

Come costruire una semplice meridiana

Giuseppe D' Angelo*

DOI:10.53159/PdM(V).v1n2.174

Ricevuto 19-06-2026 Accettato 30-09-2026 Pubblicato 30-09-2026



Abstract: *This paper presents a simplified procedure for designing and constructing a horizontal sundial with a vertical gnomon, conceived as an educational tool for introducing readers to gnomonics and observational astronomy. After a brief overview of the operating principles of sundials and the apparent motion of the Sun, the main astronomical and geographical parameters required to determine the position of the gnomon's shadow throughout the year are described. In particular, the annual variation of solar declination is examined, and Cooper's formula is used as a first-order approximation to calculate its daily values. Based on the geographical latitude and longitude of the site and on the length of the gnomon, the shadow lengths for different days of the year are then determined, with particular reference to the solstices and equinoxes. The paper also discusses the geometrical and astronomical criteria required to*

*Docente di materie scientifiche presso il Liceo Scientifico "Leonardo" di Giarre - CT); sitdang010762@mail.com.

draw the hour lines of a horizontal sundial with a vertical gnomon, using the solar altitude and azimuth. An application example, referring to a site in eastern Sicily, illustrates how the calculations can be implemented using a spreadsheet and, for automation, a simple macro. Finally, low-cost and easily reversible construction solutions are proposed, including the possible use of pre-existing architectural elements such as vertical railing bars. Although the proposed method relies on several approximations, its purpose is to provide an accessible practical introduction to gnomonics by combining astronomical, mathematical, technological, and artistic aspects.

Keywords: Gnomonics; Sundial; Astronomy

Sommario: *L'autore propone una procedura semplificata per la progettazione e la realizzazione di una meridiana orizzontale con gnomone verticale, concepita come strumento didattico per avvicinare alla gnomonica e all'astronomia osservativa. Dopo una breve introduzione ai principi di funzionamento delle meridiane e al moto apparente del Sole, vengono illustrati i principali parametri astronomici e geografici necessari per determinare la posizione dell'ombra dello gnomone nel corso dell'anno. È analizzata la variazione della declinazione solare e utilizzata, in prima approssimazione, la formula di Cooper per il suo calcolo giornaliero. A partire dalla latitudine e dalla longitudine del luogo e dalla lunghezza dello gnomone, sono quindi determinate le lunghezze delle ombre nei diversi giorni dell'anno, con particolare riferimento ai solstizi e agli equinozi. Il lavoro affronta inoltre i criteri geometrici e astronomici necessari per tracciare le linee orarie di una meridiana orizzontale con gnomone verticale, attraverso la determinazione dell'altezza e dell'azimut solare. Un esempio applicativo mostra come i calcoli possano essere implementati mediante un foglio elettronico e, per automatizzare le operazioni, mediante una semplice macro. Infine, vengono proposte soluzioni costruttive economiche e facilmente reversibili, basate anche sull'eventuale utilizzo di elementi architettonici preesistenti, come le barre verticali di una ringhiera. L'approccio proposto, pur basandosi su alcune approssimazioni, intende fornire uno strumento accessibile per un primo approccio pratico alla gnomonica, integrando aspetti astronomici, matematici, tecnologici e artistici.*

Parole chiave: gnomonica; meridiana solare; astronomia

1 Introduzione

La scienza delle meridiane e degli orologi solari si chiama Gnomonica. Meridiane e orologi solari sono tra gli oggetti più antichi utilizzati per scandire lo scorrere del tempo. Il principio del loro funzionamento è basato sulla variazione nel corso dell'anno e del giorno della lunghezza e della direzione dell'ombra proiettata da un'asta (gnomone) che può essere posta verticalmente sul piano orizzontale o ortogonalmente rispetto ad una parete verticale o, ancora, inclinata rispetto ad essi. La loro storia è lunga e affonda le radici nell'antichità, con testimonianze che risalgono addirittura al Neolitico. Conosciute nell'antico Egitto e presso altre civiltà e, successivamente, tra quella dei Greci e dei Romani, hanno sempre rappresentato una curiosa attrattiva culturale per chiunque le osserva. In esse elementi artistici e scientifici spesso si sommano interessando, quasi in modo ammaliatore, coloro che le consultano. La differenza tra meridiane e orologi solari non è radicale. Mentre una meridiana di solito si limita ad indicare il tempo, il mezzogiorno, le stagioni e i segni zodiacali, gli orologi solari vengono utilizzati prevalentemente per scandire il passare delle ore durante il periodo diurno giornaliero e conoscere inoltre i momenti dei solstizi e degli equinozi oltreché la direzione Nord-Sud. Spesso le meridiane vere e proprie è possibile osservarle all'interno di chiese come quella presente nella Basilica di Santa Maria degli Angeli e dei Martiri a Roma, quella della Basilica di San Petronio a Bologna, quella della Chiesa di Santa Maria Bianca a Lucca o quella all'interno del Duomo di Acireale (CT). Esse funzionano attraverso un foro gnomonico nel soffitto che proietta un raggio di sole sul pavimento che segna il passaggio del sole a mezzogiorno e identifica il giorno e il periodo dell'anno. Gli orologi solari con le linee orarie possono essere di vario tipo con principi costruttivi più o meno differenti ¹. In questo semplice resoconto si parlerà però sol-

¹Esistono principalmente 2 tipologie di orologi solari: la meridiana verticale e quella orizzontale. La prima tipologia è formata dallo gnomone installato nella corretta posizione direttamente nella parete, posizionato sopra ad un affresco che scandisce il tempo. Nella seconda tipologia possiamo trovare sempre la pre-

tanto delle meridiane orizzontali. Esse possono essere realizzate con lo stilo (gnomone) parallelo all'asse di rotazione terrestre (quindi che punta al polo nord) o con stilo verticale rispetto al piano orizzontale. Si proporrà, nello specifico, di realizzare un orologio solare semplificato con stilo verticale e la sola linea meridiana da porre all'aperto, magari in terrazza. La sua struttura è quindi molto semplice: un'asta verticale di opportuna lunghezza che proietta l'ombra su di una superficie orizzontale. I motivi di questa scelta sono due. Il primo è quello di proporre una procedura semplificata per la realizzazione di un orologio solare in modo da invogliare il lettore ad avvicinarsi a questa arte scientifica millenaria. Il secondo motivo è poi quello che, a volte, nella propria abitazione possono esistere già delle strutture (meridiane sotto mentite spoglie) che potrebbero essere utilizzate appunto come base per realizzare degli orologi solari. In questo caso si può conseguire anche l'obiettivo di ridurre notevolmente i costi di realizzazione semplificando le modalità di realizzazione. La possibilità di realizzare una semplice meridiana o un completo orologio solare si offre facilmente, ad esempio, a chi può disporre di terrazze ben esposte a sud, illuminate durante tutto l'anno. Poiché spesso le terrazze sono dotate di ringhiera si potrebbe provare ad utilizzare tali strutture per approntare una meridiana piuttosto particolare. In questo caso, se la ringhiera fosse costruita con una serie di semplici barre verticali, realizzare uno di questi strumenti diventa realmente una cosa piuttosto semplice. Se si fa una scelta di questo tipo bi-

senza dello gnomone ma, a differenza di quella verticale, avremmo le linee che scandiscono il tempo disegnate o incise su materiali differenti come marmo o metallo posti sul piano orizzontale. Esistono poi meridiane polari, analemmatiche ed equatoriali.

