ALLEGATO DIGITALE

Giuseppe D’angelo

Come costruire una semplice meridiana

Periodico di Matematica (V) Vol. I(2)_75-100.

Capitolo integrativo A - *Approfondimento di Meccanica Celeste e Perturbazioni Orbitali*

PRINCIPI TEORICI GENERALI

La Gnomonica si basa, come già chiarito, sul movimento apparente del sole, che proietta l'ombra di uno stilo (lo gnomone) su una superficie (il quadrante) per indicare l'ora solare locale. La meridiana di cui si propone la realizzazione è una meridiana costituita da uno gnomone verticale che proietta un’ombra su un pavimento orizzontale. Nel caso in specie, come già detto, è possibile utilizzare come stilo anche una barra verticale di una ringhiera di una terrazza, o altro eventuale asse verticale già esistente in loco. Come è noto, qualsiasi oggetto fisso, verticale o meno che sia, proietta un’ombra di lunghezza differente nel corso dell’anno. Ciò perché l’altezza del Sole nel cielo rispetto al piano orizzontale varia ciclicamente nel corso dell’anno passando da un minimo (solstizio invernale) ad un massimo (solstizio estivo). La variazione angolare annuale che i raggi del sole formano con il piano orizzontale (rappresentato dal piano del pavimento) dovuta a questo moto apparente del Sole viene chiamata ***declinazione solare*** e, rispetto alla posizione del Sole agli equinozi, varia da +23,45° (solstizio estivo) a -23,45° (solstizio invernale). In altri termini, avendo come riferimento la posizione del Sole nel cielo nei giorni degli equinozi, nel giorno del solstizio invernale la posizione del Sole nel cielo si troverà più bassa di 23,45° e nel giorno del solstizio estivo sarà più alta di 23,45°. Questa variazione semestrale di complessivi 46,9° ha dunque un andamento ciclico sinusoidale:

-23,45° → 0° → +23,45° → 0° → -23,45° ([1])

[1] Si consulti: https://www.solaritaly.enea.it/StrDiagrammiSolari/Definizioni.php#:~:text=Declinazione%20solare:%20%C3%A8%20l'angolo,'inverno%2C%2021%20dicembre). https://www.tecnologica.altervista.org/php5/index.php?title=Declinazione_solare#:~:text=Descrizione,vale%20%2D23%C2%B0%2027'.&text=dove%20n%20%C3%A8%20il%20numero,sono%20indicati%20nella%20seguente%20tabella.

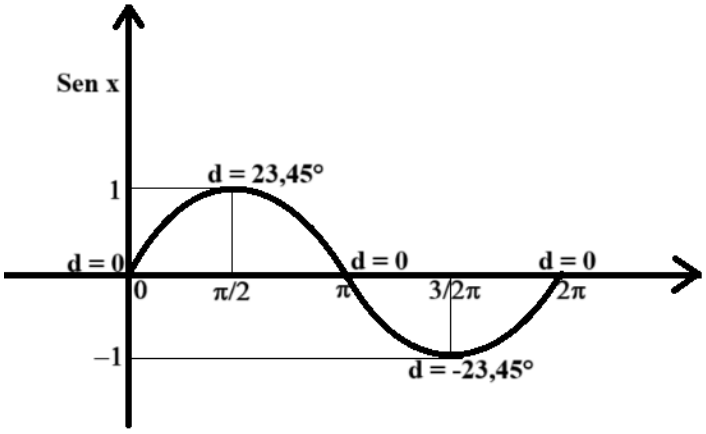

Fig. 1 – Andamento sinusoidale della declinazione solare

Tale variazione periodica è causata dall'inclinazione costante dell'asse di rotazione terrestre rispetto al piano dell'eclittica (inclinazione pari proprio a 23,45°), asse che si mantiene sempre parallelo a sé stesso durante la migrazione annuale del nostro pianeta attorno al Sole. Ciò determina l'andamento termico stagionale per la differente quantità di radiazione solare che il nostro pianeta riceve per unità di superficie, a parità di latitudine. Quando la Terra raggiunge l'afelio o il perielio ([2]) essa inverte la direzione e invece di continuare ad allontanarsi dal Sole (o avvicinarsi ad esso) inizia un percorso inverso. La linea degli apsidi, cioè la linea che congiunge afelio e perielio, non coincide con la linea dei solstizi che a sua volta è ortogonale a quella degli equinozi ([3]). Quindi il momento in cui il Sole raggiunge la sua massima (o minima) declinazione sul piano dell'orizzonte (per l'appunto il momento del solstizio) viene raggiunto alcuni giorni prima che la Terra raggiunga la sua posizione spaziale di afelio e perielio. Nel periodo in cui la Terra si trova a passare in questi due tratti d'orbita estremi la posizione del Sole sul piano dell'orizzonte sembra non mutare per alcuni giorni a causa dell'inversione di direzione del moto della Terra (il termine solstizio in effetti deriva dal latino *solstitium*, composto da *sol-*, "sole" e *-sistere*, "fermarsi"). Dopo aver invertito la rotta la declinazione comincia a manifestare una variazione più consistente ([4]).

---

[2] Cioè, i punti dell'eclittica (orbita terrestre) nei quali la Terra raggiunge la sua massima (afelio) e minima (perielio) distanza dal Sole.

[3] Il perielio, infatti, avviene il 3 gennaio e non il 22 dicembre. E similmente il punto di massima distanza dal sole non coincide con il solstizio d'estate. Ciò perché l'afelio avviene il 4 luglio e non il 21 giugno.Le date 3 gennaio e 4 luglio cambiano lentamente col tempo per effetto della rotazione degli apsidi. Bisogna qui ricordare il moto millenario di precessione degli equinozi oltre quello di rotazione degli apsidi. L'attrazione gravitazionale della luna e del sole sulla Terra che non è una sfera perfetta ma un ellissoide panciuto genera una forza che tende a raddrizzare l'asse terrestre.La reazione dinamica a questa forza è una rotazione lentissima (~25.765 anni) dell'asse terrestre noto come moto di precessione lunisolare con il quale l'asse descrive nel cielo un doppio cono dai vertici congiunti.Il moto è in senso orario con una ampiezza di 50,3″ anno (pari a 20 m e 24,8 s). A questo movimento si somma la rotazione degli apsidi. Questo movimento è dovuto all'attrazione gravitazionale degli altri pianeti, in particolare Giove, sul moto di rivoluzione della Terra. In tal modo essa ruota di 11,6″/ anno in senso antiorario effettuando un giro completo in 117.000 anni.Come conseguenza la longitudine del perielio si sposta rispetto all'equinozio di 61,9″ (50,3+11,6) all'anno (pari a 24 m e 45,3 s) ed il ciclo di circa 26.000 anni si riduce a circa 21.000 (20.937).Lo spostamento del perielio modifica quindi la durata delle stagioni ed è per questo che si parla di precessione degli equinozi. La precessione porta allo spostamento dei punti equinoziali e solstiziali, anticipando gli equinozi e i solstizi ogni anno. Questo fenomeno influenza anche la posizione delle stelle nel cielo notturno, determinando, nel lungo periodo, il cambiamento della stella polare.

[4] Il motivo per cui la declinazione rimane sostanzialmente costante dopo il solstizio, nel tratto a cavallo dell'apside considerato, è legato al fatto che la Terra, in quel tratto di orbita, effettua un moto pressoché ortogonale rispetto a quello di avvicinamento o allontanamento dal Sole. Quindi la sua distanza dall'astro non cambia in modo apprezzabile da incidere sull'angolo che i raggi solari formano con il piano orizzontale.

La posizione del Sole sul piano dell'orizzonte dipende certamente anche dalla latitudine del luogo dove verrà realizzata la meridiana. È chiaro che, se consideriamo i momenti degli equinozi, i raggi del Sole formeranno con il piano orizzontale un angolo pari al complementare a 90° della latitudine del luogo (vedi fig. 3).

