

Misura della distanza di un oggetto astronomico con la fotografia

Giuseppe D'Angelo

Docente di materie scientifiche presso il Liceo Scientifico "Leonardo" di
Giarre - CT sitdang010762@mail.com



DOI : 10.53159 /PdM(IV).v7n3.162

Sunto. *L'insegnamento dell'Astronomia, afferente al gruppo delle Scienze della Terra, pone sempre al docente il problema di quale approccio metodologico-didattico utilizzare. Un approccio che sia efficace in termini formativi e che sappia stimolare la curiosità e l'interesse del discente. Questo problema si manifesta soprattutto quando bisogna trattare argomenti che non prevedono un facile riscontro laboratoriale. Così è, ad esempio, la misura della distanza alla quale si trova un determinato corpo celeste dalla Terra. Sperimentare un metodo, prettamente didattico, che possa stimolare la curiosità e far passare anche qualche semplice concetto di Matematica e di Fisica può risultare davvero utile, didatticamente parlando. Queste finalità hanno suggerito di realizzare una attività sperimentale con alunni dell'ultimo anno di un liceo scientifico nella quale viene proposto un metodo per determinare la distanza di un oggetto astronomico utilizzando una pellicola fotografica con l'immagine dell'oggetto medesimo.*

Parole chiave: *Didattica dell'Astronomia; Dimensione angolare; Dimensione apparente.*

Abstract. *The teaching of Astronomy, pertaining to the Earth Sciences group, always presents the teacher with the problem of which methodological-didactic*

approach to use. An approach that is effective in training terms and capable of stimulating the learner's curiosity and interest. This problem manifests itself especially when it is necessary to deal with topics that do not require easy laboratory feedback. This is, for example, the measurement of the distance at which a given celestial body is from the Earth. Experimenting with a purely didactic method that can stimulate curiosity and convey even some simple concepts of Mathematics and Physics can be useful, educationally speaking. These purposes suggested carrying out an experimental activity with final year students of a scientific high school in which a method is proposed to determine the distance of an astronomical object using photographic film with an image of the object itself.

Key words: Astronomy Teaching; Angular size; Apparent size.

1 - Introduzione

In astronomia il diametro angolare (o dimensione angolare) di un oggetto è la misura del suo diametro rispetto alla distanza dall'osservatore. Esso corrisponde all'angolo che ha per tangente il rapporto: diametro/distanza, ovvero:

$$\delta = \arctan \frac{\text{diametro}}{\text{distanza}}.$$

La formula si basa su uno dei teoremi dei triangoli rettangoli che dice: in un triangolo rettangolo un cateto è uguale al prodotto dell'altro cateto per la tangente dell'angolo opposto al primo. In questo enunciato compare la nozione trigonometrica di tangente di un angolo (PQ nel disegno sotto riportato) intesa come rapporto tra seno e coseno (diametro e distanza nel nostro caso).

Si osservi infatti che i due triangoli OPQ e OHM sono in proporzione ovvero:

$$(1) \frac{PQ}{OQ} = \frac{HM}{OM}$$

Inoltre, $HM = \text{sen}\gamma$, $OM = \text{cos}\gamma$, $OQ =$ raggio circonferenza goniometrica ($x^2 + y^2 = 1$) e quindi $= 1$.

Pertanto, la (1) diventa:

