina, oppure che l'occupazione giovanile cresca il prossimo anno in Italia per più del 5% rispetto all'anno precedente, oppure ancora che entro il 2030 il ghiacciaio della Marmolada cessi di restringersi, …?

È ovvio, ma è bene sottolinearlo, nessuna di queste valutazioni di probabilità può essere fatta con i criteri del rapporto dei casi favorevoli sui casi possibili o della frequenza relativa di successo.

E non sarà difficile pensare ad esempi specifici per le diverse età di studenti, esempi tra l'altro che come quelli qui indicati richiedono un approfondimento culturale generale e favoriscono l'apprendimento.

In una società che a detta di molti è già diventata ipercomplessa (se non iper-ipercomplesa, etc.) e nella quale l'incertezza è uno degli aspetti dominanti, sapersi misurare con essa fa sicuramente la differenza, e fornire ai nostri ragazzi uno strumento critico e portatore di responsabilità è quanto di meglio possiamo fare.

Bibliografia

BRUNO Giordano (2012). "PreservingUncertainty", Methods, Models, Simulations and ApproachesTowards a General Theory of Change, «*World Scientific*».

BRUNO Giordano (2020). "The systemic thinking of Bruno de Finetti", «*G. & L. E. R.*»Vol. X. No. X, 2020.

DE FINETTI Bruno (1970). *Teoria delle probabilità*, 2 volumi. Torino, Einaudi

DE FINETTI Bruno (2006). *L'invenzione della verità*, (Introduzione, Glossario e Bibliografia a cura di Giordano Bruno e Giulio Giorello, premessa di Fulvia de Finetti), Milano: Cortina editore.

DE FINETTI Bruno (1989). *La logica dell'incerto*, a cura di Marco Mondadori. Milano: Il Saggiatore.

****

Su certe equazioni di alto grado "risolubili"

Il matematico norvegese Niels Abel [6]*(1802-1829) ben sapeva che esistono equazioni di grado più elevato del quarto, risolubili per radicali e che un'equazione di grado superiore al quarto se è risolubile per radicali ha una forma speciale, differente da quella propria di una generica equazione dello stesso grado. Sarà Evaristide Galois a risolvere quale dovesse essere una tale forma. È il caso, della famosa equazione di sesto grado, da lui considerata, seguente:*

$$x^6+ x^5+ x^4+ x^3+x^2+ x + 1= 0$$

che divisa per x^3 diviene:

$$x^3+ x^2+ x + 1 + x^{-3}+x^{-2}+ x^{-1}= 0$$

nella l'equazione posto $x+ x^{-1} := u$, si ha:

$$u^3+ u^2- 2 u – 1 = 0$$

dalla quale per ogni valore di u, soluzione della precedente, si ottengono due valori di x dalla:

$$x^2+ 1 = u x.$$

Tale procedura è applicabile alle più generali equazioni:

$$a x^2+ bx + d + bx^{-2}+ cx^{-1}= 0$$

$$ax^3+b x^2+cx +d +ax^{-3}+bx^{-2}+ cx^{-1}= 0$$

$$a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \quad +a_1 x + a_0 + a_m x^{-m} + a_{m-1} x^{-(m-1)} + \quad +a_1 x^{-1} = 0.$$

Franco Eugeni

---

[6] Il medico modenese Paolo Ruffini (1765-1822) nel 1799 enunciò la sua dimostrazione dell'impossibilità di risolvere le equazioni di grado superiore o uguale al quinto, dimostrazione completata nelle sue pecche dal lavoro, circa del 1825, proprio da Abel e passato alla storia come *Teorema di Ruffini-Abel*.

****