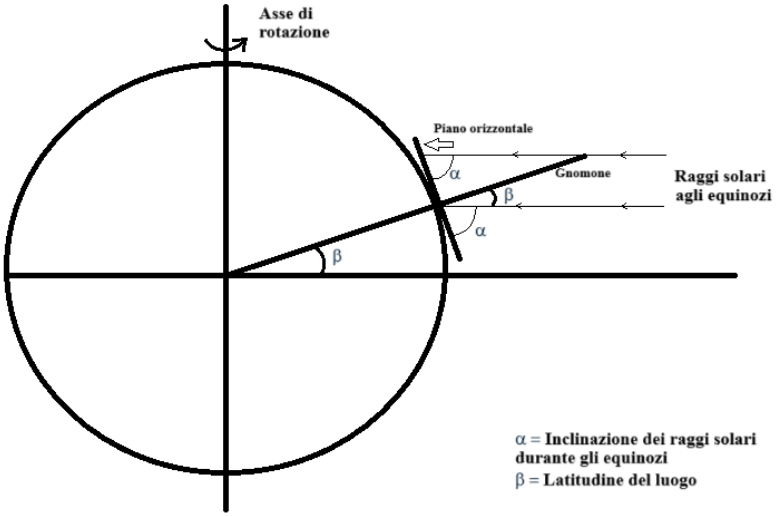

Fig. 2 – Inclinazione dei raggi solari rispetto al piano orizzontale nei giorni degli equinozi

Pertanto, l'angolo (alfa) che i raggi del Sole formeranno con il piano orizzontale locale varierà da un minimo di: 90° - Lat. – 23,45° nel giorno del solstizio invernale ad un massimo di: 90° - Lat. + 23.45° nel giorno del solstizio estivo. Anche la lunghezza dell'ombra proiettata da uno gnomone varierà con il medesimo andamento regolare divenendo la più corta possibile (a mezzogiorno) nel giorno del solstizio estivo per poi aumentare, inizialmente molto lentamente, fino a raggiungere il successivo solstizio invernale quando le sue dimensioni saranno massime. L'allungamento progressivo giornaliero dell'ombra dipende, quindi, dalla variazione progressiva della declinazione solare, il cui valore massimo è di 23,45° trimestrali (ad esempio dal solstizio invernale all'equinozio di primavera). Tale progressione giornaliera trimestrale è da porre poi in relazione a come varia il seno di un angolo che passa da 0° a 90°. Quindi dal valore 0 (declinazione nulla, situazione equinoziale) al valore 1 (declinazione massima di ±23,45°, situazione solstiziale).

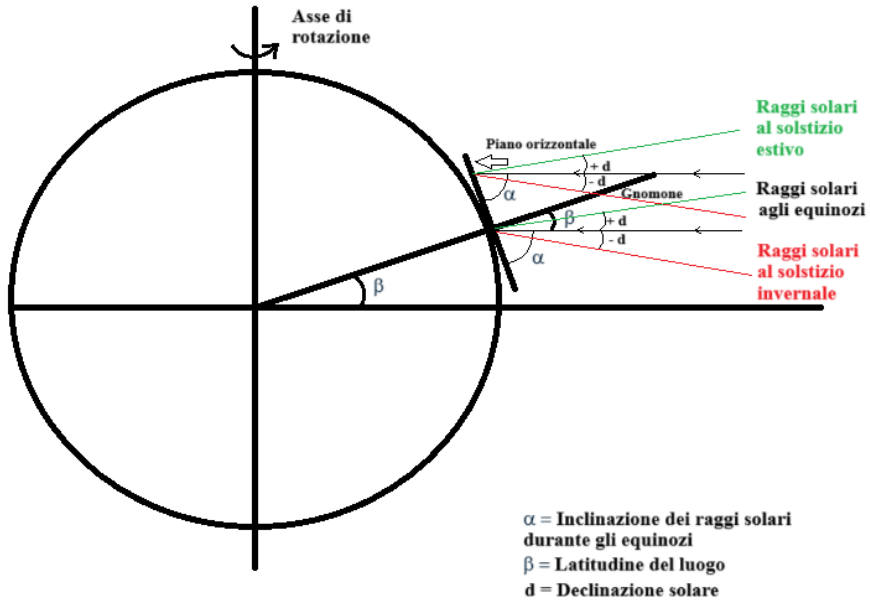

Fig. 3 - Inclinazione dei raggi solari rispetto al piano orizzontale nei giorni dei solstizi

La lunghezza dell'ombra proiettata dallo gnomone (nel nostro esempio la barra della ringhiera) si può facilmente ricavare applicando uno dei teoremi sui triangoli rettangoli una volta dedotto l'angolo alfa che varia giorno per giorno, così come mostra la seguente figura.

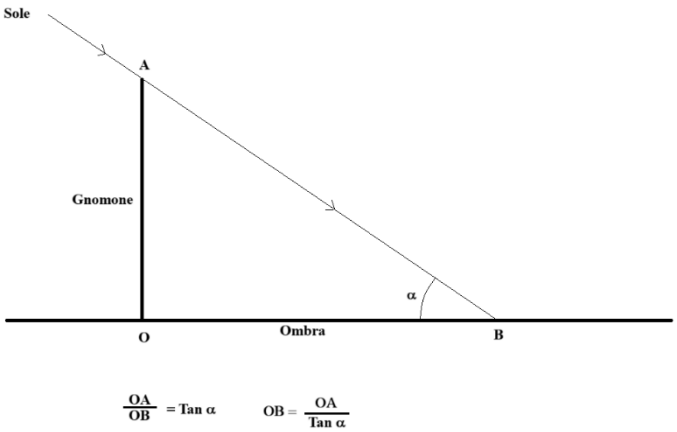

Fig. 4 – Principio trigonometrico per il calcolo della lunghezza dell'ombra proiettata dallo gnomone

Capitolo integrativo B - *Riforma del Calendario Gregoriano e Calcolo Decimale della Durata del Semestre*

A titolo di esempio si riportano di seguito i dati necessari per i calcoli della lunghezza giornaliera dell'ombra di una meridiana come quella descritta finora posta a 37,77810278° (37° 46' 41,17") di Lat. Nord e a 15,164672 (15° 9' 52,8") di Long. Est. ([5]).

90° - LATITUDINE (37,7781028) – INCLINAZIONE RAGGI SOLARI AGLI EQUINOZI			
GRADI	PRIMI	SECONDI	GRADI DECIMALI
52	13	18,8	52,2218972
DECLINAZIONE			
GRADI	PRIMI	SECONDI	GRADI DECIMALI
23	27	0	23,45
ALFA MASSIMO			
GRADI	PRIMI	SECONDI	GRADI DECIMALI
75	40	18,8	75,6718972
ALFA MINIMO			
GRADI	PRIMI	SECONDI	GRADI DECIMALI
28	46	18,8	28,7718972

Fig. 6 – Latitudine, declinazione, angolo minimo e massimo dei raggi solari in gradi decimali

Si tenga adesso in considerazione il fatto che l'anno solare medio è costituito da 365,2421991giorni (365 gg, 5 h, 48 min, 46 sec.). mentre l'anno civile da 365gg o da 366gg se bisestile. Quindi i momenti dei solstizi, come anche quelli degli equinozi, non potranno verificarsi sempre alla stessa ora e allo stesso giorno col passare degli anni. I momenti nei quali si verificano tali eventi si riallineano (parzialmente) in corrispondenza dell'anno bisestile che restituisce al calendario le 5h e i minuti rimanenti ([6]). Tenendo conto di quanto detto finora possiamo comprendere che, se il solstizio estivo del 2023 ([7]) si è verificato il 21 giugno alle ore 14:58 (14,9$\bar{6}$ore) GMT (Greenwich Mean Time), nel 2024 (anno bisestile) il solstizio estivo si verificherà il 20 giugno (si aggiunge un giorno al calendario quindi l'evento astronomico si verifica un giorno prima) alle 20:51 (20,85 ore) GMT ([8]) ([9]). Giova anche ricordare che la durata del semestre estivo è maggiore di quello invernale.

[5] I valori dell'altezza massima del Sole presenti in tabella per i giorni degli equinozi e dei solstizi vanno considerati come valori di riferimento. Si deve infatti tenere in considerazione che nei giorni indicati in tabella il sole a mezzogiorno non raggiungerà la massima altezza in tutti i punti di una medesima latitudine. Infatti, durante le 24 ore del giorno di solstizio/equinozio la Terra non starà tutto il tempo in corrispondenza degli specifici punti dell'orbita nei quali il Sole raggiunge la massima o la minima altezza possibile, in quanto la declinazione solare ha raggiunto il suo valore massimo o minimo (solstizi), oppure in quelli nei quali la declinazione si annulla (equinozi) ma si avvicinerà ad essi per poi allontanarsene. L'altezza massima del sole in tali giorni dipende quindi anche dalla longitudine del luogo. Nel momento esatto in cui la Terra passerà per un solstizio o un equinozio ci sarà una località posta ad una specifica longitudine che si troverà nel suo mezzogiorno locale e in questa località il Sole raggiungerà l'altezza massima o minima assoluta prevista per quella latitudine.