$$\frac{\text{tan}\gamma}{1} = \frac{\text{sen}\gamma}{\text{cos}\gamma}$$

ovvero

$$(1a) \text{tan}\gamma = \frac{\text{sen}\gamma}{\text{cos}\gamma}$$

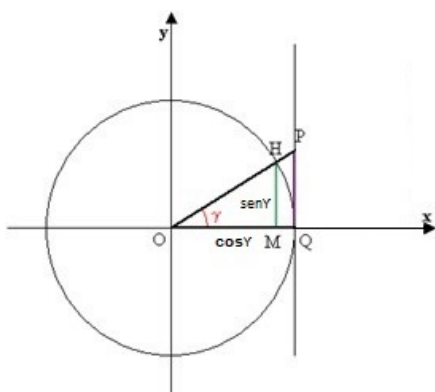


Fig. 1 - Elementi trigonometrici

La dimensione angolare di un corpo celeste è possibile conoscerla se si conosce il diametro del corpo e la distanza alla quale esso si trova. Di nuovo ci vengono in aiuto i triangoli rettangoli e la circonferenza goniometrica. Per determinare quindi il diametro di un qualsiasi corpo celeste ($\text{sen}Y$ di Fig. 1) una volta conosciuta la distanza ($\text{cos}Y$ di Fig.1) e la dimensione angolare è sufficiente moltiplicare la distanza medesima per la tangente del diametro angolare. Nel caso del Sole (vedi tab. 1) avremo: dimensione angolare media $= 1930'' = 0,5361111^\circ$ ($1930/3600$), distanza $= 149.600.000$ Km.

Quindi $\text{Diametro} = 149.600.000 \text{ Km} * \tan 0,5361111 = 1399833,7 \text{ Km}$. Cioè, un raggio di circa 700000 Km, come è noto.

	min.	max
Sole	1889" (31' 29")	1953" (32' 33")
Luna	1796" (29' 56")	2009" (33' 29")
Mercurio	4,5"	13"
Venere	9,7"	66"
Marte	3,5"	25,7"
Giove	29,8"	49"
Saturno	14,5"	20,1"
Urano	3,3"	4,1"
Nettuno	2,2"	2,4"
Alpha Centauri	circa 0,007"	
Sirio	circa 0,006"	

Fig. 2 - Tabella delle dimensioni angolari dei pianeti del sistema solare

In questo breve lavoro si vuole descrivere un metodo operativo che permette di risalire al valore della dimensione angolare di un oggetto astronomico ma dopo aver determinato la distanza del corpo celeste attraverso la conoscenza del suo diametro reale e la misura del diametro (o il raggio) della sua immagine impressa su pellicola fotografica. Analogamente, si può raggiungere lo stesso obiettivo determinando il suo diametro reale conoscendo però la sua distanza e misurando il diametro della sua immagine. La tecnica proposta si basa sulla relazione che lega la dimensione apparente di un oggetto alla distanza dall'osservatore alla

quale si trova. Di tale relazione si argomenterà nel prossimo paragrafo.

2 - Un approccio diverso per misurare le dimensioni di un oggetto e la sua distanza

È facile verificare, se si osserva un oggetto qualsiasi da due punti diversi posti il secondo a distanza doppia rispetto al primo, che le dimensioni dell'oggetto osservato si riducono a metà (il suo raggio si dimezza, se l'oggetto ha forma sferica) ovvero che la sua superficie apparente si riduce di quattro volte. Viceversa, se la distanza si dimezza avvicinandoci all'oggetto, la superficie apparente diventa quattro volte maggiore. Se consideriamo un oggetto di forma sferica anche la sezione circolare di quest'ultimo presenterà un raggio che, conseguentemente, si dimezzerà o raddoppierà come infatti ci suggerisce la seguente tabella:

Raggio (m)	π	Superficie (m ²)	Rapporto superficie
1	3,141592654	3,141592654	
2	3,141592654	12,56637061	4
4	3,141592654	50,26548246	4
8	3,141592654	201,0619298	4
16	3,141592654	804,2477193	4
32	3,141592654	3216,990877	4
64	3,141592654	12867,96351	4

Fig. 3 - Tabella con parametri relativi al cerchio con raggio che raddoppia reiteratamente.

È possibile verificare sperimentalmente tale relazione in modo molto semplice. Si può ad esempio preparare l'apparato riportato nella foto di figura 4.

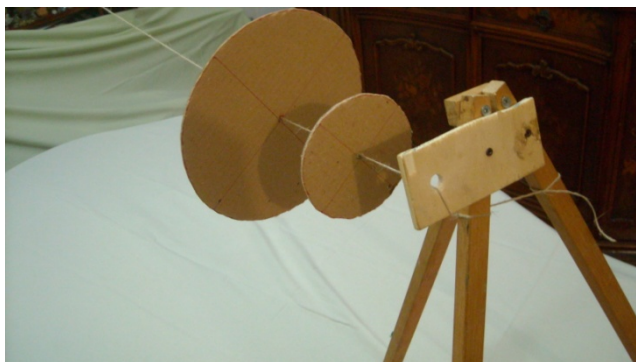


Fig. 4 - Apparecchiatura utilizzata per verificare la relazione tra diametro apparente e distanza (fotografia di Giuseppe D'Angelo).