<https://www.orologisenzatempo.com/prodotto/meridiana-equatoriale-da-giardino/>

<http://fram.interfree.it/meridiane/analemmatica.htm>

https://www.arsumbrae.it/meridiana_analemmatica.htm

Meridiana polare del Monte Calino

Meridiana verticale: progettazione e realizzazione

sogna però tenere in considerazione che poiché la lunghezza della barra della ringhiera utilizzata come gnomone non può essere lunga quanto necessita l'ombra che essa proietta risulta troppo corta per permettere di separare opportunamente, lungo il suo percorso, le date di tutti i giorni dell'anno. Si verifica infatti un affastellamento delle stesse soprattutto nel semestre estivo a ridosso del solstizio d'estate. Questo limite non può essere ridotto se si vuole utilizzare come gnomone siffatto elemento architettonico. Qualsiasi tentativo sacrificerebbe ulteriormente i già precari elementi artistici dell'opera. È quindi necessario rinunciare in partenza all'idea di avere una meridiana che segni chiaramente le singole date dell'anno ed accontentarsi di informazioni più generiche che potrebbero essere ad esempio il mese in corso o, al più, la settimana del mese stesso (esempio, la settimana di Pasqua), i giorni degli equinozi (peraltro, coincidenti sulla linea meridiana) e dei solstizi (gli estremi della stessa) oltreché il momento del mezzogiorno e gli intervalli temporali nei quali ricadono i segni zodiacali ². Insomma, una buona occasione per imparare ed appassionarsi ma senza grandi pretese! Bisognerà quindi valutare se si desidera fare un primo tentativo ³ realizzando un orologio solare semplificato, come quello qui proposto, o completare il lavoro aggiungendo anche le linee orarie. In questo secondo caso non converrà più affidarsi ad elementi strutturali già esistenti ma bisognerà scegliere differenti materiali per la realizzazione del proprio orologio solare. Se l'esposizione del lastrico non fosse perfettamente libera da Est o da Ovest l'opzione di realizzare una meridiana senza

²Gli estremi di tali intervalli non potranno essere netti e precisi principalmente a causa dell'affastellamento delle date sopra ricordato. Entrano in gioco anche altri fattori come la differenza tra anno civile ed anno solare che viene ridotta con l'anno bisestile mentre la data di inizio e di fine di tutti i segni zodiacali è fissa: Ariete (21 marzo – 20 aprile), Toro (21 aprile – 20 maggio), Gemelli (21 maggio – 21 giugno), Cancro (22 giugno – 22 luglio), Leone (23 luglio – 23 agosto), Vergine (24 agosto – 23 settembre), Bilancia (24 settembre – 23 ottobre), Scorpione (24 ottobre – 22 novembre), Sagittario (23 novembre – 21 dicembre), Capricorno (22 dicembre – 20 gennaio), Acquario (21 gennaio – 19 febbraio) e Pesci (20 febbraio – 20 marzo).

³Magari come prova tecnica non necessariamente durevole nel tempo.

linee orarie potrebbe essere una scelta ragionevole ⁴. Si descrivono di seguito inizialmente i principi teorici ed un esempio dei calcoli necessari per la realizzazione di una semplice meridiana di questo tipo. Si completa poi l'argomento riportando le considerazioni teoriche e i calcoli necessari per predisporre le linee orarie di un orologio solare vero e proprio, per chi volesse completare l'opera e dare completo sfogo alle proprie capacità e alla propria creatività artistica.



Fig. 1 Meridiana del Duomo di Acireale (CT). Foto tratta da: <https://www.globusmagazine.it/la-meridiana-di-acireale-170-anni-di-storia-e-tante-curiosita/>

2 Principi teorici generali

A causa dell'inclinazione dell'asse di rotazione terrestre di circa $23,45^\circ$ rispetto al piano dell'eclittica, l'altezza del Sole sul piano dell'orizzonte varia ciclicamente durante l'anno. Tale variazione angolare prende il nome di declinazione solare (δ) ed è descritta da un

⁴Se la meridiana non è esposta totalmente a Sud perché parte del fronte est o ovest non ha visuale libera si verificherà che per parte delle ore mattutine o pomeridiane essa non proietterà ombra.

andamento sinusoidale compreso tra $+23,45^\circ$ (solstizio d'estate) e $-23,45^\circ$ (solstizio d'inverno), annullandosi agli equinozi ($\delta = 0^\circ$).

L'angolo di inclinazione α formato dai raggi solari con il piano orizzontale al mezzogiorno locale varia in funzione della latitudine del luogo (Lat) secondo la relazione:

- $\alpha_{\text{equinozio}} = 90^\circ - \text{Lat}$
- $\alpha_{\text{massimo}} (\text{Solstizio estivo}) = 90^\circ - \text{Lat} + 23,45^\circ$
- $\alpha_{\text{minimo}} (\text{Solstizio invernale}) = 90^\circ - \text{Lat} - 23,45^\circ$

ALLEGATO DIGITALE – Approfondimento di Meccanica Celeste e Perturbazioni Orbitali

La trattazione dei moti secolari di precessione degli equinozi (~ 25.765 anni), della rotazione degli apsidi (spostamento del perielio e dell'afelio), della forma dell'ellissoide terrestre e delle cause gravitazionali della variazione della durata delle stagioni astronomiche è stata omessa dal testo base per ragioni di sintesi ed è consultabile nel Capitolo Integrativo A dell'Allegato Digitale. L'Appendice digitale è accessibile nel sito della Rivista all'indirizzo <https://www.afsu.it/periodici/>

3 Determinazione della lunghezza dell'ombra e parametri locali

Per calcolare la lunghezza dell'ombra proiettata dallo gnomone occorre definire tre parametri fondamentali:

1. Lunghezza dello gnomone h (nell'esempio reale, la barra della ringhiera $h = 87$ cm);
2. Latitudine del luogo (Lat);
3. Longitudine del luogo (Long), per determinare l'ora del mezzogiorno vero locale rispetto al fuso orario centrale (15° E).

Tabella 1 - Parametri geografici e inclinazione dei raggi solari per la località d'esempio (Lat. = 37,7781° N, Long. = 15,1647° E)

Parametro Astronomico	Gradi (°)	Primi (')	Secondi (")	Gradi Decimali
Inclinazione Equinozi ($90^\circ - \text{Lat}$)	52	13	18,8	52,2219°
Declinazione Solare ($\delta_{\max}$)	23	27	0,0	23,4500°
$\alpha_{\max}$ (Solstizio Estivo)	75	40	18,8	75,6719°

Questi pochi dati ci serviranno per calcolare la lunghezza dell'ombra proiettata dallo gnomone giorno per giorno e per poter segnare di conseguenza sul pavimento la posizione, almeno, delle date più importanti lungo il percorso dell'ombra. Oltre ad individuare infatti la posizione di solstizi ed equinozi è possibile indicare alcune altre date o periodo di tempo ritenuti importanti.