[6] In realtà inserire un giorno ogni 4 anni significa aggiungere 6 ore per ogni anno quando in realtà il divario è di solo 5h 48 min. e 46 sec. In tal modo si posticipa l'inizio dell'anno civile successivo di 11' e 14". Per correggere questo divario con le stagioni astronomiche la riforma gregoriana del calendario (dovuta a papa Gregorio XIII e applicata il 4 ottobre 1582 con la bolla papale *Inter gravissimas*) ha previsto di considerare bisestili solo gli anni secolari le cui prime due cifre fossero divisibili per 4. In tal modo venivano eliminati 3 giorni ogni 400 anni. Infatti, se si moltiplicano gli 11' e 14" (pari a 0,007800925 gg/anno) per 400 gli stessi sommano a 3,12037 giorni. Togliendo tre giorni a questo totale rimane una differenza di 0,12037 gg in 400 anni equivalenti a 26,72 s. pari, ancora, ad 1 giorno ogni 3323 anni. Bisogna anche ricordare che l'anno solare di 365 giorni, 5 ore, 48 minuti e 46 secondi sopra considerato rappresenta l'anno solare medio che ha come riferimento il giorno solare medio che è costituito da 24 ore esatte. In realtà l'anno solare non mantiene perfettamente costante nel tempo la sua durata. Infatti, a causa del fatto che l'orientamento dell'asse di rotazione terrestre cambia lentamente ma costantemente nel tempo come conseguenza dell'attrazione gravitazionale del Sole e della Luna (precessione degli equinozi) la durata dell'anno solare è diversa a seconda del giorno che si sceglie come inizio della misurazione.

[7] Si consulti il seguente link dove sono presentate le date e gli orari degli equinozi e dei solstizi dal 2001 al 2100: https://www.astropixels.com/ephemeris/soleq2001.html. Si consulti, in particolare, la tabella dei solstizi e degli equinozi

[8] Dal 22 giugno 2023 compreso al 20 giugno 2024 compreso e considerando febbraio di 29 giorni sono trascorsi 365 giorni. A questo totale vanno aggiunte 9,03333 (24 – 14,966666) ore residue del 21 giugno 2023 e sottratte 3,15 (24 – 20,85) ore del 20 giugno 2024 che sono successive al solstizio. Cioè, un totale di ore da aggiungere pari a 5,883333 corrispondenti a 5 ore e 53 minuti. L'anno solare da giugno 2023 a giugno 2024 ha avuto dunque una durata di 365

Infatti, la Terra, in questo semestre, si trova a passare per l'afelio che è il punto più distante dal Sole e per la seconda legge di Keplero essa rallenta percorrendo anche un tratto di orbita più lungo rispetto alla situazione in perielio. In tal modo il semestre invernale risulta essere più breve rispetto a quello estivo di circa 7 giorni (circa 186 giorni per quello estivo contro i circa 179 di quello invernale, mediamente). È possibile ricavare il valore medio dei giorni del semestre estivo e di quello invernale consultando apposite tabelle ([10]) che riportano le date e l'ora esatta nella quale si verificano, anno per anno, i solstizi e gli equinozi. A titolo di esempio prendendo in considerazione le date e gli orari nei quali si sono verificati, o si verificheranno, detti eventi astronomici nel decennio 2021 – 2030 è possibile ottenere i seguenti valori medi:

SEMESTRE ESTIVO	SEMESTRE INVERNALE
186,53875	**178,69583**

Fig. 7 – Valore medio dei giorni costituenti i semestri estivo ed invernale

I valori medi ottenuti si basano sul calcolo di esempio riportato nella seguente tabella col quale viene determinato il numero di giorni che costituiscono il semestre invernale 2024/2025.

DATA EQUINOZI	ORE EQUINOZI	MINUTI EQUINOZI	GIORNI INTERI (differenza tra le date)	MINUTI DEL GIORNO 22/09/2024 TRASFORMATI IN ORE	MINUTI DEL GIORNO 2O/03/2025 TRASFORMATI IN ORE
22/09/2024	12	44	179	$0,7\overline{3}$	$0,0\overline{3}$
20/03/2025	9	2			
ORE MANCANTI DA AGGIUNGERE PER CONSIDERARE GIORNO 22/09/2024 (24-12,$7\overline{3}$)	ORE MANCANTI DA SOTTRARRE A GIORNO 2O/03/2025 (24-9,$0\overline{3}$)	FRAZIONE DI GIORNO DA CONSIDERARE COME ULTIMO GIORNO DEL SEMESTRE (24 + 11,$2\overline{6}$ -14,$9\overline{6}$ = 20,$2\overline{9}$). Il 179 giorno non è quindi completo ma pari alla frazione: 20,$2\overline{9}$/24 = 0,8458$\overline{3}$	TOTALE DECIMALE DEL N° DI GIORNI DEL SEMESTRE		
11,$2\overline{6}$	14,$9\overline{6}$	0,8458$\overline{3}$	**178,84583**		

Fig. 8 – Esempio di calcolo della durata di un semestre, in giorni e frazioni di giorno.

Capitolo integrativo C - *Codice Macro VBA (Sub CalcoloOmbra) ed Ephemeris Giornaliera a 365 Giorni*

CALCOLI DA EFFETTUARE

Per il calcolo della declinazione giornaliera si può utilizzare quindi la formula di Cooper. A titolo di esempio si riporta il calcolo della lunghezza dell'ombra dello gnomone effettuato tenendo conto di detta formula. Volendo considerare, per semplificare i calcoli, per n i valori che vanno da $n = 1$ a $n = 365$ e applicando la formula di Cooper tramite foglio di calcolo Excel il tutto si risolve nel reiterare 365 volte la seguente relazione nelle corrispondenti celle:

---

giorni, 5 ore e 53 minuti. Se si considera invece l'anno solare compreso tra il 20/03/2023 ore 21:25 e il 20/03/2024 ore 3:07 (consultare la tabella: https://www.astropixels.com/ephemeris/soleq2001.html) esso risulterà di 365 giorni 5 ore e 42 minuti, con una piccola variazione rispetto all'intervallo precedentemente preso in considerazione.

[9] Consulta anche: https://starwalk.space/it/news/summer-solstice-first-day-of-summer

[10] Nel caso in specie sono stati utilizzati i dati tabulati presentati al, già ricordato, seguente link: https://www.astropixels.com/ephemeris/soleq2001.html

=87/(TAN(SOMMA((**28,7718972**+(23,45+(23,45*SEN((360*(284+n)/365)*PI.GRECO()/180))))* PI.GRECO()/180)))

In essa abbiamo:

- 87 = lunghezza gnomone considerata ([11]). Essa varia in relazione alle dimensioni specifiche della struttura utilizzata come gnomone (il valore riportato è valido solo per l'esempio considerato);
- 28,7718972 = inclinazione minima, nella località prescelta, dei raggi del sole sul piano orizzontale nel giorno del solstizio invernale;
- 23,45*SEN((360*(284+n)/365)*PI.GRECO()/180 = declinazione calcolata secondo la formula di Cooper (i valori possono essere negativi o positivi);
- 87/TAN((SOMMA(…….. = formula trigonometrica per il calcolo della lunghezza dell'ombra.
- PI.GRECO()/180 = espressione per la conversione dei gradi in radianti ([12]).

Se si preferisce velocizzare detti calcoli è possibile utilizzare una macro, associata ad un pulsante di comando, come la seguente:

```
Sub CalcoloOmbra()
  Dim i AsInteger
  Dim n As Long
'n indica il numero intero che segna gli step giornalieri per il calcolo dell'angolo che forma l'ombra proiettata dalla barra della ringhiera con il piano del pavimento
  n = 0
'Imposta il valore di partenza di n
  Dim angolo As Double
  Dim Ombra As Double
  Dim ultimaRigaAs Long
  With ThisWorkbook.Sheets("Foglio1")
  ' Imposta il foglio di lavoro corrente
ultimaRiga= .Cells(.Rows.Count, "C").End(xlUp).Row
    ' Trova l'ultima riga piena nella colonna C (o quella che serve)
    For i = 2 To 366
      ' Ciclo For...Next per riempire le celle, pari a 365 (giorni), a partire dalla cella di riga 2.
n = n + 1
'Imposta gli step di n
angolo = (23.45 * (Sin(((360 * (284 + n)) / 365) * Application.WorksheetFunction.Pi() / 180)))
'Formula di Cooper per calcolare la declinazione solare
If angolo < 0 Then
    angolo = ((28,7718972+ (23.45 + angolo)) * Application.WorksheetFunction.Pi() / 180)
'28,7718972è il valore dell'angolo che i raggi solari formano con il piano orizzontale il giorno del solstizio invernale nella località nella quale è stata realizzata la meridiana di cui si relaziona. È evidente che in altra località tale valore cambia e quindi nel presente codice dovrà essere inserito il differente relativo valore.
ElseIf angolo > 0 Then
    angolo = ((52,2218972+ angolo) * Application.WorksheetFunction.Pi() / 180)
'Il valore 52,2218972 corrisponde all'altezza del Sole nel giorno degli equinozi
```

[11] Il valore della lunghezza della barra utilizzato (87cm) per i calcoli della lunghezza dell'ombra si riferisce alla reale lunghezza delle barre di una ringhiera delimitante una terrazza. Tale lunghezza è stata misurata a partire dal piano del pavimento.