Si tratta di realizzare due cerchi di cartone di cui uno abbia il raggio doppio dell'altro. Si lega poi ad un treppiedi improvvisato un filo che dall'altro capo viene fissato ad un supporto fisso. Al treppiedi si fissa anche una tavoletta con un foro laterale che serve per potervi guardare attraverso. Come evidenziato nella foto il filo viene fatto passare per il centro geometrico dei due dischi in modo che questi ultimi possano scorrere lungo il filo medesimo e siano in collimazione con il foro praticato sulla tavoletta. Inserendo prima un disco e poi l'altro si può sperimentare che il disco più grande deve essere posto ad una distanza doppia dal foro praticato nella tavoletta rispetto al disco più piccolo. Solo in tal modo i due dischi possono occupare pienamente il cono ottico che si forma traguardando attraverso il foro praticato nella tavoletta, escludendo dalla vista tutto il resto. Ciò dimostra la relazione

sopra ricordata tra dimensione apparente dell'oggetto e distanza dall'osservatore.

Quindi l'esperienza conferma, dal punto di vista fisico, quanto evidenziato matematicamente con i dati riportati nella tabella di figura 3. Infatti, il disco di cartone più grande ha, per costruzione, una superficie quattro volte maggiore del disco più piccolo in quanto il raggio di quest'ultimo è pari a metà di quello del disco più grande. Pertanto, raddoppia la distanza e si dimezza il raggio e la superficie diventa quattro volte più piccola. Si dimezza la distanza e raddoppia il raggio e la superficie diventa quattro volte più grande. Si è dunque pensato di applicare tale correlazione per calcolare la distanza di un corpo celeste, quale ad esempio la Luna o un pianeta del sistema solare, utilizzando un sistema che prevede la misura, come dato di riferimento, del diametro apparente mostrato dal Sole sul negativo di una foto. La foto in questione fu scattata qualche tempo fa al nostro Astro con una macchina fotografica con focale 125 mm e con pellicola Kodak 100TMX (vedi foto).¹ Per conoscere il valore del diametro apparente

¹ Ingrandendo la foto e misurando con il software grafico Gimp il diametro delle macchie presenti sulla pellicola (escludendo la prima e la terza da sinistra) è stata determinata una media delle misurazioni pari a 1,25 mm, equivalente ad un raggio medio di 0,625 mm. Le immagini prodotte del disco solare sono state ottenute nell'arco di alcune ore a cavallo del mezzogiorno locale. Come è evidente l'immagine realizzata non appare ottimale per una misura precisa della dimensione apparente del Sole. Si tratta di una foto fatta da neofiti della fotografia dove manca una precisa scelta dei tempi di esposizione. Bisognerebbe utilizzare immagini di qualità migliore. Tuttavia, il valore medio calcolato può compensare la variazione dimensionale osservata. Inoltre, la stessa immagine può essere, intanto, utile per illustrare la tecnica seguita. Nell'ipotesi di una reale e

del Sole dalla distanza alla quale si trova la Terra è possibile quindi utilizzare il negativo di una foto scattata al nostro Astro in corrispondenza del mezzogiorno locale. Basta infatti sovrapporre al negativo un foglio di acetato trasparente sul quale è stato stampato un reticolo millimetrico. Sottoponendo a scansione il negativo con il foglio millimetrato sovrapposto sarà possibile riportare al computer l'immagine ottenuta ed ingrandirla sufficientemente per misurare con una certa precisione il diametro della macchiolina rappresentante il disco solare. Il diametro apparente così misurato è in relazione con quello reale a mezzo della distanza Terra-Sole.

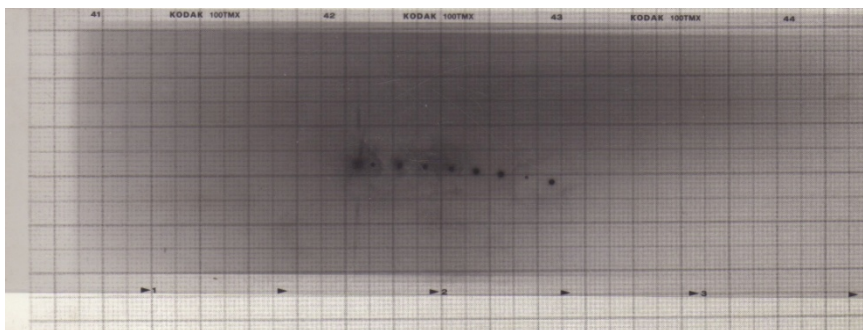


Fig. 5 – Fotogramma, con sopra un foglio millimetrato, riportante l'immagine in bianco e nero del disco solare.