È superfluo far notare che l'importanza di leggere sulla meridiana la data del giorno è molto relativa ai giorni nostri perché essa ci viene continuamente ricordata dai numerosi dispositivi elettronici che ci portiamo dietro nonché dai calendari che tutti appendiamo al muro nelle nostre case. Da questo punto di vista anche la realizzazione della stessa meridiana ha poco o nessun senso.

Anticamente però non era così e la meridiana svolgeva anche l'importante ruolo di calendario necessario per la programmazione per tempo delle varie attività umane, come ad esempio quelle dei campi. Realizzare una meridiana oggi ha senso prevalentemente estetico e culturale ed arricchisce, di conseguenza, l'abitazione o il luogo nel quale viene realizzata.

La latitudine ci servirà per calcolare l'inclinazione che hanno i raggi del Sole sul piano dell'orizzonte, inclinazione da cui dipende la lunghezza dell'ombra. La longitudine ci serve invece per sapere quando sarà il mezzogiorno vero locale che non sempre coincide con quello indicato dal nostro orologio in quanto quest'ultimo indica il mezzogiorno del meridiano centrale (meridiano che passa per Monte Mario (RM) e per l'Etna) del fuso n° 1 ad Est di Greenwich.⁵

⁵Ogni fuso orario ha un'ampiezza in longitudine di 15° (360°/24 h). Il meridiano centrale del fuso n° 1 si trova quindi a 15° di longitudine Est da Greenwich. Se dunque ci troviamo più ad est del meridiano centrale del nostro fuso la nostra

La precisione delle date segnate dipenderà poi anche dalle condizioni di perfetta ortogonalità tra gnomone e piano del pavimento.⁶ Accertare la latitudine del luogo dove realizzare la meridiana è cosa semplicissima. Esistono numerose applicazioni per smartphone in grado di farlo grazie alla localizzazione GPS. In modo facile si ricava anche la longitudine del luogo. Per quanto riguarda il calcolo della lunghezza dell'ombra consideriamo ovviamente il caso teorico di uno gnomone posto ortogonalmente al piano del pavimento. In tali condizioni è possibile eseguire i calcoli necessari utilizzando un foglio di calcolo Excel sul quale sono state impostate le necessarie formule. È possibile anche utilizzare delle macro per velocizzare i calcoli medesimi.

longitudine sarà maggiore di 15° Est. Altrimenti sarà inferiore. Nel primo caso il mezzogiorno locale si verificherà prima rispetto al meridiano centrale dato che il moto di rotazione della Terra avviene da ovest verso est e quindi prima delle ore 12 (13 se vige l'ora legale) segnate dal nostro orologio. Nel secondo caso si verificherà invece dopo. Conoscendo la longitudine del luogo conosco anche i minuti di anticipo o ritardo con cui si verificherà il mezzogiorno. Ad esempio, supponiamo di trovarci in una località (ad esempio Tropea, in Calabria) la cui longitudine è $15^\circ 53' 41,24''$ E (est). Visto che la Terra in un'ora ruota verso est di 15° , allora $53'$ e $41,24''$ corrisponderanno a $0,8947888^\circ$ e, quindi, a $0,8947888^\circ / 15^\circ / h \times 60 \text{ min} / h = 3,5792 \text{ min}$ equivalenti a 3 min e 34,7 s. È semplice la conversione da una scala all'altra: 1 h corrisponde a 15° , 1 min corrisponde a $15'$ e 1 s corrisponde a $15''$. Quindi il mezzogiorno locale avviene 3 min e 34,7 s prima rispetto a quanto indica l'ora ufficiale segnata dall'orologio. Se la longitudine fosse Ovest anziché Est l'evento del mezzogiorno sarebbe posticipato dello stesso intervallo di tempo.

⁶In verità la situazione reale potrebbe essere differente. Ad esempio, il piano del pavimento potrebbe essere inclinato rispetto alla verticale. Oppure lo gnomone potrebbe essere inclinato rispetto alla verticale, o in direzione dell'ombra o in direzione opposta, di un determinato angolo risultante. O, anche, potrebbero sussistere entrambe le problematiche contemporaneamente. In ogni caso si possono apportare le necessarie correzioni ai calcoli. È consigliabile però accertare prima di realizzare la meridiana l'esistenza o meno di siffatte problematiche e, se possibile, cercare di rimuoverle.

ALLEGATO DIGITALE – Riforma del Calendario Gregoriano e Calcolo Decimale della Durata del Semestre

La spiegazione sui dettagli del divario tra anno civile e anno solare (365,2422 giorni), sulla regola dei secoli bisestili introdotta dalla bolla papale *Inter gravissimas* del 1582 e la relativa tabella analitica sul calcolo decimale dei 178,85 giorni del semestre invernale rispetto ai 186,39 del semestre estivo sono state trasferite nel Capitolo B dell'Allegato Digitale. L'Appendice digitale è accessibile nel sito della Rivista all'indirizzo <https://www.afsu.it/periodici/>

4 Calcolo della declinazione e formula di Cooper

Tenendo conto delle coordinate appena ricordate si può adesso procedere al calcolo della lunghezza dell'ombra. Poiché è difficile tenere conto fedelmente di tutte le piccole variazioni astronomiche annuali che possono influire sulla reale lunghezza dell'ombra proiettata dallo gnomone ci si può limitare a considerare le variazioni giornaliere della declinazione solare così come vengono determinate in maniera approssimata con la seguente formula matematica (Cooper 1969):

$$\delta = 23,45^\circ \operatorname{sen} \left(\frac{360(284 + n)}{365} \right)^7 \quad (1)$$

⁷Calcoli più precisi per la declinazione solare si possono ottenere applicando altre formule che tengono conto di ulteriori parametri astronomici relativi all'orbita apparente del Sole. Una formula utilizzabile è la seguente: $\operatorname{sen} \delta = \operatorname{sen} \varepsilon \cdot \operatorname{sen} L_v$, con δ = declinazione, ε = obliquità dell'eclittica, L_v = longitudine vera (<https://eratostene.vialattea.net/wpe/algoritmi/coordinate-equatoriali-del-sole/>). La declinazione può anche essere ricavata dagli sviluppi in serie di Fourier (<https://www.matematicamente.it/staticfiles/approfondimenti/astronomia/LatitudineLongitudine.pdf>).

In essa n corrisponde al numero del giorno dell'anno contati progressivamente dal primo di gennaio ($n = 1$).⁸

Il numero 284 è invece un fattore di adeguamento dei valori della declinazione solare al calendario. Poiché i giorni degli equinozi, nei quali la declinazione è pari a 0° , corrispondono all' 81° e al 264° giorno dell'anno, se si sostituiscono questi valori ad n nella suddetta formula si otterrà, appunto, un valore pressoché nullo della declinazione. In tal modo ponendo $n > 81$ si avranno valori positivi della declinazione che continuerà a crescere raggiungendo il valore massimo nel giorno del solstizio estivo ($+23, 45^\circ$) per poi decrescere nuovamente fino a raggiungere valori negativi quando n supererà il valore di 264.