[12] L'applicativo Excel considera i radianti come unità di misura degli angoli ed esprime le grandezze trigonometriche (seno, coseno, tangente, ecc.) come valori del corrispondente angolo espresso in radianti. Le misure fatte vanno espresse invece in gradi ed è quindi necessario effettuarne la conversione.

ElseIf angolo < 0.01 Then
angolo = ((52,2218972+ 0) * Application.WorksheetFunction.Pi() / 180)
'Inserire nel codice quest'ultima condizione qualora si verificasse un errore comune di Excel nei casi di aritmetica a virgola mobile dove, con il sistema binario, ci possono essere delle imprecisioni. In questo caso (utilizzando la formula Excel per il seno di un angolo espresso in radianti) il seno di 360° non dà come valore netto 0 bensì il numero 2,4503*10^-16.Tale valore crea un errore nel successivo calcolo della lunghezza dell'ombra per il giorno dell'equinozio di primavera. Consulta:https://learn.microsoft.com/it-it/office/troubleshoot/excel/floating-point-arithmetic-inaccurate-result
End If
Ombra = 87 / Tan(angolo)
'Ombra rappresenta la lunghezza dell'ombra calcolata applicando la proprietà dei triangoli rettangoli dove cateto opposto all'angolo (alfa)/cateto adiacente all'angolo (alfa) = Tangente (alfa). Il cateto opposto all'angolo alfa rappresenta la lunghezza della barra della ringhiera che nel caso in specie ne era stata considerata una di 87 cm (valore di esempio che dovrà essere sostituito con il valore reale dell'oggetto scelto come stilo)
.Cells(i, 3).Value = Ombra
' Inserisce il valore nelle celle di colonna C (o altra colonna che si desideri)
Next i
End With

A titolo di esempio si riportano di seguito le tabelle relative al calcolo della lunghezza dell'ombra con la declinazione determinata con la formula di Cooper. Le lunghezze dell'ombra sono state abbinate in modo antiparallelo, da solstizio a solstizio. La tabella di destra è il proseguimento di quella di sinistra. I valori riportati possono essere ottenuti sia applicando l'algoritmo sopra proposto che applicando la formula di Cooper, anch'essa sopra riportata, reiterata 365 volte nelle corrispondenti celle di un foglio di calcolo Excel.

21-giu	22,2		
22	22,2	22,2	20
23	22,2	22,2	19
24	22,3	22,3	17
25	22,3	22,3	17
26	22,3	22,4	16
27	22,4	22,4	15
28	22,5	22,5	14
29	22,6	22,6	13
30	22,7	22,7	12
01-lug	22,8	22,8	11
2	22,9	22,9	10
3	23,0	23,1	9
4	23,1	23,2	8
5	23,3	23,4	7
6	23,4	23,5	6
7	23,6	23,7	5
8	23,8	23,9	4
9	24,0	24,1	3
10	24,2	24,3	2
11	24,4	24,5	01-giu
12	24,6	24,7	31
13	24,9	25,0	30
14	25,1	25,2	29
15	25,4	25,5	28
16	25,6	25,8	27
17	25,9	26,1	26
18	26,2	26,4	25
19	26,5	26,7	24
20	26,8	27,0	23
21	27,2	27,3	22
22	27,5	27,7	21
23	27,8	28,0	20
24	28,2	28,4	19
25	28,6	28,8	18
26	28,9	29,1	17
27	29,3	29,5	16
28	29,7	29,9	15
29	30,1	30,3	14
30	30,6	30,8	13
31	31,0	31,2	12
01-ago	31,4	31,7	11
2	31,9	32,1	10
3	32,3	32,6	9
4	32,8	33,1	8
5	33,3	33,6	7
6	33,8	34,1	6
7	34,3	34,6	5
8	34,8	35,1	4
9	35,3	35,6	3
10	35,9	36,2	2
11	36,4	36,7	01-mag
12	37,0	37,3	30
13	37,6	37,8	29
14	38,1	38,4	28
15	38,7	39,0	27
16	39,3	39,6	26
17	39,9	40,2	25
18	40,6	40,9	24
19	41,2	41,5	23
20	41,8	42,2	22
21	42,5	42,8	21
22	43,1	43,5	20
23	43,8	44,2	19
24	44,5	44,8	18
25	45,2	45,5	17
26	45,9	46,2	16
27	46,6	47,0	15
28	47,3	47,7	14
29	48,1	48,4	13
30	48,8	49,2	12
31	49,6	50,0	11
01-set	50,3	50,7	10
2	51,1	51,5	9
3	51,9	52,3	8
4	52,7	53,1	7
5	53,5	53,9	6

21	67,9	68,4	21
22	68,9	69,4	20
23	69,9	70,4	19
24	70,9	71,4	18
25	72,0	72,5	17
26	73,0	73,5	16
27	74,0	74,6	15
28	75,1	75,6	14
29	76,2	76,7	13
30	77,2	77,8	12
01-ott	78,3	78,9	11
2	79,4	80,0	10
3	80,5	81,1	9
4	81,6	82,2	8
5	82,8	83,3	7
6	83,9	84,5	6
7	85,0	85,6	5
8	86,2	86,8	4
9	87,4	88,0	3
10	88,5	89,1	2
11	89,7	90,3	01-mar
12	90,9	91,5	28
13	92,1	92,7	27
14	93,3	93,9	26
15	94,5	95,1	25
16	95,8	96,4	24
17	97,0	97,6	23
18	98,2	98,9	22
19	99,5	100,1	21
20	100,7	101,4	20
21	102,0	102,6	19
22	103,2	103,9	18
23	104,5	105,1	17
24	105,8	106,4	16
25	107,1	107,7	15
26	108,3	109,0	14
27	109,6	110,3	13
28	110,9	111,5	12
29	112,2	112,8	11
30	113,5	114,1	10
31	114,8	115,4	9
01-nov	116,0	116,7	8
2	117,3	118,0	7
3	118,6	119,3	6
4	119,9	120,5	5
5	121,2	121,8	4
6	122,5	123,1	3
7	123,7	124,4	2
8	125,0	125,6	01-feb
9	126,2	126,9	31
10	127,5	128,1	30
11	128,7	129,4	29
12	130,0	130,6	28
13	131,2	131,8	27
14	132,4	133,0	26
15	133,6	134,2	25
16	134,8	135,4	24
17	135,9	136,5	23
18	137,1	137,7	22
19	138,2	138,8	21
20	139,3	139,9	20
21	140,4	141,0	19
22	141,5	142,0	18
23	142,5	143,1	17
24	143,6	144,1	16
25	144,6	145,1	15
26	145,5	146,0	14
27	146,5	147,0	13
28	147,4	147,9	12
29	148,3	148,7	11
30	149,2	149,6	10
01-dic	150,0	150,4	9
2	150,8	151,2	8
3	151,6	151,9	7
4	152,3	152,6	6
5	153,0	153,3	5

Fig. 9 - Lunghezze dell'ombra (secondo formula di Cooper) abbinate in modo antiparallelo, da solstizio a solstizio. La tabella di destra è il proseguimento di quella di sinistra.

In Fig. 9 si può osservare che accanto ai valori della lunghezza dell'ombra, a sinistra e a destra, vengono riportate de date dell'anno nelle quali la medesima lunghezza si ripete. Le stesse potranno essere scritte (anche solo le principali) ai lati della linea meridiana realizzata sul quadrante disposto sul pavimento. Si ricorda che i valori trovati per la lunghezza dell'ombra calcolati con la formula di Cooper impostando una durata dell'anno di 365 giorni sono sempre valori approssimati. Non viene, ad esempio, tenuto conto del fatto che i giorni scanditi dalla meridiana sono giorni solari veri mentre quelli del calendario sono giorni decurtati di 5h:48m:46s. Quindi la nostra meridiana accumula ritardo in riferimento al calendario. Ritardo che viene colmato il 29 febbraio dell'anno bisestile, dopo 4 anni. Quindi la data indicata dall'ombra non sempre potrà coincidere perfettamente con quella del calendario. Lo scarto può dipendere anche dalla grossolana struttura dello gnomone suggerita per realizzare la meridiana.

Capitolo integrativo D - *Glossario dei Parametri Orbitali Avanzati e Fogli di Lavoro Intermedi*

L'unica difficoltà prevista per poter determinare la lunghezza e la direzione dell'ombra riguarda la determinazione dell'azimut orario del Sole. La sua determinazione richiede l'utilizzo di alcune formule che richiedono, peraltro, la conoscenza del significato di alcuni parametri orbitali nonché di alcuni concetti trigonometrici. Si elencano di seguito i principali parametri orbitali utilizzati nelle specifiche formule.