Possiamo anche esprimere matematicamente la relazione di proporzionalità sopra descritta con la seguente uguaglianza, in cui R è il raggio reale dell'oggetto e D la distanza alla quale si trova l'oggetto medesimo, $\frac{1}{2}R$ è il raggio apparente alla distanza D dimezzata:

$$(2) \quad R : 1/2R = D : 1/2D$$

riconosciuta validità della tecnica proposta ben più precise e nitide immagini potranno essere utilizzate per l'esecuzione dei calcoli.

Cioè, il rapporto tra raggio maggiore e quello dimezzato deve essere uguale (a meno di una costante K) al rapporto tra la distanza maggiore e quella dimezzata.

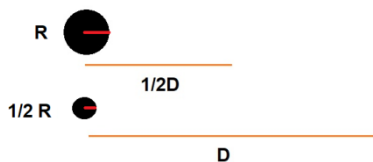


Fig. 6 – Rapporti tra distanze e superfici

Riscriviamo quindi la (2) tenendo conto della costante K:

$$(2a) \quad \frac{R}{\frac{R}{2}} = \frac{KD}{\frac{D}{2}}$$

Dalla (2a) possiamo dedurre che la superficie apparente finale dell'oggetto possa essere il risultato di un certo numero n di osservazioni reiterate a distanze dalle quali di volta in volta si dimezza il raggio dell'oggetto. La distanza dalla quale si dimezza il raggio dell'oggetto è sempre il doppio della distanza precedente. Quindi, se il dimezzamento del raggio apparente è una conseguenza del raddoppio della distanza, successivi dimezzamenti del raggio saranno il frutto di una serie di raddoppiamenti della distanza, dei quali ogn'uno è pari per dimensioni alla somma dei valori dei vari raddoppiamenti che lo hanno preceduto più il valore della distanza iniziale. Si consideri, a titolo di esempio, la seguente tabella dove vengono riportati dei valori numerici, non riferiti ad oggetti e distanze reali, al fine di esplicitare il concetto.

Raggio (m)	π	Superficie (m ²)	Rapporto superficie	Distanza (m)
64	3,141593	12867,96	4	100
32	3,141593	3216,991	4	200
16	3,141593	804,2477	4	400
8	3,141593	201,0619	4	800
4	3,141593	50,26548	4	1600
2	3,141593	12,56637	4	3200
1	3,141593	3,141593		6400

Fig. 7 - Variazione subita dal raggio del cerchio al raddoppio della distanza

Quindi possiamo scrivere la (2a) nel seguente modo:

$$(2b) \frac{R}{\left(\frac{1}{2}\right)^n R} = K \frac{D}{\left(\frac{1}{2}\right)^n D}^2$$

Con $n \geq 1$

Posto il primo membro = X^3 avremo:

$$(2c) \frac{R}{\left(\frac{1}{2}\right)^n R} = X$$

Da cui si ricava:

$$2^n = X$$

E quindi, sostituendo ad X il suo valore otteniamo:

$$n = 40,01722717$$

² Con i dati della tabella di Fig. 7 è facile vedere che il rapporto tra raggi rappresentato dal primo membro della (2b) aumenta progressivamente all'aumentare di n, cioè all'aumentare del numero di dimezzamenti. Infatti, $\frac{64}{\left(\frac{1}{2}\right)^1 64} < \frac{64}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 64} < \frac{64}{\left(\frac{1}{2}\right)^3 64} < \frac{64}{\left(\frac{1}{2}\right)^4 64}$ ecc.

³ Il valore di X può essere ricavato dal rapporto tra il raggio reale del corpo e quello della sua immagine su pellicola fotografica. Il rapporto considerato assume il valore di 1,11272E12.