Utilizzando l'applicativo Excel si può impostare una formula che tenga conto della regola trigonometrica dei triangoli rettangoli nonché dell'andamento sinusoidale della declinazione solare.

ALLEGATO DIGITALE – Codice Macro VBA (Sub CalcoloOmbra) ed Ephemeris Giornaliera a 365 Giorni

Per snellire la lettura dell'articolo, la trascrizione riga per riga del codice VBA della Macro Excel e la Tabella Ephemeris completa, con le lunghezze dell'ombra abbinate antiparallelemente per tutti i 365 giorni dell'anno, sono presenti nel Capitolo C dell'Allegato Digitale. L'Appendice digitale è accessibile nel sito della Rivista all'indirizzo <https://www.afsu.it/periodici/>

5 Criteri geometrici per le linee orarie

Nel caso di uno gnomone inclinato e parallelo all'asse terrestre, le linee orarie per una data ora convergono tutte alla base dello gno-

⁸Il numero n dei giorni trascorsi dal primo di gennaio andrebbe calcolato utilizzando le seguenti formule, dove M indica il numero del mese e D il numero del giorno: $n = \text{int}\left(\frac{275 \cdot M}{9}\right) - 2 \cdot \text{int}\left(\frac{M+9}{12}\right) + D - 30$ per anni ordinari, $n = \text{int}\left(\frac{275 \cdot M}{9}\right) - \text{int}\left(\frac{M+9}{12}\right) + D - 30$ per gli anni bisestili. Nel lavoro qui presentato si vuole appositamente semplificare il processo di calcolo, pertanto il numero dei giorni considerati per n è assunto variare da 1 a 365.

mone e mantengono una direzione costante durante l'anno. Al contrario, per uno gnomone verticale sul piano orizzontale, le linee orarie non convergono nel punto di fissaggio e la direzione dell'ombra varia giorno per giorno all'interno di un piano individuato dal cerchio orario.

Per tracciare la linea oraria di una generica ora (es. le 10:00), è sufficiente calcolare l'azimut e la lunghezza dell'ombra nei due giorni estremi del solstizio invernale ed estivo, unendo i due apici dell'ombra con un segmento rettilineo intersolstiziale.

Se si vuole completare l'opera passando alla realizzazione delle linee orarie nella propria meridiana si descrivono qui di seguito i criteri per il calcolo della lunghezza e l'orientazione delle stesse. Si descrive per prima come procedere col calcolo delle linee orarie di una meridiana orizzontale con stilo parallelo all'asse terrestre per poi passare a parlare di quella con stilo verticale.

In una meridiana orizzontale con stilo parallelo all'asse terrestre la direzione dell'ombra ad una data ora (giorno per giorno) è sempre la stessa, varia solo la lunghezza dell'ombra, in quanto la posizione del Sole sull'orizzonte (fissata l'ora) varia quotidianamente.⁹

Consideriamo la situazione che si verifica alle ore 10,00 del mattino di un giorno del semestre estivo. La distanza in gradi dal mezzogiorno, sull'arco solare giornaliero, corrisponde a $2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$. La posizione del Sole alla stessa ora, nel corso dell'anno, traccia un arco sulla Sfera Celeste che prende il nome di cerchio orario.¹⁰

Se lo stilo è parallelo all'asse terrestre e ne fa parte, cioè, è contenuto all'interno della retta orientata verso il Polo Nord, allora il cerchio orario di una qualsiasi altra ora della giornata e la suddetta retta assiale sono elementi di un piano. Questo piano conterrà la direzione dei raggi del Sole, tutto lo stilo ed anche tutta la sua ombra che varierà soltanto in lunghezza in base alla posizione del Sole lungo il cerchio orario. Le ombre delle varie ore del giorno convergono tutte nel punto dove viene inserito lo stilo.

⁹Si confronti con: Bibliografia [7].

¹⁰<https://eratostene.vialattea.net/wpe/glossario/cerchio-orario/>.

Per individuare la direzione dell'ombra per tutte le ore della giornata abbiamo bisogno di conoscere altezza e azimuth solari, ora per ora.¹¹

Per determinare la lunghezza del segmento delle singole ore dobbiamo riferirci almeno a due punti fondamentali che vengono raggiunti dall'ombra nei giorni del solstizio invernale ed estivo. Ciò può essere fatto conoscendo l'altezza del sole in questi due giorni, che dipende, ovviamente, anche dalla latitudine del luogo.

Determinando anche l'altezza del Sole agli equinozi si potrà disporre di una terza lunghezza che servirà ad individuare sul quadrante la linea degli equinozi. Essa sarà interposta alle iperboli dei due solstizi, una con la concavità rivolta verso la base dello stilo (curva oraria del solstizio estivo) e una con la concavità rivolta in direzione opposta (curva oraria del solstizio invernale).

Per quanto riguarda i calcoli e le indicazioni grafiche per tracciare le linee orarie ci si può affidare alle indicazioni di specifici lavori.¹²

Nel disegno di Fig. 2 (e Fig. 3 dove viene ingrandita la parte centrale) viene comunque illustrato il criterio geometrico per il calcolo della lunghezza dell'ombra in un giorno del semestre estivo.

Lunghezze ed angoli riportati in Fig. 2:

$$\widehat{NOE_2} = \widehat{SOE_1} = Az. \quad (\text{angoli opposti al vertice})$$

$$\widehat{CDH} = \widehat{NOE_2} = Az.$$

(angoli corrispondenti, perché DC è parallelo, per costruzione, a E_2E_1 e tagliato dalla trasversale SN).

¹¹L'altezza e l'azimut solare sono coordinate altazimutali che descrivono la posizione del Sole nel cielo. L'altezza è l'angolo verticale che il Sole forma con l'orizzonte (da 0° a 90°). L'azimut è l'angolo orizzontale che misura la direzione del Sole rispetto al punto cardinale Nord, misurato in senso orario (da 0° a 360°).

¹²<https://www.mat.uniroma1.it/sites/default/files/liceomatematico/applicazioniscienze/GREGORIODACATINO-TraCieloETerra-scheda4.pdf>

$$\widehat{ACD} = AL \quad (\text{stesso luogo, non varia la latitudine tra } O \text{ e } C)$$

$$OD = OA \cdot \cos \varphi; \quad AD = OA \cdot \sin \varphi$$

essendo φ la latitudine del luogo.

$$DC = \frac{AD}{\tan(AL)}$$

$$OV = \sqrt{OD^2 + DC^2 - 2 \cdot OD \cdot DC \cos(180^\circ - Az.)}$$

(per il teorema di Carnot).

$$\frac{OC}{\sin(180^\circ - Az.)} = \frac{DC}{\sin(\widehat{COD})}$$

(per il teorema di Eulero dei seni).

$$\begin{aligned} \widehat{COH} &= \widehat{COD} \\ &= \arcsen \left(Az. \cdot \frac{DC}{OC} \right) \end{aligned}$$

(sempre per il teorema di Eulero).