- **Ascensione retta** – Corrisponde alla misura in tempo dell'arco compreso tra il Cerchio orario che contiene un astro e il Punto d'Ariete (o punto vernale) ([13]) che corrisponde al momento dell'equinozio di primavera. Il meridiano corrispondente a 0 ore, o equivalentemente a 24 ore, sulla Terra è il meridiano di Greenwich, mentre sulla sfera

[13] Ai tempi di Tolomeo il Punto d'Ariete cadeva nella costellazione dell'Ariete, per questo prese il nome di "Primo punto d'Ariete" o punto ♈ (gamma). Il lento cambiamento della direzione nello spazio dell'asse di rotazione terrestre, a causa dell'influenza gravitazionale della Luna, del Sole e dei pianeti del sistema solare, determina una precessione degli equinozi. A causa di ciò il punto ♈ non ha una direzione spaziale statica ma descrive nel tempo di 26.000 anni tutti i punti dell'eclittica attraversando le 12 costellazioni dello zodiaco. Attualmente il punto ♈ è situato alla fine della costellazione dei Pesci.

celeste passa per il Primo punto d'Ariete, o equinozio di primavera. L'ascensione retta è misurata sull'equatore celeste da questo punto in direzione est fino al valore di 24 ore, corrispondente ad un angolo giro (360°). I valori dell'ascensione retta del Sole variano nelle stagioni da 0 a 6 ore in primavera, da 6 a 12 ore in estate, in autunno da 12 a 18 ore mentre in inverno da 18 a 24 ore. È quindi l'ascissa del sistema equatoriale e si misura in gradi o in ore in senso antiorario ([14]).

- **Azimut** - L'azimut è l'angolo tra la direzione Nord e la direzione di un oggetto o di un corpo celeste, misurato in senso orario e compreso tra 0° e 360°. Nel caso del Sole, si può pensare come al "grado di direzione" del sole lungo il piano orizzontale; ad esempio, il sole a Est è a 90° di azimut, a Sud è a 180°, a Ovest è a 270° e al Nord è a 0° o a 360°. Questo valore cambia durante il giorno e durante l'anno. Nel periodo dell'anno compreso tra l'equinozio di primavera e l'equinozio di autunno il Sole può raggiungere azimut minori di 90∘ (di mattina) e maggiori di 270∘ (di sera). Nel periodo dell'anno compreso tra l'equinozio di autunno e l'equinozio di primavera successivo invece l'azimut è sempre maggiore di 90∘ e minore di 270∘. L'azimut, in relazione alla convenzione utilizzata, può essere misurato da Nord o da Sud. L'azimut standard considera il Nord 0° e il sud 180° e si misura in senso orario. I valori indicano un orientamento verso ovest (es. 90° per est e 270∘ per ovest). L'azimut da sud considera il Sud 0°, l'Ovest 90°, il Nord 180° e l'Est 270°. Inoltre, si può considerare un azimut da sud positivo che indica un orientamento verso ovest ed un azimut da sud negativo che indica invece un orientamento verso est. Un azimut positivo, ad esempio 90°, indica un orientamento verso ovest. Al contrario un azimut negativo, ad esempio -90°, indica un orientamento verso Est. I calcoli più avanti riportati considerano l'azimut misurato da sud con la convenzione che i valori positivi indicano un orientamento verso Ovest e quelli negativi verso Est.
- **Altezza** - L'altezza è l'angolo verticale tra l'orizzonte e il Sole (0°all'orizzonte, 90°allo zenit). Dipende dalla latitudine, dall'ora del giorno e dalla stagione.
- **Tempo siderale** - Il tempo siderale è una misura del tempo basata sulla rotazione della Terra rispetto alle stelle lontane, utilizzata in astronomia. Un giorno siderale è il tempo che la Terra impiega per compiere una rotazione completa di 360 gradi rispetto alle stelle fisse, durando circa 23 ore, 56 minuti e 4 secondi. Il giorno sidereo è quindi più breve del giorno solare medio (24 ore) esattamente di: $3^m55{,}91^s$. Il tempo siderale o ora siderale è l'angolo orario del punto vernale (γ). Il tempo solare si basa sul passaggio del Sole sullo stesso meridiano, mentre il tempo siderale si basa sul passaggio di una stella fissa molto distante. L'unità di tempo siderale è il giorno siderale, cioè l'intervallo di tempo compreso tra due successivi transiti del punto gamma dallo stesso meridiano, e i suoi sottomultipli. In realtà però il punto vernale non è una direzione costante: esso si muove, pur lentamente, rispetto allo sfondo di stelle fisse a causa della precessione degli equinozi ([15]).Il **tempo siderale locale** può essere calcolato conoscendo il tempo siderale universale (GST) e la longitudine dell'osservatore: TSL = TSG + λ (longitudine della località).
- **Declinazione** - La declinazione solare è l'angolo che i raggi del Sole formano con il piano dell'equatore terrestre e varia tra un massimo di$+23°27'$(solstizio d'estate) e un minimo di

[14] Per il calcolo della ascensione retta sono state usate le formule riportate al seguente link https://eratostene.vialattea.net/wpe/argomenti/sistemi-di-coordinate-astronomiche/coordinate-equatoriali-dei-punti-delleclittica/

[15] Per il calcolo del tempo siderale medio al meridiano 0 sono state utilizzate le formule riportate al seguente link: https://eratostene.vialattea.net/wpe/algoritmi/tempo-siderale/;
Altri link utili: https://eratostene.vialattea.net/wpe/glossario/tempo-siderale-ora-siderale/; https://eratostene.vialattea.net/wpe/argomenti/ogni-cosa-ha-il-suo-tempo/tempo-medio-tempo-siderale-e-conversioni/

$-23°27'$ (solstizio d'inverno). Questo cambiamento annuale è causato dall'inclinazione dell'asse terrestre e determina l'altezza del Sole nel cielo durante le diverse stagioni. Il valore è 0∘ durante gli equinozi ([16]).

- **Obliquità dell'eclittica** - conosciuta anche come *inclinazione dell'asse terrestre*, è l'angolo compreso tra il piano dell'equatore celeste e il piano dell'eclittica. Misura circa 23,5° e in prima approssimazione si può considerare costante ([17]). La differenza principale con la declinazione è che l'obliquità dell'eclittica è un angolo costante (23,45°) che descrive l'inclinazione dell'asse terrestre rispetto al suo piano orbitale, mentre la declinazione solare è un angolo variabile che cambia durante l'anno ed è la proiezione sull'equatore celeste della posizione del Sole. L'obliquità dell'eclittica non ha un valore "esatto" fisso, ma cambia lentamente nel tempo. Attualmente, il suo valore medio è di circa $23°26'10.5''$, mentre un valore più approssimato e comunemente usato è di circa 23.5 o $23°27'$. La variazione è dovuta all'interazione gravitazionale con gli altri pianeti.
- **Longitudine media e vera** - è un concetto astronomico che si riferisce all'angolo orario del "Sole medio", un Sole fittizio che si muove sull'equatore a velocità costante. Questo valore, misurato dal meridiano di Greenwich, è utilizzato per definire il tempo solare medio (o "ora media"), che rappresenta una durata di giorno media e costante di 24 ore, utilizzata per la misurazione del tempo civile. Il tempo solare medio è l'angolo orario del Sole medio, a cui vengono aggiunte le 12 ore per far coincidere l'inizio del giorno con la mezzanotte. Il tempo solare vero è segnato dal sole reale che descrive l'eclittica con moto variabile dato dalla seconda legge di Keplero. La **longitudine vera** del Sole è quindi l'angolo che misura la posizione del Sole sull'eclittica, rispetto al punto vernale, e si calcola correggendo la longitudine media del Sole con **l'equazione del centro** (vedi oltre) considerando così le perturbazioni orbitali ([18]).
- **Longitudine celeste o di eclittica** – è l'arco di eclittica compreso tra il punto gamma (γ) e il piede del meridiano di eclittica che passa per l'astro. Si conta da 0∘ a 360∘ in senso *diretto* o *prograde* a partire dal punto gamma. ([19])
- **Angolo orario** - L'angolo orario di un punto sulla superficie terrestre è l'angolo di cui la terra deve girare per portare il meridiano del punto direttamente sotto il sole. L'angolo orario del Sole è dunque lo spostamento angolare del Sole a est o a ovest del meridiano locale a causa della rotazione della terra sul suo asse a 15° per ora. La terra ruota, quindi questo spostamento angolare rappresenta il tempo. Quindi, osservando il Sole dalla Terra, l'angolo solare orario è un'espressione di tempo misurato come un angolo (di solito in gradi), a partire dal mezzogiorno solare. A mezzogiorno solare, alla longitudine dell'osservatore sulla terra, l'angolo orario è di zero gradi, mentre il tempo prima di mezzogiorno solare è espresso in gradi negativi, e l'ora locale dopo mezzogiorno solare in gradi positivi ([20]).