Se adesso andiamo a sostituire al primo membro della (2b) il rapporto tra raggio reale del Sole e quello della sua immagine su pellicola, cioè il valore $1,11272E12$ ⁴ ed il corrispondente valore a D e ad n nel secondo membro sempre della (2b) ci accorgiamo che il valore di K è uguale a 1. Ciò si verifica perché il valore del denominatore che rappresenta la distanza minima di reiterazione è pari a 134,4454 mm ($8,987E-13 * 149600000000000$ mm). Ma se imponiamo⁵ che la distanza minima possa essere la distanza focale della macchina fotografica che nel nostro caso era 125 mm possiamo ricavare un differente valore di K. Da un semplice calcolo otteniamo:⁶

$$K = 0,929746$$

Ci rendiamo quindi conto che, se la distanza minima di reiterazione che compare al denominatore della (2b) derivante

⁴ $6,9545E+11/0,625 = 1,11272E12$

⁵ Sembra plausibile assumere che la distanza ripetitiva minima possa essere la distanza focale della macchina fotografica perché essa rappresenta la distanza dalla quale è stato fatto l'ultimo rimpicciolimento dell'immagine solare che così è stata ridotta a quella impressa sul fotogramma. In pratica l'obiettivo della macchina fotografica cattura la penultima immagine del Sole che viene rimpicciolita e focalizzata sulla pellicola posta alla distanza di 125 mm. Del resto, se il denominatore del secondo membro della (2b) lo poniamo uguale a 125 mm invece che 134,4454 mm possiamo ricavare il valore di $\left(\frac{1}{2}\right)^n$. Infatti, dall'uguaglianza $\left(\frac{1}{2}\right)^n * 149.600.000.000.000 \text{ mm} = 125 \text{ mm}$ otteniamo: $\left(\frac{1}{2}\right)^n = 8,3556149E-13$. Ed applicando i logaritmi avremo $n = 40,122319$. Ovviamente dalla formula inversa ritroviamo il valore di D: $125 * 2^{40,122319} = 149.600.000.000 \text{ mm}$. In pratica il valore di n non subisce variazioni importanti e l'ipotesi è condivisibile. Si confronti con quanto chiarito nella nota 9.

⁶ Applicando la (2b) ed imponendo per il denominatore del secondo membro la distanza minima di 125 mm: $1,11272^{12} = K \frac{149600000000 \text{ mm}}{125 \text{ mm}}$ e quindi $K = 0,929746$

dal calcolo fatto sopra (134,4454 mm) fosse stata pari alla distanza focale della macchina fotografica il valore di K sarebbe stato pari a 1. Per avere una distanza reiterativa minima di 125 mm il raggio medio dell'immagine fotografica del Sole avrebbe dovuto essere pari a 0,581 mm invece di 0,625 mm.⁷ Probabilmente una qualità migliore dell'immagine fotografica confermerebbe un tale valore. Del resto, se prendiamo i due valori della dimensione angolare del Sole riportati nella tabella di Fig. 2 e li trasformiamo in gradi sessagesimali per calcolarne la rispettiva tangente e poi moltiplichiamo il valore di tale tangente per una distanza minima pari alla lunghezza focale della macchina fotografica, otteniamo il diametro dell'immagine fotografica del Sole nei due casi: 1,145 mm e 1,19 mm. Pari ad un raggio di 0,573 mm e 0,595 mm. Il valore ipotizzato di 0,581 mm ricade all'interno dell'intervallo considerato. Quindi per una distanza pari alla distanza focale il calcolo delle dimensioni dell'immagine del Sole, fatto utilizzando la formula della dimensione angolare,

⁷ In questo caso il valore di X della (2c) sarebbe pari a: $6,9545E+11/0,581 = 1,19699E+12$ e quindi $1,19699^{12} = K \frac{149600000000 \text{ mm}}{125 \text{ mm}}$ da cui $K = 1$

conferma le dimensioni apparenti dell'astro misurate sulla pellicola fotografica.⁸

Adesso sappiamo, dalla (2b) che il rapporto tra la distanza reale dell'oggetto e la distanza minima al termine delle reiterazioni è pari al rapporto tra il raggio reale dell'oggetto e quello della sua immagine su pellicola fotografica diviso la costante K:

$$(2d) \quad \frac{D}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 D} = \frac{R}{K \left(\frac{1}{2}\right)^2 R}$$

Considerato che il denominatore del primo membro della (2d) deve essere 125 mm possiamo determinare la distanza D.