Nelle meridiane orizzontali con stilo perpendicolare al piano lo gnomone (ad eccezione della sua punta) non è contenuto nel piano individuato da un cerchio orario e dal diametro della Sfera Celeste che punta al Polo Nord. A causa di ciò la direzione dell'ombra, alla stessa ora, cambia di giorno in giorno al variare dell'altezza del Sole sul piano dell'orizzonte.

I raggi solari appartenenti al piano individuato dal cerchio orario contengono lo stilo parallelo all'asse terrestre ma non quello posto lungo la verticale. Quindi, tutti i punti materiali che costituiscono quest'ultimo, proietteranno un'ombra fuori asse rispetto a quella proiettata dallo stilo parallelo all'asse terrestre.

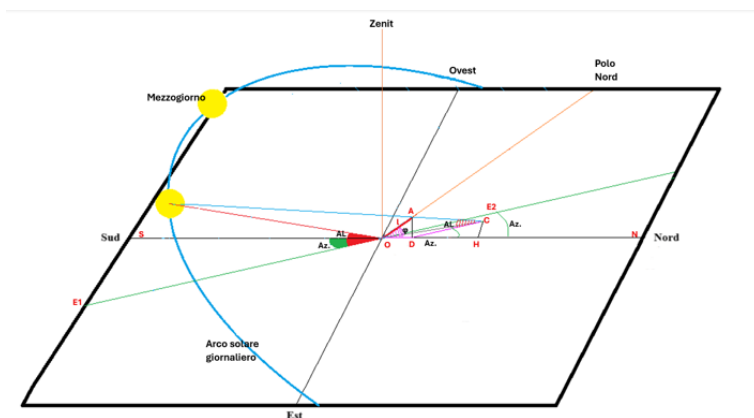


Fig. 2 - Direzione e lunghezza dell'ombra di una meridiana con stilo parallelo all'asse terrestre.

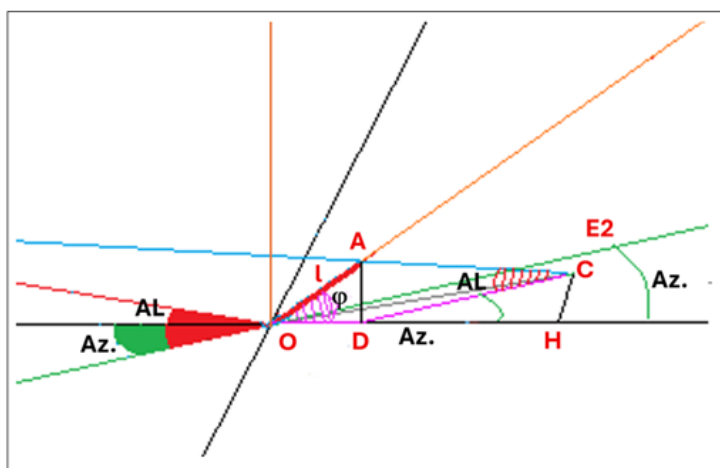


Fig. 3 - Ingrandimento della parte centrale della Fig. 2.

Inoltre, le linee orarie non convergono nel punto nel quale lo stilo è stato infisso. Si può però individuare la direzione della retta oraria e, all'interno di essa, del segmento orario, con estremi gli apici delle ombre proiettate dallo stilo nei due solstizi, usando la tecnica della retta per due punti.

Misurando, cioè, la lunghezza dell'ombra, per la stessa ora del giorno, nelle due date solstiziali di riferimento e segnando sul quadrante l'apice di ciascuna di esse. Si uniscono infine i due estremi segnati sul quadrante ed in tal modo verrà segnata la specifica linea oraria che rappresenta il segmento inter-solstiziale lungo il quale l'ombra dello gnomone cadrà con il suo estremo spostandosi su e giù su di esso durante l'anno.

Per calcolare la lunghezza dell'ombra, come già sopra spiegato, poiché la figura geometrica che si viene a definire tra gnomone verticale, raggio solare e ombra proiettata è un triangolo rettangolo, è possibile applicare la formula:

$$\frac{\text{lunghezza stilo}}{\text{lunghezza ombra}} = \tan(AL)$$

$$\text{lunghezza ombra} = \frac{\text{lunghezza gnomone}}{\tan(AL)}.$$

Nella figura 4 vengono rappresentate le differenti ombre proiettate da due differenti gnomoni. Uno disposto parallelamente all'asse terrestre e l'altro disposto verticalmente rispetto al piano orizzontale. Entrambi considerati, però, inseriti nello stesso punto del quadrante:

$$\overline{BO} = \overline{OA} \cot(AL) = \frac{\overline{OA}}{\tan(AL)}$$

dove $\overline{BO}$ rappresenta l'ombra dello gnomone verticale.

An_1 = angolo formato dall'ombra proiettata dallo gnomone parallelo all'asse di rotazione terrestre con la direzione Nord-Sud del piano.

An_2 = angolo formato dall'ombra proiettata dallo gnomone verticale con la direzione Nord-Sud del piano.

$\overline{OA}$ = gnomone verticale;

$\overline{OA'}$ = gnomone parallelo all'asse terrestre.

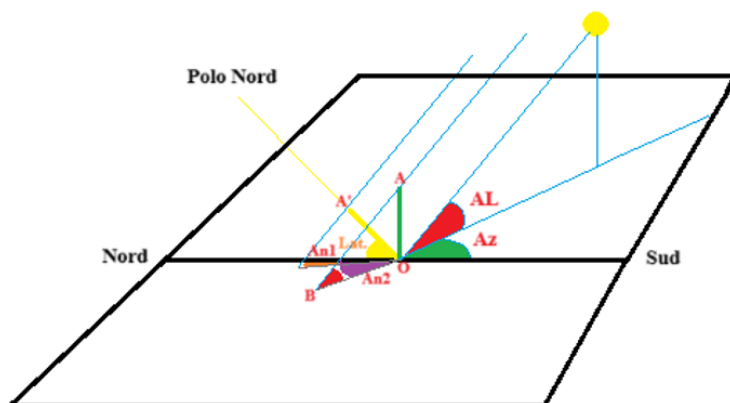


Fig. 4 - Ombre proiettate da due stili dei quali uno verticale al piano orizzontale e l'altro parallelo all'asse terrestre.