---

[16] Per il calcolo della declinazione sono state usate le formule riportate al seguente link https://eratostene.vialattea.net/wpe/argomenti/sistemi-di-coordinate-astronomiche/coordinate-equatoriali-dei-punti-delleclittica/

[17] Per il calcolo dell'obliquità dell'eclittica sono state usate le formule riportate al seguente link: https://eratostene.vialattea.net/wpe/algoritmi/obliquita-delleclittica/; https://eratostene.vialattea.net/wpe/glossario/obliquita-dell-eclittica/

[18] Per il calcolo della longitudine sono state utilizzate le formule esplicitate al seguente link: https://eratostene.vialattea.net/wpe/algoritmi/longitudine-media-del-sole/ ; Si veda anche: https://eratostene.vialattea.net/wpe/argomenti/ogni-cosa-ha-il-suo-tempo/il-giorno-solare-medio/#:~:text=Fondamento%20di%20questa%20scala%20uniforme,istante%20dell'equinozio%20di%20marzo.

[19] https://eratostene.vialattea.net/wpe/glossario/longitudine-celeste-o-di-eclittica/

[20] L'angolo orario del

- **Equazione del tempo** – è la differenza fra l'ascensione retta del Sole medio e l'ascensione retta del Sole vero. Può definirsi anche come la differenza tra il tempo solare vero e il tempo solare medio, cioè Eqt = Tempo Vero-Tempo Medio. Questa formula è indispensabile nella conversione a tempo medio di un orologio solare che segna l'ora vera locale.L'Equazione del tempo varia nel corso dell'anno passando da valori negativi a valori positivi. Essa rappresenta il ritardo (quando ha valori negativi) o l'anticipo (quando ha valori positivi) accumulati nel corso dell'anno tra la posizione del Sole vero e quella del Sole medio. La differenza tra il "tempo solare vero" (tempo solare locale) e il "tempo solare medio" (tempo standard degli orologi) può essere rappresentata tramite una figura a forma di "8" definita *analemma* che si forma fotografando la posizione del Sole ogni giorno alla stessa ora ed è una combinazione di due effetti: l'inclinazione dell'asse terrestre e l'eccentricità dell'orbita terrestre ([21]).
- **Giorno Giuliano (JD)**- è un conteggio continuo di giorni a partire dal mezzogiorno del 1º gennaio 4713 a.C. ed è usato principalmente in astronomia per fornire una data unica e coerente, indipendentemente dal sistema di calendario utilizzato. Questo sistema permette di calcolare l'intervallo di tempo tra due eventi astronomici in modo semplice e diretto. Non è correlato al calendario giuliano introdotto da Giulio Cesare, ma ne prende il nome. È diverso dal concetto di "**anno giuliano**" che è un'unità di misura di tempo astronomico, equivalente a 365,25 giorni. Per l'esattezza, l'espressione "**giorno giuliano**" (inglese *Julian Day Number, JDN*) indica un *numero intero* di giorni solari trascorsi a partire dal 1º gennaio 4713 a.C. Invece, la "**data giuliana**" (inglese *Julian Date, JD*) è un *numero decimale*. La parte intera è il giorno giuliano, mentre la parte decimale rappresenta la frazione di giorno trascorsa dal mezzogiorno. ([22]).
- **Secolo Giuliano dall'epoca J2000 (T)** - Un secolo giuliano (T) è un'unità di tempo astronomica pari a 36.525 giorni, che viene utilizzata per esprimere intervalli di tempo a partire dall'epoca J2000.0 (1° gennaio 2000, ore 12:00 del Tempo Terrestre (TT)). Questa unità è comoda per calcoli astronomici, come quelli relativi al moto delle stelle e del sole, perché la sua durata definita permette di calcolare coefficienti e posizioni celesti in modo standardizzato rispetto a questa epoca di riferimento ([23]).
- **Anomalia media e vera del sole** - Al posto della dizione angolo, in astronomia si usa "anomalia". L'*anomalia media* è la distanza angolare dal centro della Terra fra il *perigeo* e il punto in cui si troverebbe il sole nel suo *moto medio* in un particolare istante. Si chiama *cerchio ausiliario* il cerchio che ha per centro il centro dell'ellisse e per raggio il semiasse maggiore dell'ellisse. L'anomalia media ha come riferimento il cerchio ausiliario ed il settore circolare su di esso individuato. L'anomalia vera ha invece come riferimento l'area ellittica delineata dall'orbita del Sole ed il relativo settore ellittico su di essa individuato. La posizione reale del Sole e quindi l'*anomalia vera* che misura il moto reale lungo l'orbita ellittica. L'area del settore ellittico è uguale all'area del settore circolare moltiplicato il rapporto tra i semiassi maggiore e minore. L'anomalia media del Sole, quindi, rappresenta l'angolo che il Sole avrebbe percorso, in un determinato momento, se avesse orbitato attorno alla Terra ([24]) a velocità costante, calcolato dalla posizione di perigeo. In

---

Sole è stato determinato utilizzando la formula presentata al seguente link: https://eratostene.vialattea.net/wpe/algoritmi/angolo-orario-del-sole/; si consulti anche: https://eratostene.vialattea.net/wpe/argomenti/dallo-gnomone-alla-sfera-celeste/langolo-orario/

[21] https://eratostene.vialattea.net/wpe/argomenti/ogni-cosa-ha-il-suo-tempo/lequazione-del-tempo/

[22] Il calcolo del Giorno Giuliano è stato fatto con le formule riportate al seguente link: https://eratostene.vialattea.net/wpe/algoritmi/giorno-giuliano-jd/

[23] Il calcolo del Secolo Giuliano è stato fatto con le formule riportate al seguente link: https://eratostene.vialattea.net/wpe/algoritmi/secoli-giuliani-dallepoca-j2000/

[24] Ovviamente il Sole non orbita attorno alla Terra. Si tratta di un moto apparente visto, appunto, dalla Terra.

termini semplici, è la frazione del periodo orbitale totale trascorso dall'ultimo passaggio al perigeo, espressa come un angolo. Viene usata in astronomia per definire la posizione di un corpo celeste su un'orbita, insieme all'anomalia vera. Al perigeo, l'anomalia media del Sole è pari a zero. L'anomalia vera è l'angolo compreso tra il pericentro e la posizione attuale del corpo, misurato sul piano dell'orbita e nel verso della sua rivoluzione. È uno dei sei parametri orbitali kepleriani che definiscono un'orbita ellittica. Essa indica dove si trova il Sole lungo la sua orbita rispetto al perigeo ([25]).

- **Equazione del centrodel Sole** - Tiene conto delle piccole variazioni che si verificano a causa del fatto che l'orbita della Terra non è un cerchio perfetto, ma un'ellisse. La Terra si muove più velocemente quando è più vicina al Sole (perielio) e più lentamente quando è più lontana (afelio), causando uno scarto tra il moto medio e quello reale. Viene utilizzata per calcolare la differenza angolare tra la posizione "vera" del Sole e la sua posizione "media" nel corso dell'anno. La differenza tra la longitudine eclittica del Sole vero λv e quella del Sole medio λm è chiamata *equazione del centro*: ([26]).
- **Tempo universale (UT)** - è una scala di tempo basata sulla rotazione terrestre ed è quella utilizzata per il tempo civile. La differenza tra il tempo dinamico e il tempo universale è il $\boldsymbol{\Delta T}$ (TD-TU). Deriva dal Greenwich Mean Time (GMT), cioè dal giorno solare medio sopra il meridiano di Greenwich, che è considerato convenzionalmente come il meridiano zero. Sono state definite diverse versioni del Tempo universale. Tra queste l'**UTC** è lo standard internazionale su cui si basa il tempo civile. È misurato usando orologi atomici, ed è tenuto entro 0,9 secondi dal UT1 tramite l'introduzione, quando occorre, di un secondo intercalare ([27]).
- **Tempo terrestre (TT)** o **tempo dinamico terrestre (TDT) -** è la scala di tempo moderna. È una scala di tempo atomico, agganciata al tempo atomico internazionale (TAI), e differisce da esso di uno scarto costante: TT = TAI +32,184 s. È una scala temporale uniforme e non soggetta alle irregolarità della rotazione terrestre. Viene utilizzato nei calcoli astronomici che richiedono alta precisione, come le orbite dei pianeti. La differenza con l'UT, in particolare con l'UT1 (una specifica versione di UT), è legata al fatto che l'UT1 è basato sulla rotazione terrestre e quindi non è costante. Le irregolarità nel moto di rotazione causano piccole differenze tra UT1 e TT, che sono misurate in un valore chiamato ΔT. La relazione tra i due tipi di tempo è espressa dalla formula: $TT = UT1 + \Delta T$ ([28]).
- $\boldsymbol{\Delta T}$ - è la differenza tra il tempo dinamico terrestre TT e il tempo universale UT. Semplificando molto le cose, il tempo universale UT in prima approssimazione può essere paragonato e sostituito con l'ora del fuso zero (UTC+0). Il tempo dinamico terrestre TT invece tiene conto del rallentamento della rotazione terrestre per cui differisce da UT di un numero di secondi chiamato ΔT non prevedibile matematicamente. Lo si può ricavare solo da osservazioni. I valori di ΔT del passato sono tabulati negli almanacchi, quelli futuri si possono solo stimare con grande approssimazione usando alcune formule empiriche ([29]).
- **Giorno giuliano in tempo dinamico (JDtt)** - Per ottenere il giorno giuliano in tempo dinamico terrestre $JDtt$ al giorno giuliano JD espresso in tempo UT si aggiunge ΔT (trasformato nell'equivalente frazione di giorno).
- **Longitudine media della Luna -** L'orbita della luna è costantemente influenzata dall'attrazione gravitazionale del Sole e degli altri pianeti. Queste forze causano delle