⁸ La lente dell'obiettivo della macchina fotografica fa quello che farebbe una qualsiasi lente biconvessa e cioè creare una immagine focale rimpicciolita dell'oggetto posto all'infinito. La dimensione dell'immagine dipende poi dalle dimensioni della lente e quindi dalla sua distanza focale. Più grande è il diametro della lente maggiore sarà la sua focale e più grande anche l'immagine creata. Se ipoteticamente si potesse disporre di una lente con distanza focale uguale alla distanza Terra-Sole quest'ultima, posta a ridosso del Sole, creerebbe, alla distanza Terra-Sole, un'immagine dalle dimensioni del Sole stesso. È possibile verificare tale correlazione tra la dimensione dell'immagine e la distanza focale (e quindi la dimensione della lente) provando a mettere a fuoco, sulla medesima superficie, lo stesso oggetto, posto ad una certa distanza, usando due lenti di ingrandimento di diametro differente. La lente più grande creerà anche una immagine più grande dell'oggetto. L'obiettivo della macchina fotografica con focale 125 mm creerà quindi un'immagine del disco solare proporzionale alla sua distanza focale. Così nel calcolo appena fatto considerando la dimensione angolare del Sole, se si moltiplica l'intera distanza Terra-Sole per la tangente della dimensione angolare medesima, la dimensione ottenuta è proprio quella del diametro solare. Analogamente se aumentiamo la distanza focale (paradossalmente) fino alla distanza Terra-Sole la dimensione dell'immagine prodotta sarà quella del Sole.

Ricordando la (2c) possiamo riscrivere la (2d) nel seguente modo:

$$(3) \quad D = 125 \cdot X / K^9$$

Nel caso venisse confermato sperimentalmente che $K = 1$ la (3) diventerebbe:

$$D = 125 \cdot X \quad (3a)$$

In ogni caso la correttezza di K dipende dalla misura effettuata del raggio dell'immagine del corpo celeste.

L'utilità della (3) sembra evidente: conoscendo le dimensioni stimate dell'oggetto celeste e misurando le dimensioni della sua immagine fotografica si può risalire alla distanza alla quale si trova.

Vediamo adesso quale potrebbe essere la dimensione dell'immagine fotografica della Luna vista dalla Terra se nella (3) inseriamo i valori della distanza media Terra-Luna e le dimensioni del raggio lunare.

Scriviamo la (3) nel seguente modo:

$$(3b) \quad D = 125 \cdot R_L / (R_{\text{imm}} \cdot K)$$

Dove

R_L = raggio lunare (1,7374E+09 mm)

R_{imm} = raggio dell'immagine fotografica

D = distanza Terra-Luna (3,84E+11 mm)

$K = 0,92975$

Avremo:

$$R_{\text{imm}} = 0,60766$$

⁹ Se ulteriori misure fotografiche lo confermassero diventa evidente che la costante 125 presente nell'equazione dipenderebbe dalla distanza focale della macchina fotografica utilizzata. Cambiando apparecchiatura cambierebbe anche il valore di questo parametro.

Tale valore è molto vicino a quello del raggio della macchia prodotta sulla nostra pellicola dal Sole (0,625)!¹⁰ In effetti i due corpi celesti visti dalla Terra presentano, come noto, pressoché la stessa dimensione angolare (vedi tabella 1) perché uno è molto grande ma anche molto lontano e l'altra è molto più piccola ma assai più vicina alla Terra. Quindi la superficie impressa sulla pellicola è in proporzione diretta con le dimensioni del corpo e in proporzione inversa con la distanza del corpo celeste.

3 – Dimensione apparente del sole visto dai pianeti e dimensione apparente dei pianeti visti dalla terra

Proviamo adesso a chiederci con quale dimensione fotografica apparirebbe il Sole in una foto scattata da ciascun pianeta del sistema solare. La seguente tabella, realizzata applicando la (3) ci mostra il risultato del semplice calcolo.