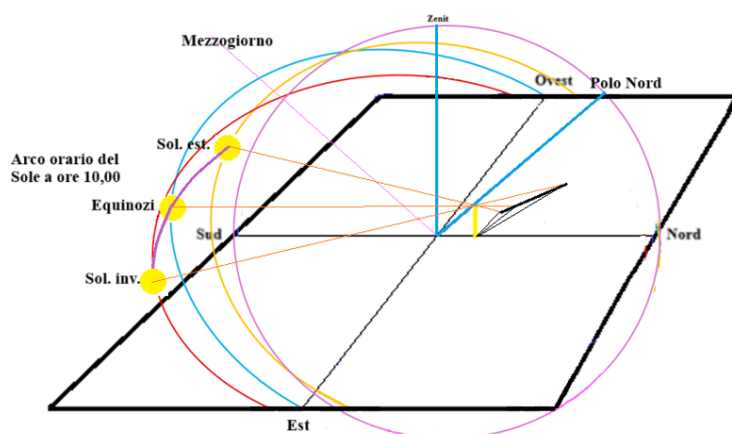


Fig. 5 - Linea oraria ottenuta unendo gli estremi dei segmenti ombra proiettati dallo stilo verticale nei giorni dei solstizi e degli equinozi.

6 Coordinamento delle linee orarie e parametri fondamentali

Nel caso di una meridiana orizzontale con stilo verticale le considerazioni geometriche fatte sopra per la meridiana con stilo paral-

lelo all'asse terrestre si semplificano. Infatti, guardando il disegno di Fig. 6 si può notare che l'angolo $\widehat{CDH}$ che necessita conoscere è uguale all'azimut e l'ombra è lunga:

$$DC = \frac{AD}{\tan(AL)}.$$

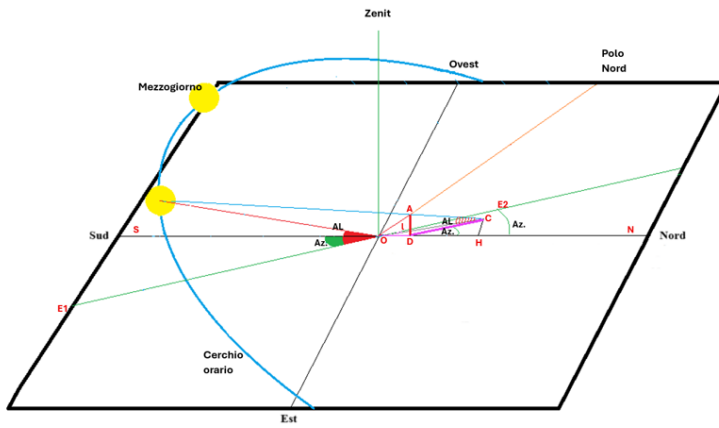


Fig. 6 - Nel caso di una meridiana orizzontale con stilo verticale l'ombra proiettata dallo stilo forma un angolo con la direzione Nord uguale all'azimut.

Conoscendo l'azimut orario la lunghezza dell'ombra dipenderà dall'altezza che il Sole raggiunge sul piano orizzontale, che è, come sappiamo, minima al solstizio invernale e massima al solstizio estivo.

Per poter quindi disegnare le linee orarie di una meridiana orizzontale con stilo verticale è necessario conoscere il valore dell'azimut per ciascuna ora compresa dall'alba a mezzogiorno locale di almeno due giorni dell'anno distanti sufficientemente tra loro (esempio i due solstizi). In tal modo sarà possibile disegnare le ombre proiettate dallo stilo in detti giorni in modo da unirne i loro estremi superiori per ottenere così la relativa linea oraria.

Per quanto riguarda la lunghezza delle ombre è facile determinarla conoscendo, come già chiarito, la lunghezza dello stilo e l'altezza oraria del Sole.

ALLEGATO DIGITALE – Glossario dei Parametri Orbitali Avanzati e Fogli di Lavoro Intermedi

La trattazione teorica dettagliata dei parametri orbitali avanzati – tra cui Tempo Siderale (TSL/TSG), Giorno Giuliano (JD), Secolo Giuliano (T), Anomalia Media e Vera, Equazione del Centro C , Tempo Terrestre (TT), Delta T e parametri delle perturbazioni lunari (longitudine e nodo ascendente della Luna) – unitamente alle Tabelle che riportano i calcoli con 40+ variabili intermedie, è interamente reperibile nel Capitolo D dell'Allegato Digitale. L'Appendice digitale è accessibile nel sito della Rivista all'indirizzo <https://www.afsu.it/periodici/>

Nella tabella 2 vengono raccolti i valori calcolati dell'azimut e della lunghezza dell'ombra delle varie ore antimeridiane nei giorni dei solstizi e dell'equinozio di autunno.

Tabella 2 - Azimut e lunghezza dell'ombra nelle diverse date e ore locali

ORA LOCALE	21/06/2025		22/09/2025		21/12/2025	
	AZIMUT	LUNGHEZZA OMBRA (cm)	AZIMUT	LUNGHEZZA OMBRA (cm)	AZIMUT	LUNGHEZZA OMBRA (cm)
6,00	70,834° (= -19,166° da Ovest)	355,4	-89,061° (= +0,939° da Ovest)	3190	-70,825° (= +19,175° da Ovest)	-355,7604 (Sole sotto l'orizzonte)
7,00	78,959° (= -11,041° da Ovest)	184,95	-79,672° (= +10,328° da Ovest)	366,9	-62,296° (= +27,704° da Ovest)	-1733,2192 (Sole sotto l'orizzonte)
8,00	87,325° (= -2,675° da Ovest)	115,66	-69,338° (= +20,662° da Ovest)	188,7	-52,840° (= +37,160° da Ovest)	695,7
9,00	-83,042° (= +6,958° da Ovest)	76,2	-56,997° (= +33,003° da Ovest)	122,8	-41,987° (= +48,013° da Ovest)	306,2
10,00	-69,920° (= +20,080° da Ovest)	49,6	-41,275° (= +48,725° da Ovest)	89,2	-29,384° (= +60,616° da Ovest)	207,1
11,00	-47,116° (= +42,884° da Est)	30,8	-20,968° (= +69,032° da Ovest)	71,9	-15,026° (= +74,974° da Ovest)	168,7

I dati della tabella precedente (Tabella 2) possono essere utili per realizzare, utilizzando un software di grafica specifico, il disegno, in scala di pixel, delle linee orarie della nostra meridiana. Il disegno della figura seguente è stato realizzato con il software Gimp (scaricabile da internet) e potrebbe essere valido per una meridiana come quella descritta finora con uno gnomone lungo 87 cm e con visuale perfettamente libera da est a ovest.

Va precisato che i dati raccolti nella Tabella 2, sebbene riferiti alle sole ore antimeridiane, bastano anche per tracciare le linee orarie pomeridiane. Infatti, queste ultime sono simmetriche rispetto alla linea oraria del mezzogiorno. Il loro disegno diventa pertanto un pro-

blema facilmente risolvibile e in modo rapido con il software grafico utilizzato.