[25] Il calcolo dell'anomalia media del Sole è stato fatto con la formula riportata al seguente link: https://eratostene.vialattea.net/wpe/algoritmi/anomalia-media-del-sole/

[26] Il calcolo del centro C del Sole è stato fatto con la formula riportata al seguente link: https://eratostene.vialattea.net/wpe/algoritmi/equazione-del-centro-del-sole/

[27] https://eratostene.vialattea.net/wpe/glossario/tempo-coordinato-universale-utc/; https://eratostene.vialattea.net/wpe/glossario/tempo-atomico-internazionale-tai/

[28] https://eratostene.vialattea.net/wpe/glossario/tempo-dinamico-terrestre-tt-tdt/

[29] Il calcolo del Delta T è stato fatto con le formule riportate al seguente link: https://eratostene.vialattea.net/wpe/algoritmi/delta-t/

piccole irregolarità, come l'*evezione*, che modifica la posizione e l'eccentricità dell'orbita della luna. Per semplificare il calcolo e la previsione delle posizioni lunari, gli astronomi utilizzano la "longitudine media". È un valore che rappresenta la posizione "media" della luna, tenendo conto di queste perturbazioni.

- **Longitudine del nodo ascendente della Luna -** La longitudine del nodo ascendente della Luna è un valore angolare che indica la posizione di un punto specifico sull'orbita lunare, ovvero il "nodo ascendente" o "nodo nord" (il punto in cui la Luna si muove da un punto a sud dell'eclittica a un punto a nord dell'eclittica). Questo è il punto in cui l'orbita della Luna incrocia il piano dell'eclittica (l'orbita terrestre apparente) passando dall'emisfero sud a quello nord.

La prossima tabella riporta i valori di differenti parametri dell'orbita apparente del Sole come, ad esempio, l'altezza oraria e l'azimut. Il calcolo è riferito alle ore 7,00 del mattino ma, impostando orari differenti, si possono ricavare i dati per tutte le ore del giorno. L'azimut va considerato dalla direzione Sud ([30]). L'angolo che l'ombra dello stilo forma rispetto alla direzione Est-Ovest risulta pertanto essere pari al valore calcolato dell'azimut da sud al quale si devono aggiungere (per azimut da sud negativi) o sottrarre (per azimut da sud positivi) 90° e quindi tale angolo somma risultante va considerato preso da Ovest ([31]). I valori positivi si riferiscono ad angoli compresi tra la direzione Ovest e la direzione Nord. I valori negativi si riferiscono invece ad angoli compresi tra la direzione Ovest e quella Sud. I dati si riferiscono al giorno dell'equinozio d'autunno ([32]).

DATA E ORA DI GRENWICH	**LATITUDINE IN GRADI**	**LONGITUDINE IN GRADI**	**LONGITUDINE IN GIORNI**	**Delta T (s)**	**ASCENSIONE RETTA DEL SOLE**	**ANGOLO ORARIO**
22/09/2025 06:59	37,7781028	15,1646722	0,0421	74,4631	179,5786	-58,1823
		LONGITUDINE IN ORE	**LONGITUDINE MEDIA DELLA LUNA L'**	**LONGITUDINE DEL NODO ASCENDENTE Ω**	**NUTAZIONE IN LONGITUDINE ΔΨ**	**NUTAZIONE IN OBLIQUITA' Δε**
2025		1,010978147	124020,998	-372,498032	3,560765108	9,569676142
9			**OBLIQUITA' VERA**	**EQUAZIONE DEGLI EQUINOZI Eq**		
22	37	15	33,006	0,001		
6	46	9				
59	41,17	52,82				
20						
NUMERO ORE						
6,988888889						
GIORNO GIULIANO	**JDtt**	**SECOLO GIULIANO DALL'EPOCA J2000 (T)**	**TEMPO SIDERALE MEDIO (GMST) θ**	**TEMPO SIDERALE LOCALE (LST) Θl**	**Delta T (gg)**	**ORA LOCALE**
2460940,791	2460940,792	0,257	106,231	121,396	0,00086184	8,000
			TEMPO SIDERALE APPARENTE θa			ORA IN GRADI
			106,232			119,998
OBBLIQUITA' MEDIA ECLITTICA ε0	**LONGITUDINE MEDIA DEL SOLE**	**LONGITUDINE VERA DEL SOLE**	**ANOMALIA MEDIA DEL SOLE (in °)**	**EQUAZIONE DEL CENTRO DEL SOLE**	**A (int(Y/100)**	**B (2-A+int(A/4)**
23,436	9541,404	9539,541	9618,024	-1,863	20	-13

[30] Potrà avere valori positivi se misurato in senso orario a partire da Sud o valori negativi se in senso antiorario.

[31] In tal modo dovendo determinare la direzione dell'ombra dello stilo nelle ore antimeridiane, l'ombra potrà essere segnata dopo essersi distanziati da Ovest del valore angolare orario così trovato. La direzione delle ombre nelle ore pomeridiane sarà speculare e simmetrica rispetto a quelle delle ombre antimeridiane.

[32] I calcoli effettuati sono stati verificati tramite: https://sphaeramundi.space/sole_semplice?Y=2025&M=9&D=21&h=7&m=0&s=0&delta_t=74&lat=37.78&set_latlon_dec_button=impostato&lon=15.2

D	**DECLINAZIONE**	**AZIMUT DA SUD**	**ANGOLO OMBRA (= AZIMUT DA SUD + 90°)**	**ALTEZZA**	**LUNGHEZZA OMBRA (cm) – lunghezza Gnomone ipotizzata = 87 cm**	
22,291	0,183	-69,337	20,663	24,74991977	188,7183	

Fig. 15 – Tabella per il calcolo dell'azimut alle varie ore del giorno. In tabella viene riportato il valore dell'azimut alle ore 6:59:20 (ora di Greenwich) del 22 settembre 2025 (equinozio d'autunno).

Nella tabella che segue vengono riportati i valori dell'azimut calcolato e di quello misurato ([33]), nella località indicata dalle coordinate geografiche, per le principali ore del mattino del giorno 22/09/2025.

	ORA SOLARE GREENWICH	ORA LOCALE SOLARE	AZIMUT DA SUD, CALCOLATO	ALTEZZA CALCOLATA (in gradi)	AZIMUT MISURATO DA OVEST (in gradi)	LUNGHEZZA OMBRA (cm)
GIORNO 22/09/2025	04:59:20	6,00	-89,061° (= +0,939 ° da Ovest)	1,561919619	MISURA NON EFFETTUATA	3190
	05:59:20	7,00	-79,672° (= +10,328 ° da Ovest)	13,34103588	10,3°	366,9
	06:59:20	8,00	-69,338° (= +20,663 ° da Ovest)	24,74930635	20°	188,7
	07:59:20	9,00	-56,997° (= +33,003 ° da Ovest)	35,31983345	31°	122,8
	08:59:20	10,00	-41,275° (= +48,725 ° da Ovest)	44,29353215	47°	89,2
	09:59:20	11,00	-20,968° (= +69,032 ° da Ovest)	50,4460193	70°	71,9
	10:59:20	12,00	+2,996° (= +92,996 ° da Ovest)	52,30187089	MISURA NON EFFETTUATA	67,2

Fig. 16 – Tabella riepilogativa dei valori dell'azimut, dell'altezza e della lunghezza dell'ombra dello stilo della meridiana nel giorno dell'equinozio d'autunno.