¹⁰ Prendendo in considerazione il rapporto tra il valore del raggio dell'immagine lunare appena trovato (0,60766) e quello relativo al Sole (0,625) cioè il valore 0,9723(2) è possibile verificare una certa coerenza di proporzionalità del valore trovato per la Luna con i valori della dimensione angolare di Luna e Sole riportati nella tabella di Fig. 2. Infatti, se calcoliamo la media dei due valori (massimo e minimo) della dimensione angolare riportati per il Sole, pari a 1921", e moltiplichiamo tale valore per 0,9723(2) otteniamo il valore di 1867,7". Tale valore è intermedio tra il valore minimo e quello massimo della dimensione angolare della Luna.

Pianeta	D (distanza Pianeta- Sole) mm	Raggio Sole (mm)	K	Raggio immagine
Mercurio	5,80E+13	6,9545E+11	0,92975	1,6121E+00
Venere	1,08E+14	6,9545E+11	0,92975	8,6414E-01
Terra	1,496E+14	6,9545E+11	0,92975	6,2500E-01
Marte	2,28E+14	6,9545E+11	0,92975	4,1027E-01
Giove	7,79E+14	6,9545E+11	0,92975	1,2010E-01
Saturno	1,43E+15	6,9545E+11	0,92975	6,5202E-02
Urano	2,87E+15	6,9545E+11	0,92975	3,2567E-02
Nettuno	4,5E+15	6,9545E+11	0,92975	2,0786E-02

Fig. 8 – Valori del raggio dell’immagine fotografica del Sole visto dalla superficie di ciascun pianeta del sistema solare.

Se invece volessimo sapere quale dimensione fotografica avrebbe ciascun pianeta fotografato dalla terra? Si può fare un calcolo analogo però bisogna tenere in considerazione che la distanza tra il pianeta e la Terra varia continuamente a seconda della sua posizione orbitale come anche di quella della Terra. Ad esempio, la distanza di Giove dalla Terra varia da un minimo di 591000000 Km ad un massimo di 965000000 di Km. Tenendo conto che il raggio del pianeta è di 69911 Km avremo per le due distanze considerate i seguenti valori per quanto riguarda la dimensione dell’immagine su pellicola:

Pianeta	D (distanza Giove- Terra) mm	Raggio Giove (mm)	K	Raggio immagine
Giove	5,91E+14	6,99E+10	0,92975	1,5904E-02
	9,65E+14	6,99E+10	0,92975	9,7401E-03
	7,79E+14	6,99E+10	0,92975	1,2073E-02

Fig. 9 - Valori del raggio dell'immagine fotografica di Giove visto dalla superficie terrestre da varie distanze.

L'ultima riga della tabella di figura 9 riporta la dimensione del raggio dell'immagine prodotta da Giove se consideriamo Giove alla distanza dalla Terra uguale a quella che ha il pianeta dal Sole. Si può notare che il raggio dell'immagine quando si considera Giove posto alla distanza dalla Terra uguale a quella che ha Giove dal Sole risulta essere 9,95 volte più piccola di quella riportata in figura 8 ($1,201E-1/1,2073E-2 = 9,95$). Tale valore è giustificato dal fatto che anche il raggio di Giove risulta essere 9,95 volte più piccolo di quello del Sole ($6,9545E+11/6,99E+10 = 9,95$).

Analoghi calcoli possono essere facilmente fatti per tutti gli altri pianeti del sistema solare, e non solo. L'utilizzo quindi di buone immagini fotografiche di un corpo celeste permettono, applicando la (3), di calcolare la distanza del corpo dopo averne stimato la dimensione reale. È facile adesso calcolare la dimensione angolare di tutti i corpi del sistema solare visti dalla Terra. È sufficiente applicare la già ricordata formula: $\delta = \arctan \frac{\text{diametro}}{\text{distanza}}$. Se invece si volesse conoscere il diametro del corpo celeste conoscendone la sua distanza e misurandone

la dimensione della sua immagine su pellicola si può applicare parimenti la relazione (3b) dalla cui formula inversa si può ricavare il dato cercato.