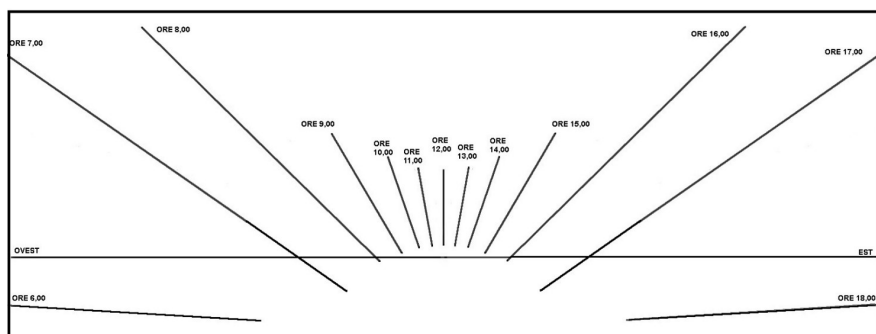


Fig. 7 - Linee orarie realizzate utilizzando i valori dell'azimut, dalla direzione Est-Ovest, e della lunghezza dell'ombra dello gnomone riportate nella tabella 2. Per ogni linea oraria l'estremo inferiore rappresenta l'apice dell'ombra dello stilo nel giorno del solstizio estivo, mentre l'estremo superiore rappresenta l'apice dell'ombra durante il solstizio invernale. Le linee orarie pomeridiane sono simmetriche rispetto a quelle antimeridiane. Esse si ottengono ribaltando, in figura (tramite software), di 180° le linee orarie da sinistra (antimeridiane) a destra rispetto alla linea oraria di mezzogiorno. Le linee orarie delle ore 6,00 e 18,00 sono in genere meno utilizzabili perché l'ombra dello gnomone può raggiungerle solo nel semestre primavera-estate.

7 Realizzazione pratica e soluzioni reversibili

Nell'ipotesi si voglia, e sia possibile, realizzare anche le linee orarie nella nostra meridiana si può procedere stampando, anche su un foglio A4 (o un formato più grande) le linee orarie disegnate al computer. Successivamente si può fissare con della colla, o con dello scotch, il foglio sulla superficie che dovrà diventare una meridiana orientando il foglio stesso con la linea oraria delle ore 12,00 che punta a Nord. La direzione del Nord deve essere stata individuata

prima e con una certa precisione segnandola già sulla superficie in questione.¹³

In tal modo sarà possibile individuare e segnare anche la direzione Est-Ovest (essendo ortogonale alla prima). Dopo aver fatto queste operazioni preliminari si può procedere con una riga ed una matita a prolungare, sul futuro quadrante, le linee orarie stampate sul foglio secondo la lunghezza in centimetri che dovranno avere. Bucando con la punta della matita il foglio di carta in corrispondenza degli

¹³La direzione Nord-Sud può essere determinata in vari modi. Alcuni poco precisi. Un metodo piuttosto preciso è quello che prevede, una volta conosciuta la esatta longitudine del luogo, di utilizzare un orologio che segni l'ora locale che corrisponde all'ora di Greenwich + longitudine del luogo espressa in ore, minuti e secondi. Si cerca su internet (https://time.is/it/Greenwich,_United_Kingdom) l'ora di Greenwich in un determinato momento e la si confronta con quella segnata dal proprio orologio che dovrebbe essere esattamente un'ora avanti (se è stato regolato bene) in quanto segna l'ora del meridiano centrale del fuso 1 che si trova a 15° di longitudine Est da Greenwich. Si trasformano i gradi e i decimali della longitudine del luogo che risultano essere in più o in meno rispetto ai 15° del meridiano centrale in minuti e secondi e si aggiungono (se la longitudine supera i 15°) o si sottraggono (se la longitudine è inferiore a 15°) al valore orario segnato dal nostro orologio. Una volta fatto ciò il nostro orologio segnerà l'ora locale e quando sarà mezzogiorno esatto basterà segnare sul piano di riferimento il punto estremo dove cade l'ombra. Il segmento che unisce il punto in cui è inserito lo gnomone e il punto in cui è arrivata la sua ombra indicherà la direzione Nord-Sud. Ci sono poi altri metodi meno precisi come, ad esempio, quello dei cerchi indù. Esso prevede di tracciare cerchi concentrici su una superficie piana e fissare un'asta verticale (gnomone) al centro. Segnando due punti su ogni cerchio in cui cade l'ombra dello gnomone in momenti diversi (uno prima di mezzogiorno e uno dopo), e unendo questi punti con un segmento, la linea che passa per il centro e il punto medio di questo segmento sarà la linea meridiana (nord-sud). In alternativa è possibile segnare l'estremo superiore dell'ombra proiettata dallo gnomone, già fissato nel punto in cui realizzare l'orologio solare, in un intervallo temporale a cavallo del mezzogiorno locale. Si possono segnare in tal modo vari segmenti delimitati dai punti segnati e dal punto in cui è stato fissato lo gnomone. Il segmento più corto tra essi indicherà la direzione Nord-Sud. Per ridurre l'errore angolare (tra la direzione Nord-Sud vera e quella indicata dal segmento prescelto) bisogna però segnare numerosi punti, praticamente accostati gli uni agli altri, e misurare con attenzione la lunghezza dei relativi segmenti.

estremi inferiori delle linee orarie sopra di esso stampate si potranno segnare tali estremi sulla superficie del futuro quadrante. In tal modo le linee orarie appena segnate potranno essere prolungate (una volta tolto il foglio) in direzione opposta fino a questi punti per essere così completate nella loro lunghezza. Una volta riprodotto il disegno delle linee orarie sulla superficie prescelta si può passare alla fase di costruzione della stessa. Ci sono molti metodi e mezzi da poter utilizzare per la costruzione di una meridiana e si tratta quindi di una scelta personale, oltretutto artistica. Quindi bisogna lasciare totale libertà di decisione. Se comunque si volesse realizzare una meridiana semplice come quella proposta, costituita dalla sola linea oraria del mezzogiorno, la spesa da sostenere potrebbe essere davvero minimale. Quindi, il principio di economicità e semplicità di realizzazione potrebbe suggerire, ad esempio, se il quadrante fosse direttamente il pavimento, l'utilizzo di una striscia adesiva di colore chiaro e di lunghezza pari a quella dell'intera linea meridiana. A tal fine è utile sapere che esistono in commercio dei nastri butilici sigillanti in grado di aderire saldamente alla superficie di fissaggio e di essere perfettamente impermeabili. Tali nastri adesivi non si staccano facilmente e resistono anche al calore. In commercio se ne trovano di tanti tipi acquistabili, davvero, con pochi euro. Inoltre, qualora si decidesse, in un secondo momento, di rimuovere il nastro è sempre possibile farlo e la sostanza adesiva di cui è impregnato può essere opportunamente rimossa dalla superficie di adesione utilizzando dei comuni solventi. Bisogna quindi far aderire il nastro butilico, lungo la sua linea mediana, sulla linea del mezzogiorno già tracciata sul pavimento. Dopo aver incollato la striscia bisogna segnare su di essa, alla specifica distanza, le varie date dell'anno, almeno quelle principali ed altre ancora ritenute importanti. Non possono mancare ad esempio le date dei solstizi e degli equinozi (queste ultime coincidenti in un unico punto), i nomi dei segni zodiacali, ed altro ancora. È chiaro che, guardando la striscia in direzione Nord, su di un bordo (ad esempio sinistro) verranno indicati i mesi invernali-primaverili e sull'altro quelli estivo-autunnali. Per segnare le date principali è possibile utilizzare delle letterine (e numeri) adesive che si possono appiccicare direttamente sul nastro (per comodità di realizzazione

non inferiore a 5 cm di larghezza). Con esse formare dunque le date ritenute importanti ed altri eventi. Bisognerà anche valutare la dimensione che esse dovranno avere.¹⁴