Nella tabella di Fig. 15 si può notare che i valori dell'azimut sono stati calcolati impostando un valore non intero per l'ora di Greenwich (Londra) nella tabella di calcolo. In tal modo l'ora locale considerata, che si trova nella fattispecie a poco più di un'ora in longitudine da questa località inglese, rimane espressa da un numero intero (es. 7,00 del mattino). Per ottenere questo risultato è stata sottratta la frazione oraria, rappresentata dai decimali della longitudine del luogo ([34]), da ciascun valore unitario delle singole ore del mattino considerate per Greenwich. La tabella seguente riporta i medesimi calcoli presentati nella tabella di Fig. 15 ma riferiti al 21/12/2025, mentre la tabella di Fig. 18 riassume i valori dedotti per tutte le ore antimeridiane.

DATA E ORA DI GRENWICH	**LATITUDINE IN GRADI**	**LONGITUDINE IN GRADI**	**LONGITUDINE IN GIORNI**	**Delta T (s)**	**ASCENSIONE RETTA DEL SOLE**	**ANGOLO ORARIO**
21/12/2025 06:59	37,7781028	15,1646722	0,0421	74,4631	269,6338	-59,5289
		LONGITUDINE IN ORE	**LONGITUDINE MEDIA DELLA LUNA L'**	**LONGITUDINE DEL NODO ASCENDENTE Ω**	**NUTAZIONE IN LONGITUDINE ΔΨ**	**NUTAZIONE IN OBLIQUITA' Δε**
2025		1,010978147	125206,8736	-377,2638707	5,118413669	8,058230904
12			**OBLIQUITA' VERA**	**EQUAZIONE DEGLI EQUINOZI Eq**		
21	37	15	31,494	0,001		
6	46	9				
59	41,17	52,82				

[33] I dati delle misurazioni sono stati determinati utilizzando uno gnomone verticale inserito al posto dello gnomone di una meridiana quadrangolare preesistente, con stilo parallelo all'asse terrestre. Si è quindi misurato l'angolo formato dall'ombra dello stilo con il bordo inferiore della meridiana, orientato in direzione Est-Ovest. Le misure effettuate peccano sicuramente in precisione, ma i valori trovati si avvicinano sufficientemente a quelli calcolati.

[34] La differenza in longitudine tra la località considerata per la realizzazione della meridiana e Greenwich ammonta a 1,010978 ore. La frazione eccedente all'ora (0,010978 h) corrispondente a 39,52 (circa 40) secondi va quindi sottratta alla corrispondente ora intera di Greenwich, supponiamo le 6 del mattino, che diventano così le 5:59:20.

20						
NUMERO ORE						
6,988888889						
GIORNO GIULIANO	**JDtt**	**SECOLO GIULIANO DALL'EPOCA J2000 (T)**	**TEMPO SIDERALE MEDIO (GMST) θ**	**TEMPO SIDERALE LOCALE (LST) Θl**	**Delta T (gg)**	**ORA LOCALE**
2461030,791	2461030,792	0,260	194,939	210,105	0,00086184	8,000
			TEMPO SIDERALE APPARENTE θa			ORA IN GRADI
			194,940			119,998
OBBLIQUITA' MEDIA ECLITTICA ε0	**LONGITUDINE MEDIA DEL SOLE**	**LONGITUDINE VERA DEL SOLE**	**ANOMALIA MEDIA DEL SOLE (in °)**	**EQUAZIONE DEL CENTRO DEL SOLE**	**A (int(Y/100)**	**B (2-A+int(A/4)**
23,436	9630,112	9629,664	9706,728	-0,448	20	-13
D	**DECLINAZIONE**	**AZIMUT DA SUD**	**ANGOLO OMBRA (= AZIMUT DA SUD + 90°)**	**ALTEZZA**	**LUNGHEZZA OMBRA (cm) – lunghezza Gnomone ipotizzata = 87 cm**	
21,291	-23,435	-52,840	37,160	7,128972811	695,6097	

Fig. 17 – Tabella per il calcolo dell'azimut alle varie ore del giorno. In tabella viene riportato il valore dell'azimut alle ore 6:59:20 del 21 dicembre 2025 (solstizio invernale).

	ORA SOLARE GREENWICH	ORA LOCALE SOLARE	AZIMUT DA SUD CALCOLATO (in gradi)	ALTEZZA CALCOLATA (in gradi)	LUNGHEZZA OMBRA (cm)
GIORNO 21/12/2025	04:59:20	6,00	-70,825° (= +19,175 ° da Ovest)	-13,7426948	0
	05:59:20	7,00	-62,296° (= +27,704 °da Ovest)	-2,87443222	0
	06:59:20	8,00	-52,840(= +37,160 °da Ovest)	7,128209166	695,7
	07:59:20	9,00	-41,987° (=+48,013° da Ovest)	15,85977835	306,2
	08:59:20	10,00	-29,384° (=+60,616° da Ovest)	22,78500754	207,1
	09:59:20	11,00	-15,026° (=+74,974° da Ovest)	27,27734552	168,7
	10:59:20	12,00	0,470° (=+90,470° da Ovest)	28,78463389	158,4

Fig. 18 – Tabella riepilogativa dei valori dell'azimut, dell'altezza e della lunghezza dell'ombra dello stilo della meridiana nel giorno del solstizio invernale.

Infine, la seguente tabella riporta i calcoli per la determinazione dell'azimut orario nel giorno 21/06/2025. Anche in questo caso nella tabella di Fig.20 si riassumono i dati per le varie ore del mattino.

DATA E ORA DI GRENWICH	**LATITUDINE IN GRADI**	**LONGITUDINE IN GRADI**	**LONGITUDINE IN GIORNI**	**Delta T (s)**	**ASCENSIONE RETTA DEL SOLE**	**ANGOLO ORARIO**
21/06/2025 06:59	37,7781028	15,1646722	0,0421	74,4631	90,1974	-60,4666
		LONGITUDINE IN ORE	**LONGITUDINE MEDIA DELLA LUNA L'**	**LONGITUDINE DEL NODO ASCENDENTE Ω**	**NUTAZIONE IN LONGITUDINE ΔΨ**	**NUTAZIONE IN OBLIQUITA' Δε**
2025		1,010978147	122795,5931	-367,573332	1,982262941	8,495147963
6			**OBLIQUITA' VERA**	**EQUAZIONE DEGLI EQUINOZI Eq**		
21	37	15	31,931	0,000		
6	46	9				
59	41,17	52,82				
20						
NUMERO ORE						
6,988888889						
GIORNO GIULIANO	**JDtt**	**SECOLO GIULIANO DALL'EPOCA J2000 (T)**	**TEMPO SIDERALE MEDIO (GMST) θ**	**TEMPO SIDERALE LOCALE (LST) Θl**	**Delta T (gg)**	**ORA LOCALE**
2460847,791	2460847,792	0,255	14,566	29,731	0,00086184	8,000
			TEMPO SIDERALE APPARENTE θa			ORA IN GRADI
			14,566			119,998
OBBLIQUITA'	**LONGITUDINE**	**LONGITUDINE**	**ANOMALIA**	**EQUAZIONE**	**A (int(Y/100)**	**B (2-A+int(A/4)**

MEDIA ECLITTICA ε0	MEDIA DEL SOLE	VERA DEL SOLE	MEDIA DEL SOLE (in °)	DEL CENTRO DEL SOLE		
23,436	9449,739	9450,181	9526,364	0,442	20	-13
D	DECLINAZIONE	AZIMUT DA SUD	ANGOLO OMBRA (= AZIMUT DA SUD - 90°)	ALTEZZA	LUNGHEZZA OMBRA (cm) – lunghezza Gnomone ipotizzata = 87 cm	
21,291	23,436	87,325	-2,675	36,9497163	115,6640	

Fig. 19 – Tabella per il calcolo dell'azimut alle varie ore del giorno. In tabella viene riportato il valore dell'azimut alle ore 6:59:20 del 21 giugno 2025 (solstizio estivo).

	ORA SOLARE GREENWICH	ORA LOCALE SOLARE	AZIMUT DA SUD CALCOLATO (in gradi)	ALTEZZA CALCOLATA (in gradi)	LUNGHEZZA OMBRA (cm)
GIORNO 21/06/2025	04:59:20	6,00	70,834° (= - 19,166° da Ovest)	13,75635295	355,4
	05:59:20	7,00	78,959° (=-11,041° da Ovest)	25,19187226	184,95
	06:59:20	8,00	87,325 (=-2,675° da Ovest)	36,94934736	115,66
	07:59:20	9,00	-83,042° (=+6,958° da Ovest)	48,78248152	76,2
	08:59:20	10,00	-69,920° (=+20,080° da Ovest)	60,30452439	49,6
	09:59:20	11,00	-47,116° (=+42,884° da Est)	70,48364897	30,8
	10:59:20	12,00	-1,763° (=+88,237° da Est)	75,65168284	22,25

Fig. 20 – Tabella riepilogativa dei valori dell'azimut, dell'altezza e della lunghezza dell'ombra dello stilo della meridiana nel giorno del solstizio estivo.