4 – Considerazioni conclusive

I dati presentati ci suggeriscono che è possibile dedurre la distanza alla quale si trova un corpo celeste se si possiede una immagine fotografica del corpo medesimo. Sul principio teorico non influisce l'eventuale utilizzo di sistemi ottici di ingrandimento. Infatti, l'ingrandimento realizzato è sempre noto e quindi la dimensione reale dell'immagine fotografica può sempre essere calcolata. La tecnica presentata in questo breve lavoro è semplice. È sufficiente misurare il raggio dell'immagine del corpo celeste impressa sul fotogramma e, ipotizzando un raggio reale dell'oggetto astronomico, ricavarne la distanza utilizzando la (3). Ipotizzare il raggio reale non significa proporre un valore a caso ma affidarsi ad altri sistemi di accertamento basati su differenti parametri astronomici come ad esempio la luminosità. Gli strumenti per un compito simile li abbiamo già e sono la luminosità apparente, derivante da brillantezza e distanza, e la temperatura superficiale, determinata dal tipo spettrale. A partire da questi dati è possibile applicare poche formule per giungere alla dimensione di una stella ed è proprio in questo modo che gli astronomi hanno proceduto finora per trovare che molte stelle sono più piccole del nostro Sole e molte altre sono più grandi. La legge di Stefan-Boltzmann è utilizzata per determinare la dimensione di una stella. Essa afferma che: l'ammontare di energia che una stella irradia ogni secondo da

un metro quadrato della sua superficie è proporzionale alla quarta potenza della sua temperatura superficiale T . In formule, il flusso energetico F di una stella è dato dalla relazione di *Stefan-Boltzmann* seguente:

$$(4) \quad F = \sigma T^4$$

La relazione tra flusso F , luminosità L e raggio della stella R è data dalla relazione:

$$(5) \quad L = 4\sigma R^2 \sigma T^4$$

dove L è la luminosità della stella espressa in Watt, R è il suo raggio espresso in metri, σ è la costante di Stefan-Boltzmann mentre T è la temperatura superficiale espressa in gradi Kelvin. In tal modo si può ricavare il raggio di un corpo celeste anche piuttosto lontano. Può essere una stella oppure una galassia. Infatti, anche di una galassia si possono stimare le dimensioni attraverso misurazioni della loro massa.¹¹ Dedotta la dimensione reale dell'immagine fotografica tenuto conto dell'ingrandimento si può dedurre, di conseguenza, la sua distanza dal Sole.

Tramite ALMA (Atacama Large Millimeter/Submillimeter Array) si è riusciti a ottenere una immagine di Betelgeuse e del suo disco.

Analogamente si può fare per altre stelle e/o galassie. Tenendo conto dell'ingrandimento fornito da questa moderna tecnologia osservativa si potrebbe probabilmente pensare di ricavare informazioni, grossomodo attendibili, sulla distanza alla quale si trovano questi corpi celesti utilizzando le informazioni fornite dai fotogrammi scattati.

¹¹<https://www.astronomiamo.it/DivulgazioneAstronomica/Area/Unit%C3%A0%20di%20misura%20in%20Astronomia/Dimensione-e-massa-in-astronomia-tecniche-di-misurazione>

Certamente la tecnica ipotizzata, se venisse confermata da ulteriori misurazioni, non appare di grande affidabilità perché la misura delle dimensioni dell'immagine fotografica potrebbe essere poco precisa. Tuttavia, l'utilizzo di apparecchiature ottiche raffinate e l'analisi computerizzata delle immagini potrebbero migliorare l'accuratezza del metodo.

Sitografia

<http://astrolab.altervista.org/articoli/angolo.html>

https://it.wikipedia.org/wiki/Diametro_angolare

<https://www.astronomiamo.it/DivulgazioneAstronomica/Area/Unit%C3%A0%20di%20misura%20in%20Astronomia/Dimensione-e-massa-in-astronomia-tecniche-di-misurazione>

https://www.phys.uniroma1.it/fisica/sites/default/files/file_PLS/OtticaGeometrica.pdf

Bibliografia

PALMIERI E. Lupia, PAROTTO M. (2004). *Il Globo Terrestre e la sua Evoluzione -quinta edizione*. Bologna: Zanichelli

KARTTUNEN H., OJA H., KROGER P., POUTANEN M. (2023). *Fondamenti di astronomia*. Novara: UTET

RIVA W., COSTA M., ZAMBONIN D. (2025). *Sistema solare. Dai pianeti del Sole ai mondi delle altre stell.* Vercelli: Nuinui Editore