Composte le date e dopo aver controllato che tutto sia apposto si può far aderire lungo la linea mediana del nastro butilico una striscia di nastro adesivo sottile ($\varnothing = 5$ mm) del colore desiderato (vedi Figura 8). Esso ha la funzione di segnare con maggior precisione il momento del mezzogiorno locale. Si consiglia di fare almeno una prova di tutto il processo, magari su di un pezzo di cartone prima di operare sulla linea meridiana (vedi Figura 8).¹⁵

Dopo aver fissato tutte le lettere delle varie date è opportuno spennellare su tutto il nastro butilico della resina poliesteri attivata con il suo specifico catalizzatore.¹⁶ Ciò impedirà che le lettere possano staccarsi o essere danneggiate nel tempo dagli agenti atmosferici. Per evitare sbavature di resina oltre il nastro butilico si consiglia di cingere i suoi bordi con del normale nastro adesivo, da rimuovere poi una volta che la resina si sarà asciugata e indurita.

In alternativa al nastro butilico è sempre possibile utilizzare specifiche vernici e/o resine ma il loro utilizzo non prevede poi una facile eventuale rimozione. Se si decide di utilizzare delle specifiche vernici si può allora procedere nel seguente modo. Si delimiti la linea meridiana, precedentemente segnata sul quadrante della meridiana,¹⁷ con del nastro adesivo di una certa larghezza, selezionando in tal modo una superficie rettangolare regolare lunga quanto tutta la linea meridiana e della larghezza desiderata. Su tale superficie rettangolare ben pulita si potrà spruzzare una vernice di fondo scelta di un colore che crei un adeguato contrasto con una seconda vernice di

¹⁴Si potrà decidere così quale formato di lettere utilizzare e come sia più conveniente disporle. L'esempio fornito nella foto di Fig. 8 rappresenta solo una ipotetica scelta.

¹⁵È possibile acquistarla facilmente nei negozi di ferramenta o di vernici.

¹⁶La superficie di realizzazione della meridiana può semplicemente essere il pavimento o un qualsiasi piano poggiato su di esso.

¹⁷La superficie di realizzazione della meridiana può semplicemente essere il pavimento o un qualsiasi piano poggiato su di esso.

copertura da usare in un secondo momento.¹⁸

Lungo tale fascia rettangolare così evidenziata si faranno poi aderire, alla specifica distanza tra di loro, le letterine adesive ed i numeri sopra ricordati. Dopo aver ben controllato la loro corretta posizione, dedotta dai calcoli della lunghezza dell'ombra nei vari giorni dell'anno, si potrà spruzzare la vernice di copertura. Quando quest'ultima sarà asciutta si potranno togliere le lettere e i numeri precedentemente fatti aderire. In tal modo le date e tutte le ulteriori informazioni scritte saranno leggibili chiaramente.



Fig. 8 - A sinistra: Nastro butilico bianco e letterine adesive nere con le quali poter realizzare la linea oraria del mezzogiorno di una semplice meridiana orizzontale con stilo verticale. Al centro: nastri adesivi di vario colore (larghezza 5 mm) e prova di adesione su cartone del nastro butilico con lettere (in maiuscolo e minuscolo), numeri e linea mediana. A destra: Latta di vetroresina poliestere da spennellare a lavoro finito su tutta la striscia di nastro butilico.

8 Conclusioni

Come chiarito in premessa lo scopo di quanto relazionato è sostanzialmente quello di offrire un suggerimento per realizzare una

¹⁸Ad esempio, bianca, gialla o rossa per una vernice di copertura nera, oppure al contrario, nera per una vernice di copertura bianca, gialla o rossa.

meridiana semplificata con l'intento di incoraggiare qualche lettore ad iniziare ad interessarsi all'Astronomia ed alla Gnomonica in particolare. Gli eventuali aggiuntivi interessi artistici che si possono avere per la realizzazione di siffatte opere possono solo coadiuvare nel raggiungere tale fine. Se poi si temesse per la complessità dei calcoli allora la semplificazione proposta, consistente nel limitarsi a calcolare solo la lunghezza dell'ombra dello gnomone a mezzogiorno, potrebbe risolvere il problema. Le tecniche di costruzione suggerite, che puntano alla semplificazione operativa e alla economicità di spesa, non possono certamente considerarsi ottimali e pregevoli ma potrebbero far decidere il lettore incuriosito ad iniziare un progetto per la realizzazione di una prima meridiana pro tempore. Magari dopo l'incipit suggerito si vorrà passare a realizzare un'opera completa e artisticamente pregevole, dopo aver meglio compreso come gestire le difficoltà tecniche ed aver imparato a saper fare i calcoli relativi. Ci si augura quindi che il presente lavoro possa servire da stimolo per tutti coloro ai quali piacerebbe fare qualcosa di particolare ma non osano ancora per le possibili difficoltà da dover superare.

9 Bibliografia

1. Bernieri A. (s.d.). *Coordinate*. Disponibile al link: <http://webusers.fis.uniroma3.it/bernieri/pdf/Coordinate.pdf>
2. Bernieri A. (s.d.). *Coordinate – presentazione*. Disponibile al link: http://webusers.fis.uniroma3.it/bernieri/pdf/Coordinate_ppt_1.pdf
3. Angeletti A. (s.d.). *Sistemi di riferimento astronomici e trasformazioni di coordinate*. Disponibile al link: http://www.angeloangeletti.it/ASTRO_UNICAM/2020/01%20-%20SISTEMI%20DI%20RIFERIMENTO%20ASTRONOMICI%20E%20TRASFORMAZIONI%20DI%20COORDINATEx.pdf

4. IK0DWJ (s.d.). *Meccanica celeste*. Disponibile al link: <https://www.ik0dwj.it/shack/satelliti/meccanica-celeste/>
5. Matematicamente.it (s.d.). *Tempo siderale*. Disponibile al link: <https://www.matematicamente.it/staticfiles/approfondimenti/astronomia/TempoSiderale.pdf>
6. Matematicamente.it (s.d.). *Latitudine e longitudine*. Disponibile al link: <https://www.matematicamente.it/staticfiles/approfondimenti/astronomia/LatitudineLongitudine.pdf>
7. Matematicamente.it (s.d.). *Meridiane solari*. Disponibile al link: https://www.matematicamente.it/staticfiles/approfondimenti/astronomia/meridiane_solari.pdf
8. INAF – Osservatorio Astrofisico di Trieste (s.d.). *Coordinate*. Disponibile al link: <https://www.oats.inaf.it/images/files/coordinate.pdf>
9. Karttunen H., Oja H., Kroger P. (2023). *Fondamenti di astronomia*. Novara: UTET Università.
10. Matricciani Emilio (2017). *Meccanica celeste e orbite dei satelliti*. Bologna: Esculapio Edizioni.