

# Una dimostrazione euclidea della proprietà di riflessione dell'ellisse

Franco Gioacchino\*

DOI:10.53159/PdM(V).v1n2.177

Ricevuto 2-07-2026 Accettato 29-09-2026 Pubblicato 30-09-2026



**Abstract:** *Scientists and engineers have long utilized the reflective properties of conic sections in technological applications. One need only consider the burning mirrors—massive parabolic reflectors—traditionally said to have been used by Archimedes in the 3rd century BC to defend Syracuse against Roman ships. In contrast, the potential applications of the ellipse’s reflective property remain not yet fully explored; here, a Euclidean proof is presented, accompanied by GeoGebra diagrams—a modern substitute for the traditional straightedge and compass.*

**Keywords:** euclidean; demonstration; ellipse; reflection

**Sommario:** *Le proprietà di riflessione delle coniche sono state utilizzate da tempo memorabile da scienziati e ingegneri per fare tecnologia. Basti pensare agli specchi ustori utilizzati, secondo la tradizione, da Archimede per difendere Siracusa dalle navi romane nel III secolo a.C, sfruttando gigantesche parabole. Ancora non*

---

\*Liceo "Marie Curie" Giulianova (TE) Italia; mail unamassa@gmail.com.

*del tutto esplorate, invece, le possibilità di utilizzo della proprietà di riflessione dell'ellisse, di cui qui è data una dimostrazione euclidea corredata dai grafici Geogebra, moderno succedaneo di riga e compasso.*

**Parole chiave:** dimostrazione; euclidea; riflessione; ellisse

**Lemma 0.1.** *Dati un'ellisse  $E$  di fuochi  $A$  e  $B$  sia  $2s$  la misura del suo asse maggiore e sia  $C$  la circonferenza di centro  $A$  e raggio  $2s$ . La tangente  $t$  a  $E$  in un suo punto  $P$  è l'asse del segmento  $BC$ , dove  $C$  è l'estremo del raggio della circonferenza  $C$  passante per  $P$ .*

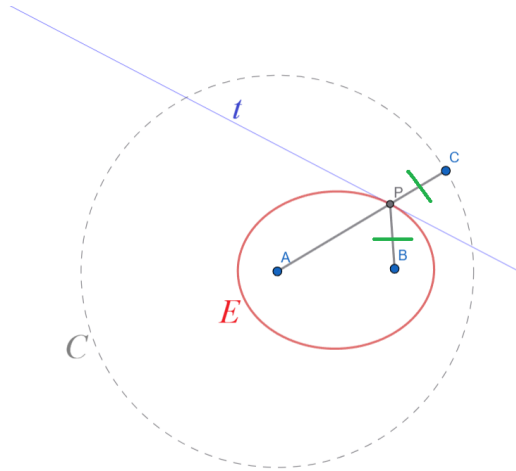


Fig.1

*Dimostrazione.* Per definizione di ellisse  $\overline{AP} + \overline{PB} = 2s$ , così come, per ipotesi,  $\overline{AP} + \overline{PC} = 2s$ . Dunque  $\overline{AP} + \overline{PB} \cong \overline{AP} + \overline{PC}$ , da cui, per differenza di segmenti congruenti,

$$\overline{PB} \cong \overline{PC} \text{ (Fig. 1)}$$

Ne segue che  $P$ , essendo equidistante da  $B$  e da  $C$ , appartiene all'asse  $t$  di  $BC$ , o, equivalentemente, l'asse  $t$  di  $BC$  passa per il punto  $P$

dell'ellisse  $E$ .

Per dimostrare che  $t$  è tangente all'ellisse proveremo che nessun altro punto di  $t$  appartiene a  $E$ .

Sia dunque  $Q$  un punto di  $t$  diverso da  $P$ . Poiché  $t$  è l'asse di  $BC$  sarà  $QB \cong QC$  (Fig. 2), e perciò  $AQ + QB \cong AQ + QC$ . Per la disuguaglianza triangolare riferita al triangolo  $AQC$  sarà inoltre  $\overline{AQ} + \overline{QC} > \overline{AC}$ . Ricordando che  $\overline{AC} = 2s$  concludiamo che, essendo anche  $\overline{AQ} + \overline{QB} > 2s$ ,  $Q$  ha la somma delle distanze dai fuochi di  $E$  maggiore di  $2s$ , e pertanto  $Q \notin E$ .

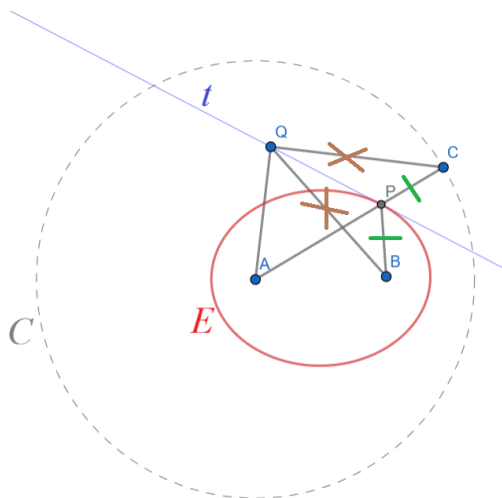


Fig.2

1

### 1a legge della riflessione

Raggio incidente, raggio riflesso e normale alla superficie riflettente nel punto di incidenza giacciono nello stesso piano.

## 2a legge della riflessione

L'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione.

**Lemma 0.2.** *Il raggio luminoso emesso da uno dei fuochi di un'ellisse  $E$  viene riflesso dalla curva sull'altro fuoco.*

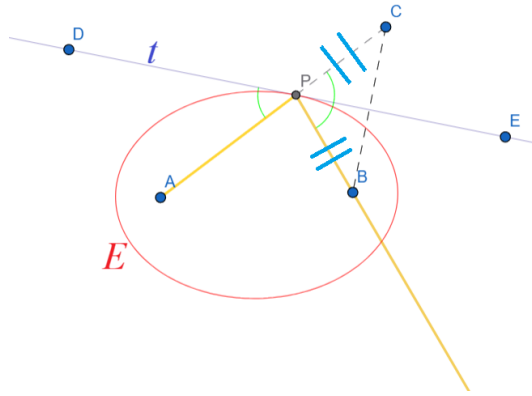


Fig.3

*Dimostrazione.* Tracciamo la tangente  $t$  all'ellisse  $E$  nel punto  $P$  in cui il raggio luminoso  $AP$ , emesso dal fuoco  $A$ , incontra la conica: si forma l'angolo  $\widehat{DPA}$ . Alla luce della 2<sup>o</sup> legge di riflessione il teorema sarà dimostrato se proveremo che  $\widehat{DPA} \cong \widehat{EPB}$  (Fig. 3). Per il lemma 1 la tangente  $t$  a  $E$  nel suo punto  $P$  è l'asse di  $BC$  e pertanto, per il noto teorema, è bisettrice dell'angolo al vertice  $\widehat{BPC}$  del triangolo isoscele  $BPC$ , così che

$$\widehat{CPE} \cong \widehat{EPB}$$

D'altra parte

$$\widehat{DPA} \cong \widehat{CPE}$$

perché angoli opposti al vertice, e dunque, per la proprietà transitiva della congruenza,

$$\widehat{DPA} \cong \widehat{EPB}$$

□